

UNIVERZITA PAVLA JOZEFA ŠAFÁRIKA V KOŠICIACH

Prírodovedecká fakulta



**VÝUČBA PROGRAMOVANIA INTERNETU VECÍ
S VYUŽITÍM MATEMATICKÉHO MODELOVANIA
A ANALÝZY DÁT
DIDAKTICKÁ PRÍRUČKA**

RNDr. Katarína Brinziková

Košice 2026

Táto publikácia vyšla s podporou MŠVVaM SR, Agentúry KEGA, projekt č. KEGA 010UPJŠ-4/2024
Využitie umelej inteligencie vo vyučovaní školskej informatiky na stredných školách.

Financované EÚ NextGenerationEU prostredníctvom Plánu obnovy a odolnosti SR v rámci
projektu 09I03-03-V05-00008.



VÝUČBA PROGRAMOVANIA INTERNETU VECÍ S VYUŽITÍM MATEMATICKÉHO MODELOVANIA A ANALÝZY DÁT

Didaktická príručka

Autor:

RNDr. Katarína Brinziková

Ústav matematiky, Ústav informatiky, Prírodovedecká fakulta, UPJŠ v Košiciach

Recenzenti:

PaedDr. Patrik Voštinár, PhD.,

Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici

PaedDr. Nika Kvaščayová, PhD.,

Žilinská univerzita v Žiline



Tento text je publikovaný pod licenciou Creative Commons 4.0 license - CC BY-NC-SA ("Attribution-NonCommercial-ShareAlike").

Licencia umožňuje dielo voľne zdieľať a upravovať len s uvedením autora, bez komerčného použitia a za podmienky, že všetky odvodené diela budú šírené pod rovnakou licenciou.

Za odbornú a jazykovú stránku tejto publikácie zodpovedá autor.

Umiestnenie: <https://unibook.upjs.sk>

Dostupné od: 28.05.2026

DOI: <https://doi.org/10.33542/PKV-0528-3>

ISBN 978-80-574-0528-3 (e-publikácia)

Bibliografický odkaz: BRINZIKOVÁ, Katarína. Výučba programovania internetu vecí s využitím matematického modelovania a analýzy dát [online]. Košice: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, 2026. ISBN 978-80-574-0528-3. DOI: <https://doi.org/10.33542/PKV-0528-3>.

Podakovanie

Chcem sa poďakovať doc. RNDr. Ľubomírovi Šnajderovi, PhD. za odborné a profesionálne vedenie, za pomoc, cenné rady a trpezlivú podporu pri tvorbe tejto didaktickej príručky.

Moje úprimné poďakovanie patrí recenzentom doc. PaedDr. Patrikovi Voštinárovi, PhD. a PaedDr. Nike Kvaššayovej, PhD. za ich cenné pripomienky, komentáre a odbornú pomoc.

Ďakujem všetkým, ktorí sa podieľali na overovaní a iterovaní aktivít v rámci didaktickej príručky – učiteľom z praxe zo základných škôl, stredných škôl a gymnázií, účastníkom Klubu učiteľov informatiky, účastníkom a lektorom združenia ERUDO, ambasádorom programu EduPower – vzdelávanie s energiou, ako aj budúcim učiteľom – absolventom predmetu Školské programovacie prostredia z PF UPJŠ v Košiciach.

V neposlednom rade patrí moje srdečné a úprimné poďakovanie Judite Plameňovej za podnetné vedenie, trpezlivý prístup, porozumenie a neustálu podporu počas celého procesu tvorby tejto didaktickej príručky.

Všetkým, ktorí akýmkoľvek spôsobom prispeli k vzniku a zlepšovaniu tohto diela, úprimne ďakujem.

Abstrakt

Didaktická príručka k výučbe programovania Internetu vecí s využitím matematického modelovania a analýzy dát je určená učiteľom matematiky a informatiky na základných a stredných školách, ako aj študentom učiteľstva týchto predmetov. Reaguje na požiadavky novej kurikulárnej reformy na Slovensku, ktorá kladie dôraz na cyklický proces učenia, rozvoj dátovej, digitálnej a matematickej gramotnosti a prepájanie vyučovania s reálnymi problémami a technológiami.

Cieľom príručky je podporiť implementáciu Internetu vecí (IoT) do vyučovania prostredníctvom praktických projektových aktivít založených na matematickom modelovaní a analýze dát. Využíva dostupné edukačné IoT stavebnice, najmä BBC micro:bit s rozšíreniami, a digitálne nástroje na zber, vizualizáciu a vyhodnocovanie dát. Navrhované aktivity umožňujú žiakom pracovať s reálnymi senzorickými údajmi, identifikovať vzťahy medzi veličinami, vytvárať matematické modely reálnych javov a overovať ich v iteratívnych cykloch učenia.

Príručka je koncipovaná v súlade s metodologickým rámcom výskumu prostredníctvom vývoja (Design-Based Research). Obsahuje technologické a metodické východiská, ako aj súbor overených vyučovacích aktivít rozdelených do troch úrovní náročnosti. Aktivity prepájajú matematické témy (funkcie, geometria, pravdepodobnosť, štatistika) s programovaním IoT systémov, analýzou časových radov, prahovým rozhodovaním a automatizáciou. Dôraz sa kladie na rozvoj kompetencií 21. storočia, tímovú spoluprácu, projektové vyučovanie a reflexiu učenia.

Didaktická príručka poskytuje učiteľom konkrétne návody, odporúčania a príklady dobrej praxe pre zmysluplnú integráciu IoT a matematického modelovania do vyučovania v jednotlivých vzdelávacích cykloch a vytvára priestor pre moderné, interdisciplinárne a dátovo orientované vzdelávanie.

Kľúčové slová: Internet vecí (IoT), matematické modelovanie, analýza dát, BBC micro:bit, programovanie, STEAM vzdelávanie, dátová gramotnosť, digitálne kompetencie, senzorické merania, vizualizácia dát, kurikulárna reforma, Design-Based Research, projektové vyučovanie, matematika, informatika, stredná škola

Obsah

Obsah.....	5
Slovník termínov.....	6
ÚVOD.....	8
1 POUŽITÉ SOFTVÉROVÉ A HARDVÉROVÉ PROSTRIEDKY A ICH VYUŽÍVANIE.....	13
1.1 BBC micro:bit.....	13
1.2 WiFi modul IoT:bit.....	14
1.3 Smart Greenhouse Kit.....	14
1.4 Smart AI Lens.....	15
1.5 Ako používať Sériové rozhranie a Data Logging v MakeCode.....	16
1.6 Ako používať Data Streamer v prostredí MS Excel.....	19
1.7 Ako prepojiť BBC micro:bit a platformu ThingSpeak.....	22
1.8 Ako prepojiť BBC micro:bit a platformu MIT App Inventor.....	28
2 MATEMATICKÉ MODELOVANIE A METÓDY ANALÝZY DÁT.....	29
2.1 Návrhy aktivít.....	30
Ú1 Závislosť teploty od času a simulátor klimatizácie.....	37
Ú2 Lineárne vzťahy a smart skleník.....	43
Ú3 Poloha bodu v rovine a pozícia záchranej stanice.....	48
Ú4 Prahové hodnoty a varovný systém.....	55
Ú5 Analýza časových radov a seizmické dáta.....	60
Ú6 Pytagorova veta a senzorové meranie.....	67
Ú7 Pravdepodobnosť a hod kockou alebo pravidelným mnohostenom.....	78
Ú8 Trojuholníková nerovnosť a rozpoznávanie tvarov.....	84
Ú9 Osová a stredová súmernosť a robotický tanec.....	89
Ú10 Osová a stredová súmernosť a indukčný kaleidoskop.....	95
2.2 Odporúčania.....	101
ZÁVER.....	103
Bibliografia.....	105

Slovník termínov

AI – umelá inteligencia (angl. Artificial Intelligence)

Prostredníctvom sady Smart AI Lens umožňuje rozpoznávanie objektov, farieb, tvarov a ďalšie klasifikačné úlohy. Používa sa na prepájanie matematiky, informatiky a modelovania prostredníctvom jednoduchých príkladov umelej inteligencie.

Algoritmus

Presná konečná postupnosť krokov používaná pri rozhodovaní, modelovaní či programovaní IoT zariadení. Žiaci algoritmy vytvárajú v MS MakeCode, v MIT App Inventore alebo ich analyzujú pri riešení úloh s BBC micro:bitom.

Analýza dát

Zber, spracovanie, vizualizácia, interpretácia údajov zo senzorov a IoT zariadení. Zahŕňa prácu s grafmi, tabuľkami, filtrami, štatistickými ukazovateľmi (napr. priemer, medián, variancia, mediánová absolútna odchýlka). Realizuje sa najmä v MS Excel, Data Streamer a ThingSpeak.

Automatizácia

Riadenie procesov na základe údajov zo senzorov. Môže ísť o jednoduché reakcie (napr. rozsvietenie LED v tme) alebo komplexné systémy (napr. zapnutie ventilátora pri prekročení teploty, zavlažovanie podľa stavu vlhkosti pôdy/ovzdušia). Automatizácia je kľúčová pri pochopení praktického významu IoT.

BBC micro:bit

Vzdelávací mikrokontrolér určený na rozvoj algoritmického myslenia, programovania, práce so senzormi a modelovania reálnych javov. V didaktických materiáloch sa používa najmä na **zber reálnych dát zo senzorov** (teplota, svetlo, akcelerometer), **rádiovú komunikáciu** (medzi viacerými BBC micro:bitmi), vizualizáciu údajov a riadenie výstupných zariadení (LED diódy, servo motory, ventilátory, čerpadlá), **modelovanie** (seizmometer, skleník, meranie polohy, súmernosť, trojuholníková nerovnosť), **vizualizácie** (grafické znázornenia na LED matici 5×5), **prácu s externými modulmi** (Smart AI Lens, IoT:bit, NeoPixel LED, HUSKYLENS, color senzor). BBC micro:bit je centrálnym nástrojom prepájania matematiky, informatiky, fyziky a reálneho sveta v aktivitách nového kurikula.

Big Data

Veľké, rýchlo pribúdajúce a rôznorodé dátové súbory, ktoré často presahujú možnosti bežného spracovania. V tejto didaktickej príručke tento pojem žiaci spoznávajú iba na úrovni uvedomenia – ako príklad toho, že dnešné inteligentné systémy (IoT, senzory, online služby) generujú obrovské množstvá dát. Pri aktivitách nepracujeme s Big Data v plnom rozsahu; pojem slúži najmä na pochopenie trendov v dátovej vede a na rozlíšenie medzi „bežnými školskými dátami“ a masívnymi datasetmi používanými v praxi.

Cloud

Technológia, ktorá umožňuje ukladanie, zdieľanie a spracovanie dát na vzdialených serveroch prístupných cez internet, namiesto lokálneho uloženia v počítači. Tento prístup poskytuje flexibilitu, škálovateľnosť a prístup k dátam a aplikáciám odkiaľkoľvek, kde je internetové pripojenie. V didaktickej príručke sa využíva najmä na uloženie IoT dát cez ThingSpeak, na synchronizáciu dát medzi zariadeniami, ako platforma na vizualizáciu v reálnom čase.

DBR – Výskum vývojom (ang. Design-Based Research)

Metodologický výskumný prístup prepájajúci teóriu a vzdelávaciu prax prostredníctvom iteratívneho cyklu: návrh → realizácia → analýza → prepracovanie → opakované testovanie. Uplatňuje sa pri tvorbe aktivít a softvérových nástrojov s cieľom zabezpečiť ich didaktickú funkčnosť, empirické overenie a dlhodobú udržateľnosť v edukačnej praxi.

IoT – Internet vecí (angl. Internet of Things)

Koncept prepojenia fyzických zariadení vybavených senzormi a mikrokontrolérmi, ktoré prostredníctvom internetu alebo bezdrôtových sietí zbierajú a prenášajú dáta. V edukácii umožňuje modelovanie reálnych javov, prácu s dátami a podporuje rozvoj kompetencií práce s informáciami.

Matematický model

Je abstraktný opis konkrétneho systému pomocou matematických pojmov a jazyka. Proces vývoja matematického modelu sa označuje ako matematické modelovanie. Matematické modely sa používajú v prírodných vedách, v inžinierskych disciplínach, v ekonomických a v sociálnych vedách.

Matematické modelovanie

Proces tvorby matematických modelov, ktoré opisujú reálne javy alebo systémy pomocou matematických nástrojov (rovníc, funkcií, algoritmov, geometrických a štatistických metód).

MIT App Inventor

Vizuálne programovacie prostredie určené na učenie základov informatiky, algoritmickej a tvorby mobilných aplikácií. Umožňuje používateľom pracovať metódou „drag & drop“ a vytvárať aplikácie pomocou jednoduchého grafického rozhrania, nevyžaduje pokročilú znalosť programovania.

ThingSpeak

Online IoT analytická platforma, ktorá umožňuje zbierať, ukladať, vizualizovať a analyzovať dáta zo senzorov v reálnom čase prostredníctvom cloudu. Umožňuje vytvárať živé grafy, prácu s kanálmi, podporuje MATLAB pre pokročilú analýzu a budovanie návykov dátovej gramotnosti.

ÚVOD

Milí **študenti učiteľstva** informatiky a matematiky, **učitelia** a priaznivci kreatívnych výziev, predkladáme vám **inšpiratívne, prakticky a iteratívne overované návrhy vyučovacích aktivít a didaktické materiály**, ktoré prepájajú **matematické modelovanie** s využitím **IoT senzorov** (BBC micro:bit). Materiály vznikali a boli vyvíjané prostredníctvom metodologického rámca **Design-Based Research**, ktorý umožňuje ich systematické zlepšovanie a prispôsobovanie na základe skúseností z reálneho vyučovacieho prostredia a priebežnej spätnej väzby.

Na ich overovaní a doladovaní sa podieľali učitelia z praxe zo základných škôl, stredných škôl a gymnázií z rôznych regiónov Slovenska, ako ja účastníci *Klubu učiteľov informatiky*, účastníci aj lektori združenia *ERUDO*, ambasádori programu *EduPower - vzdelávanie s energiou* i budúci učitelia – absolventi predmetu *Školské programovacie prostredia* z Prírodovedeckej fakulty UPJŠ v Košiciach.

Súčasný IoT projekty na školách nevyžadujú iba technické a matematické zručnosti, ale prirodzene rozvíjajú aj kľúčové kompetencie 21. storočia, ako sú kritické myslenie, kolaborácia, komunikácia, riešenie problémov a tvorivosť. Tieto kompetencie sú výrazne podporované aj novou kurikulárnou reformou, ktorá zavádza cyklický proces učenia založený na objavovaní, skúmaní, porozumení a vyjadrení. Navrhované aktivity sú koncipované tak, aby žiaci týmto cyklom prechádzali opakovane – od identifikácie reálneho problému, cez zber a analýzu dát až po tvorbu, overovanie a úpravu matematického modelu. IoT projekty tak vytvárajú autentické situácie, v ktorých žiaci tieto kompetencie rozvíjajú prirodzene v kontexte matematického modelovania a práce s reálnymi dátami zo senzorov.

Prepojenie poznatkov matematiky a informatiky predstavuje kľúčový predpoklad pre rozvoj logického, analytického a algoritmického myslenia žiakov. Predkladané materiály sú navrhnuté tak, aby systematicky rozvíjali schopnosť žiakov pracovať s dátami, vytvárať matematické modely reálnych javov a systémov prostredníctvom identifikácie premenných, vzťahov medzi nimi a interpretácie nameraných údajov, a zároveň podporovali osvojovanie základných zručností v programovaní a práci s IoT senzormi. Materiály vychádzajú z kurikulárnej reformy Ministerstva školstva, výskumu, vývoja a mládeže SR „Vzdelávanie 21. storočia“, a sú navrhnuté tak, aby umožňovali postupný a gradovaný rozvoj matematického modelovania, dátovej gramotnosti a algoritmického myslenia naprieč jednotlivými vzdelávacími cyklami – od jednoduchých školských meraní až po analýzu komplexnejších dátových súborov v prostredí strednej školy. Takto koncipovaný prístup vytvára prirodzený priestor pre rozvoj dátového myslenia a postupné smerovanie k porozumeniu princípov práce s veľkými dátami v zmysle súčasných technologických a spoločenských výziev.

Didaktická príručka je rozdelená na **dve hlavné kapitoly**. Prvá sa venuje technologickému zázemiu potrebnému na realizáciu aktivít, a druhá kapitola sa zameriava na matematické modelovanie a analýzu dát v konkrétnych vzdelávacích aktivitách, usporiadaných v súlade s cyklickým procesom učenia. Všetky aktivity v tejto príručke sú koncipované s ohľadom na rôznorodé schopnosti žiakov v triede a materiálne vybavenie škôl.

Každá úloha (Ú1 – Ú10) v sebe integruje tri úrovne náročnosti, ktoré umožňujú učiteľovi flexibilne reagovať na potreby žiakov (rámec gradácie aktivít):

- Úroveň **Základná**: Zameriava sa na technickú realizáciu a funkčnosť IoT systému. Žiak dokáže zapojiť senzory, naprogramovať základnú logiku v MakeCode a prečítať namerané hodnoty priamo na LED matici BBC micro:bitu alebo ich vizualizuje pomocou Sériového rozhrania.
- Úroveň **Rozširujúca**: Kládne dôraz na dátovú gramotnosť. Žiak využíva nástroje ako Microsoft Data Streamer alebo ThingSpeak na export dát, ich vizualizáciu v grafoch a základné štatistické vyhodnotenie (hľadanie extrémov, priemerovanie).
- Úroveň **Pokročilá**: Predstavuje nadstavbu zameranú na matematické modelovanie. Žiak transformuje reálne dáta pomocou matematických funkcií (napr. logaritmus pri seizmometri, Pytagorova veta v 3D pri farbách), navrhuje optimalizáciu systému alebo vytvára predikčné modely správania IoT zariadenia.

Vzdelávacie ciele z pohľadu žiaka:

- sú uvedené pri každej aktivite, spolu s príslušnými obsahovými a výkonovými štandardmi a sú formulované v súlade s jednotlivými fázami cyklického procesu učenia.

Ciele z pohľadu učiteľa:

- vytvoriť efektívne vzdelávacie postupy (didaktickú príručku) prispôsobené reálnemu vzdelávaciemu prostrediu s dôrazom na ciele kurikula Vzdelávanie 21. storočia,
- systematicky rozvíjať kompetencie 21. storočia, najmä komunikáciu, spoluprácu, tvorivosť a riešenie problémov, ktoré sú nevyhnutné pri tvorbe IoT projektov,
- rozvíjať logické, analytické a algoritmické myslenie žiakov prostredníctvom riešenia autentických problémov,
- zlepšiť schopnosť pracovať s dátami zo senzorov a vytvárať jednoduché matematické modely reálnych javov a systémov,
- rozvíjať základné zručnosti v programovaní a používaní IoT senzorov (BBC micro:bit),
- podporovať porozumenie prepojeniu medzi meraním, matematickým modelovaním a interpretáciou dát v rámci cyklického procesu učenia,
- rozvíjať dátovú gramotnosť vrátane práce s rozsiahlejšími dátovými súbormi (Big Data),
- posilniť digitálne kompetencie prostredníctvom využívania cloudových a IoT platforiem (napr. ThingSpeak),
- podporiť tvorivosť, experimentovanie a schopnosť navrhovať jednoduché IoT riešenia,
- rozvíjať spoluprácu, komunikáciu a prezentáciu výsledkov meraní, analýz dát a matematických modelov.

Cieľová skupina:

- pri každej aktivite uvádzame odporúčanú cieľovú skupinu, finálne zaradenie do konkrétneho ročníka však ponechávame na učiteľa alebo lektora,
- aktivity boli overované v 8. a 9. ročníku základnej školy a v 1. ročníku stredných škôl a gymnázií.

Časová dotácia: 2 vyučovacie hodiny na každú aktivitu

Odporúčané softvérové prostredia, hardvér a rozšírenia umožňujúce analýzu dát:

- Microsoft MakeCode
 - BBC micro:bit
 - WiFi modul IoT:bit
 - Skleník Greenhouse
 - Smart AI Lens Kit
- Microsoft Excel
 - rozšírenie Data Streamer
- MIT App Inventor
 - IoT a BBC micro:bit
- Sériové rozhranie v MS MakeCode, MS Excel (.csv)
- Data Logger v rozšírení MS MakeCode, MS Excel (.csv)
- Data Streamer v rozšírení MS MakeCode a ako doplnok v MS Excel
- ThingSpeak na cloude, MATLAB

Vedomostné predpoklady žiakov:

Pri realizácii aktivít zameraných na tému *Matematické modelovanie, analýzu dát a programovanie v oblasti Internetu vecí (IoT)* sa predpokladá, že žiaci vstupujú do učebného procesu s určitými základnými vedomosťami a zručnosťami z predmetov matematika, informatika a fyzika. Tieto vedomostné predpoklady predstavujú minimálnu úroveň osvojenia kľúčových pojmov a postupov, ktorá umožňuje aktívne zapojenie žiakov do riešenia úloh a ich ďalší rozvoj v priebehu výučby.

Súhrnný prehľad vstupných vedomostí a zručností je uvedený v tabuľke Tabuľka 1, ktorá sumarizuje kľúčové obsahové požiadavky z uvedených predmetov. Predpoklady sú formulované v súlade s rámcom digitálnych kompetencií (DigComp) a so zameraním na rozvoj zručností pre 21. storočie, pričom tvoria východisko pre efektívnu realizáciu navrhovaných didaktických materiálov a podporujú integráciu matematiky, informatiky a fyziky v kontexte IoT.

Vyššie úrovne práce s dátami, matematické modelovanie reálnych javov, analýza časových radov a adaptívne správanie IoT systémov nie sú chápané ako vstupné predpoklady, ale ako ciele navrhovaných výučbových aktivít, ku ktorým žiaci dospievajú prostredníctvom

iteratívneho učenia, experimentovania a práce s reálnymi dátami. Takto koncipované aktivity umožňujú postupné prehĺbovanie porozumenia v rámci jednotlivých vzdelávacích cyklov novej kurikulárnej reformy a sú v súlade s princípmi výskumu prostredníctvom vývoja DBR.

Tabuľka 1: Vstupné vedomosti a zručnosti

Oblasť (predmet)	Konkrétne vedomosti a zručnosti pre aktivity
Informatika	Základy blokového programovania (MakeCode, MIT App Inventor): premenné, podmienky, cykly
	Základy práce s dátami: zber údajov (manuálny alebo senzorický), ukladanie, jednoduché spracovanie (minimum, maximum)
	Práca so senzormi a zariadeniami: základné zapojenie a použitie senzorov (teplota, svetlo, pohyb), ovládanie jednoduchých výstupov
	Základné IoT koncepty: prenos dát medzi zariadeniami, základné princípy automatizácie
	Základy práce s tabuľkovým procesorom (MS Excel, Google Sheets): tvorba grafov a použitie jednoduchých funkcií
	Elementárna práca s poľami (zoznamami údajov): pole ako usporiadaný súbor hodnôt, prístup k prvkom poľa, využitie poľa pri jednoduchých výpočtoch
Matematika	Základné aritmetické pojmy: súčet, rozdiel, absolútna hodnota
	Základné porozumenie funkčným vzťahom (lineárna závislosť)
	Základy geometrie: súmernosť (osová, stredová), vzdialenosť bodov (rovina, priestor), Pytagorova veta, trojuholníková nerovnosť
	Základná štatistika: priemer, minimum, maximum
	Základná interpretácia grafov (čítanie a tvorba grafických znázornení údajov) a závislostí medzi veličinami
Fyzika	Základy merania fyzikálnych veličín (teplota, vlhkosť, svetlo, pohyb)
	Základné porozumenie princípom senzorického merania (základné pochopenie merania vibrácií a otrasov)
	Elektromagnetická indukcia (základný princíp cievky, bezdrôtového napájania)
	Elementárne fyzikálne súvislosti využiteľné pri práci so senzormi a fyzickými zariadeniami

Rozvíjané zručnosti a kompetencie:

- Analýza a vizualizácia dát (tvorba a interpretácia grafov, práca s datasetmi)
- Tvorba jednoduchých algoritmov a modelov reálnych javov
- Základy automatizácie a regulácie na konceptuálnej úrovni
- Základné prvky umelej inteligencie (rozpoznávanie objektov, práca s predtrénovanými modelmi – SŠ)
- Základy 3D modelovania a technologického návrhu (kontextovo)

Medzipredmetové vzťahy – presahy do iných predmetov slúžia ako kontext pre modelovanie reálnych javov a podporu motivácie žiakov:

- Biológia – rastliny a prostredie
- Geografia – orientácia, klíma
- Technika – konštrukcie, mechanizmy, obvody
- Chémia – kvalita ovzdušia
- Environmentálna výchova – udržateľnosť
- Ekonomika – spotreba energie, náklady
- Etická / Občianska výchova – etika dát, bezpečnosť

Kompetencie 21. storočia (4C):

- Kritické myslenie (overovanie spoľahlivosti údajov, práca s chybou merania)
- Kreativita (tvorivé myslenie a návrh riešení)
- Komunikácia (prezentácia výsledkov, interpretácia grafov)
- Spolupráca (tímová práca pri riešení úloh)

Digitálne kompetencie:

- Práca s digitálnymi technológiami a dátami
- Bezpečná manipulácia s elektronickými zariadeniami a komponentmi


1 POUŽITÉ SOFTVÉROVÉ A HARDVÉROVÉ PROSTRIEDKY A ICH VYUŽÍVANIE

V tejto kapitole predstavujeme odporúčané technologické prostredia a hardvérové komponenty, ktoré tvoria základ pre realizáciu aktivít zameraných na matematické modelovanie a analýzu dát v kontexte IoT. Výber prostredí a zariadení reflektuje požiadavky nového kurikula „Vzdelávanie 21. storočia“ a je prispôsobený tak, aby podporoval rozvoj dátovej gramotnosti, algoritmického myslenia a praktických zručností žiakov.

Zvolený hardvér a softvér umožňuje jednoduché prepojenie teoretických poznatkov s reálnymi aplikáciami, čím sa vytvára priestor pre projektové vyučovanie, experimentovanie a tvorbu vlastných riešení. Prostredia ako MS MakeCode, MS Excel s rozšírením Data Streamer, či cloudová platforma ThingSpeak poskytujú intuitívne nástroje na zber, vizualizáciu a analýzu dát zo senzorov pripojených k mikrokontroléru BBC micro:bit.

V nasledujúcich podkapitolách sú predstavené hardvérové komponenty a ich využitie vo výučbe, ktoré tvoria technologický základ navrhovaných aktivít. Súčasťou kapitoly sú aj softvérové nástroje a postupy práce s dátami, ktoré sú ilustrované pomocou schém so zjednodušeným orientačným charakterom. Tieto schémy slúžia ako vizuálny náhľad základnej logiky postupu a nie sú určené ako detailné technické návody.

1.1 BBC micro:bit

BBC micro:bit  je vzdelávací mikrokontrolér navrhnutý tak, aby podporoval rozvoj digitálnych zručností u žiakov prostredníctvom praktického programovania. V kontexte matematického modelovania slúži ako nástroj na zber reálnych dát zo senzorov (napr. teplota, vlhkosť, svetlo, pohyb), ktoré môžu byť následne analyzované a vizualizované. Programovanie v prostredí Microsoft MakeCode umožňuje intuitívne vytváranie algoritmov pomocou blokového rozhrania, pričom pokročilejší žiaci môžu pracovať aj s JavaScriptom alebo s Pythonom.


Využitie BBC micro:bitu vo výučbe podporuje:

- prepájanie teoretických poznatkov s reálnymi dátami zo senzorov,
- rozvoj algoritmického myslenia prostredníctvom blokového programovania,
- tvorbu jednoduchých matematických modelov založených na nameraných údajoch,
- podporu experimentovania a iteratívneho učenia v duchu DBR.



Obrázok 1: BBC micro:bit V2

1.2 WiFi modul IoT:bit

IoT:bit je rozširujúci modul  pre BBC micro:bit, ktorý umožňuje pripojenie k internetu prostredníctvom WiFi. Vďaka tomu je možné prenášať dáta zo senzorov do cloudových platforiem, ako je ThingSpeak, kde sa dajú ďalej analyzovať a vizualizovať. Modul obsahuje rozhrania pre rôzne senzory (napr. teplota, vlhkosť, svetlo) a podporuje štandardné komunikačné protokoly ako MQTT a HTTP. Modul je tiež súčasťou sady Smart Science IoT Kit.


Využitie IoT:bit vo výučbe umožňuje:

- rozšírenie práce so senzormi o vzdialený zber a prenos dát,
- zoznámenie žiakov so základnými princípmi klient-server komunikácie,
- práca s časovými radmi a dynamickými dátami v cloudovom prostredí,
- podpora projektov zameraných na monitorovanie prostredia a jednoduché regulačné úlohy



Obrázok 2: IoT:bit

1.3 Smart Greenhouse Kit

Smart Greenhouse Kit  je vzdelávacia sada navrhnutá pre BBC micro:bit, ktorá žiakom umožňuje prakticky skúmať princípy automatizácie, environmentálneho monitorovania a riadenia podmienok v uzavretom ekosystéme. Obsahuje senzory na meranie teploty, vlhkosti pôdy, svetla a vlhkosti vzduchu, ako aj výstupné komponenty ako ventilátor, vodné čerpadlo a LED osvetlenie, ktoré môžu byť riadené na základe zozbieraných dát.

Sada je vhodná pre projektové vyučovanie, kde žiaci navrhujú, testujú a optimalizujú podmienky pre rast rastlín pomocou senzorov a výstupných zariadení riadených cez BBC micro:bit. Nie je však nevyhnutné vlastniť túto konkrétnu sadu – mnohé iné IoT sady obsahujú kompatibilné senzory (napr. teplomer, vlhkomer, svetelný senzor), ktoré umožňujú simulovať funkcie skleníka a realizovať podobné aktivity aj v iných prostrediach. Vizúálnu stránku skleníka je možné dotvoriť pomocou 3D tlače a iných kreatívnych prvkov.


Vo výučbe podporuje:

- zber a analýzu environmentálnych dát v reálnom čase,
- tvorbu matematických modelov na reguláciu podmienok v skleníku,
- rozvoj algoritmického myslenia pri automatizovanom riadení,
- prepojenie programovania s biologickými a fyzikálnymi javmi.



Obrázok 3: Smart Greenhouse Kit

1.4 Smart AI Lens

Smart AI Lens  je rozširujúci modul pre BBC micro:bit, ktorý umožňuje spracovanie obrazových dát prostredníctvom integrovanej kamery a výpočtového modulu určeného na lokálne spracovanie obrazu. Zariadenie pracuje s predtrénovanými modelmi strojového učenia, ktoré umožňujú rozpoznávanie objektov, farieb a tvarov v reálnom čase. V niektorých verziách je podporené aj vytváranie a nahrávanie vlastných modelov, čím sa otvára priestor pre experimentovanie so základmi klasifikácie a učenia z dát.

Komunikácia s BBC micro:bitom prebieha prostredníctvom sériového rozhrania, pričom výstupy zo spracovania obrazu je možné zaznamenávať a ďalej analyzovať v rámci projektov zameraných na matematické modelovanie a analýzu dát.

Vo výučbe podporuje:

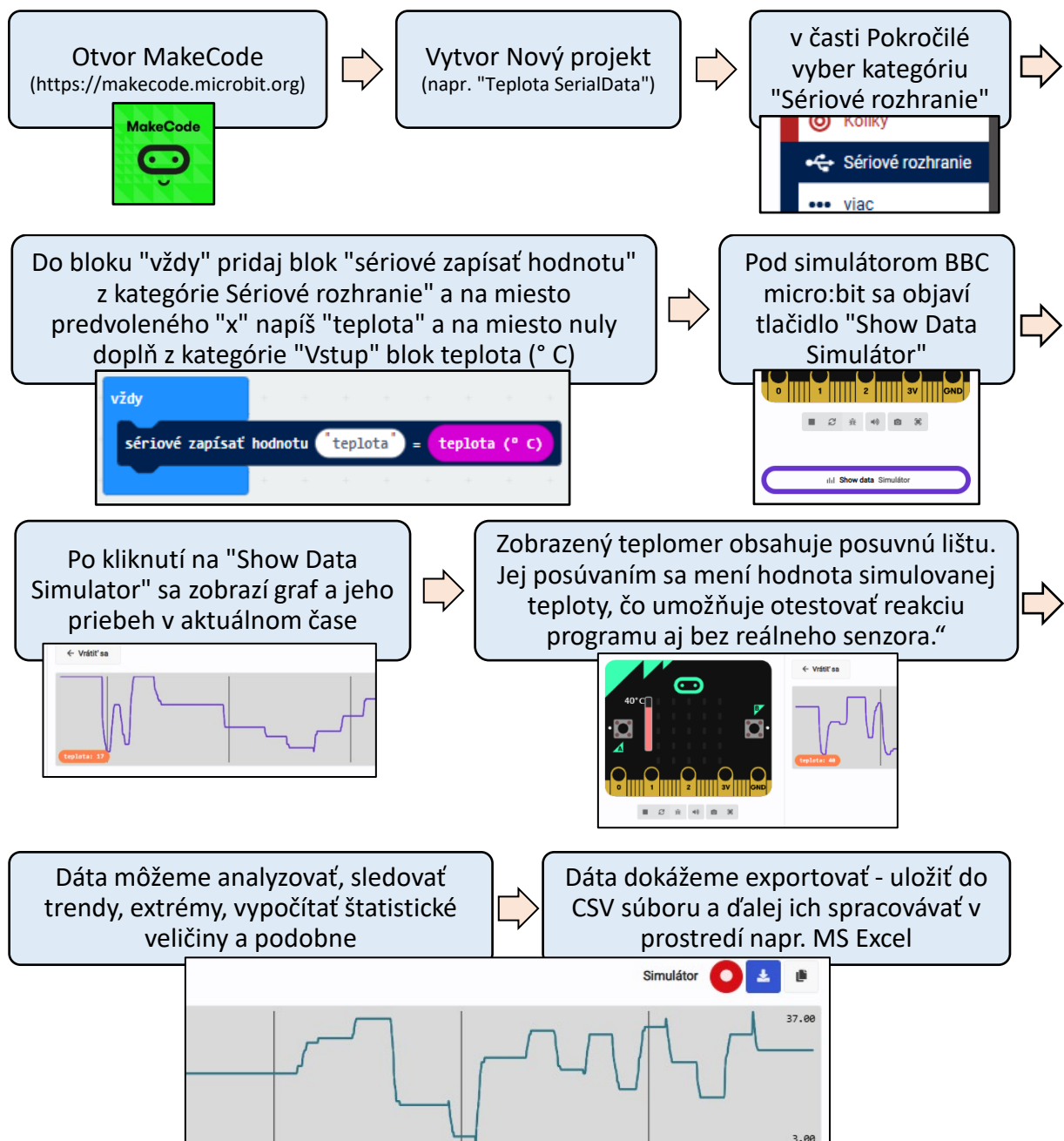
- aplikáciu základných princípov umelej inteligencie a strojového učenia,
- prepájanie vizuálnych vstupov s jednoduchými rozhodovacími algoritmami,
- rozvoj analytického myslenia pri interpretácii obrazových dát,
- diskusiu o limitoch a možnostiach AI v edukačných IoT systémoch.



Obrázok 4: Smart AI Lens

1.5 Ako používať Sériové rozhranie a Data Logging v MakeCode

Sériové rozhranie a Data Logging v MakeCode používame na zbieranie, ukladanie a prenos údajov zo senzorov BBC micro:bitu, aby sme ich mohli sledovať v reálnom čase alebo spracovať neskôr, a tak s nimi ďalej pracovať, vyhodnocovať ich a analyzovať trendy. V prostredí MakeCode sa v časti „Pokročilé“ nachádza kategória „Sériové rozhranie“. Nájde tu bloky ako `serial.writeValue()` (alebo `serial.writeLine()`), po slovensky „sériovo zapísať hodnotu“, „sériovo zapísať riadok“ a podobne, ktoré umožňujú odosielať textu alebo čísel cez USB pripojenie BBC micro:bitu k počítaču. Tieto dáta je možné vizualizovať v reálnom čase pomocou MakeCode konzoly alebo spracovať neskôr pomocou externých nástrojov, napr. pomocou MS Excelu a to stiahnutím súboru CSV. Nasledujúca schéma znázorňuje zjednodušený orientačný postup používania **sériového rozhrania** a slúži ako vizuálny náhľad základnej logiky práce s dátami, nie ako detailný technický návod.

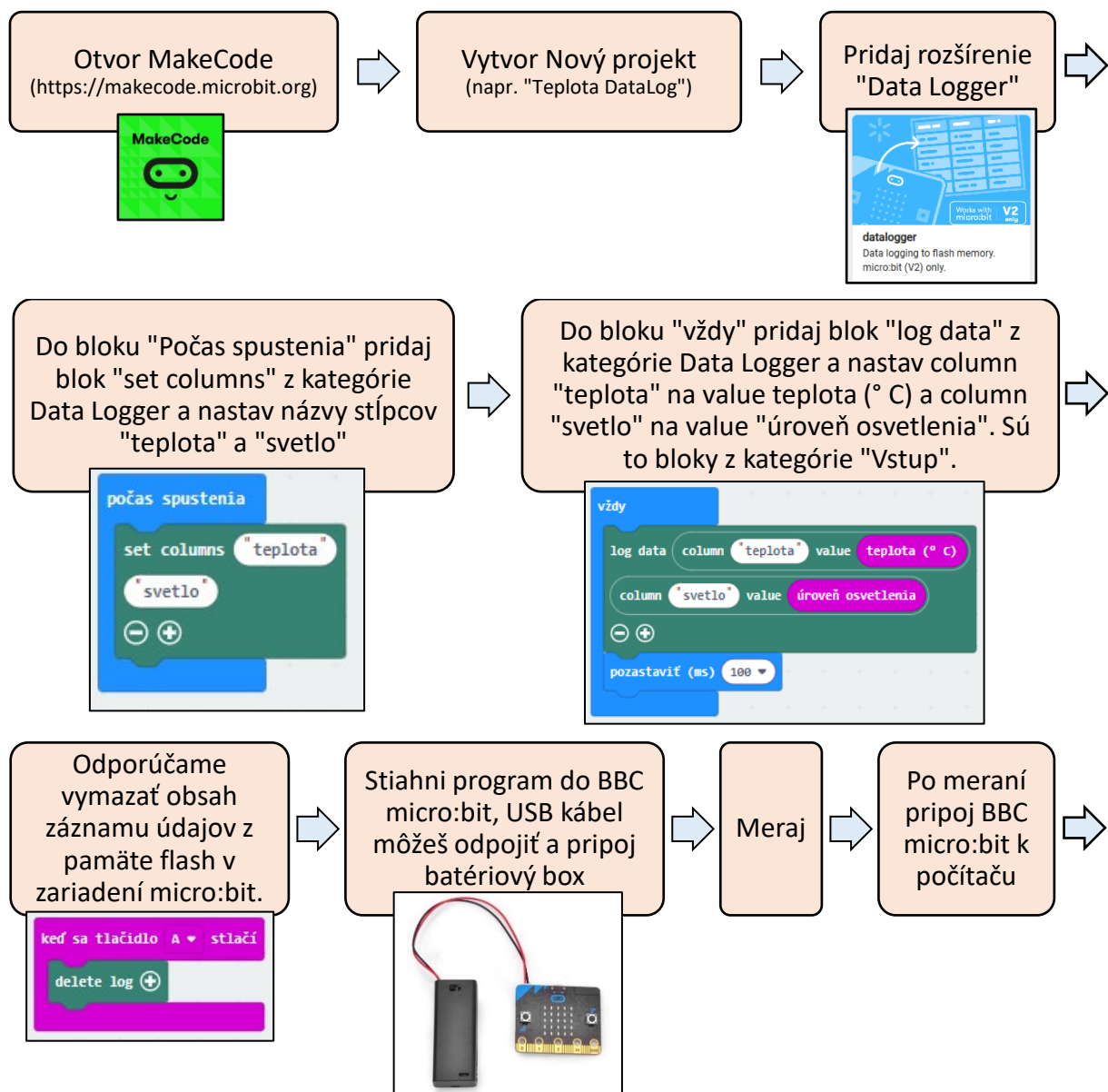


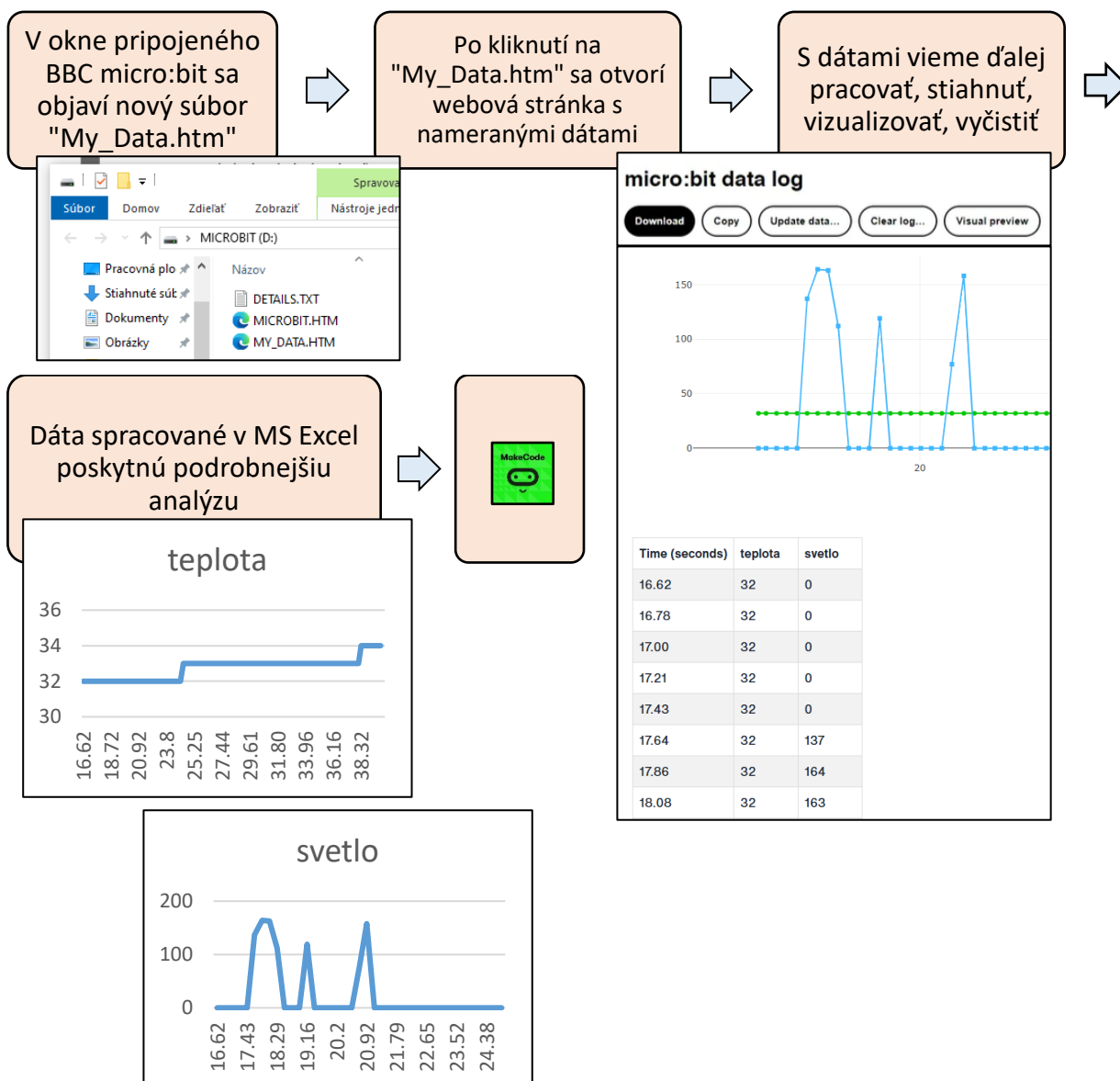
Data Logging predstavuje proces zaznamenávania dát zo senzorov v reálnom čase do pamäte BBC micro:bitu. Výhodou nástroja Data Logger je, že údaje zostávajú uložené v pamäti BBC micro:bitu aj pri odpojení napájania, napr. odpojením od USB a pripojením na batériový box. Po opätovnom pripojení BBC micro:bitu k počítaču sa na USB disku zobrazí súbor MY_DATA.HTM, ktorý sa dá otvoriť v internetovom prehliadači. Tento súbor zobrazuje uložené údaje v tabuľke a grafe, ktoré umožňujú interaktívne prezretie, kopírovanie, resp. stiahnutie vo formáte CSV pre ďalšiu analýzu. Táto technika umožňuje žiakom sledovať zmeny veličín v čase, vytvárať grafy a analyzovať trendy.

Pedagogický prínos a výhody:

- rozvoj schopnosti interpretovať časové rady,
- aplikácia štatistických metód na reálne dáta,
- vizualizácia dát ako podklad pre tvorbu modelov.

Nasledujúci obrázok znázorňuje zjednodušený orientačný postup, ako používať **Data Logger**.





Tento prístup je ideálny, ak chceme a potrebujeme **dlhodobo zbierať údaje** v teréne a vyhodnocovať ich až neskôr. Je potrebné myslieť na to, že pri dlhodobom logovaní alebo príliš častom zapisovaní údajov môže dôjsť k preplneniu pamäte BBC micro:bitu.

Odporúčania pre bezpečné používanie nástroja Data Logger:

- obmedziť počet zaznamenaných dát – napr. logovať každých 10 sekúnd namiesto každú sekundu,
- použiť podmienky na logovanie – zapisovať len pri zmenách hodnoty alebo pri prekročení prahu,
- pravidelne sťahovať dáta – aby sa pamäť nepreplnila, ošetriť program, nech nás na to upozorní,
- testovať program na kratších intervaloch – pred dlhodobým nasadením.

1.6 Ako používať Data Streamer v prostredí MS Excel

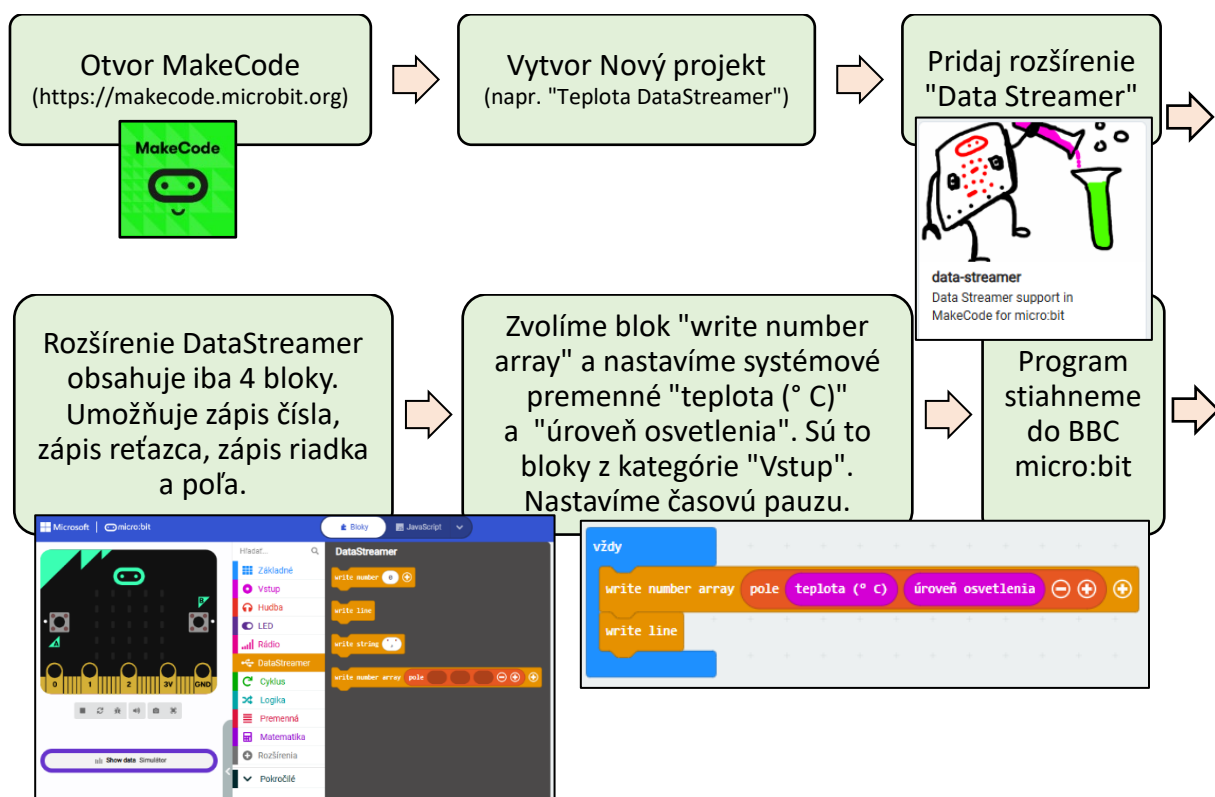
Doplnok Data Streamer v MS Excel umožňuje obojstranný priamy prenos dát zo zariadení ako BBC micro:bit so senzorov alebo mikrokontrolérov do tabuľkového prostredia MS Excel a naopak. Žiaci môžu dáta okamžite vizualizovať, analyzovať a aplikovať matematické operácie. Prepojenie senzorov, Data Streamera a MS Excelu vytvára vhodné prostredie na výučbu základov dátovej analýzy a IoT. MS Excel poskytuje prostredie vhodné na výučbu základov dátovej analýzy, štatistiky a modelovania.

Pedagogický prínos a výhody:

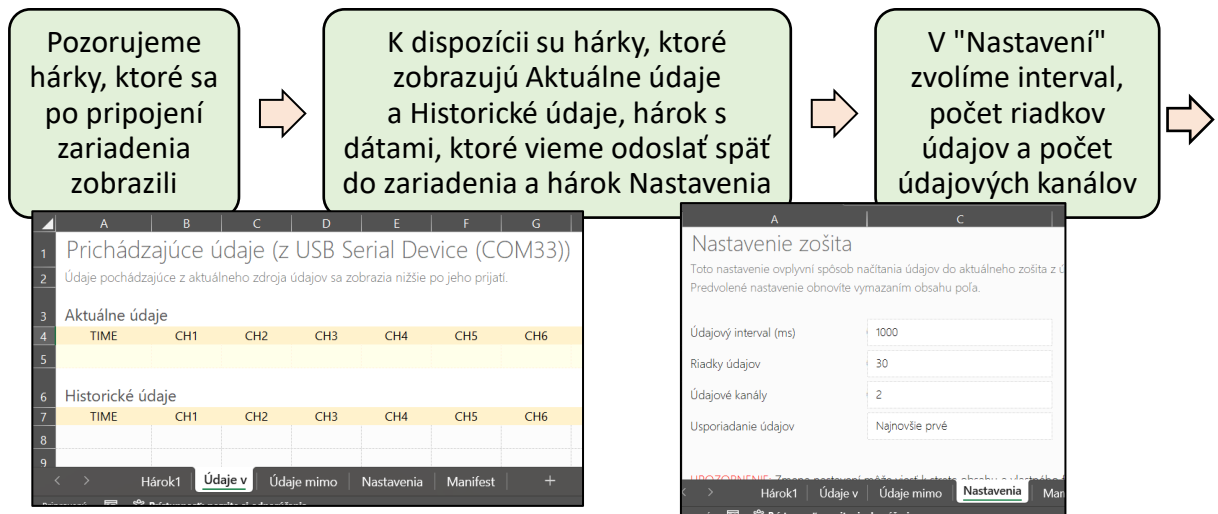
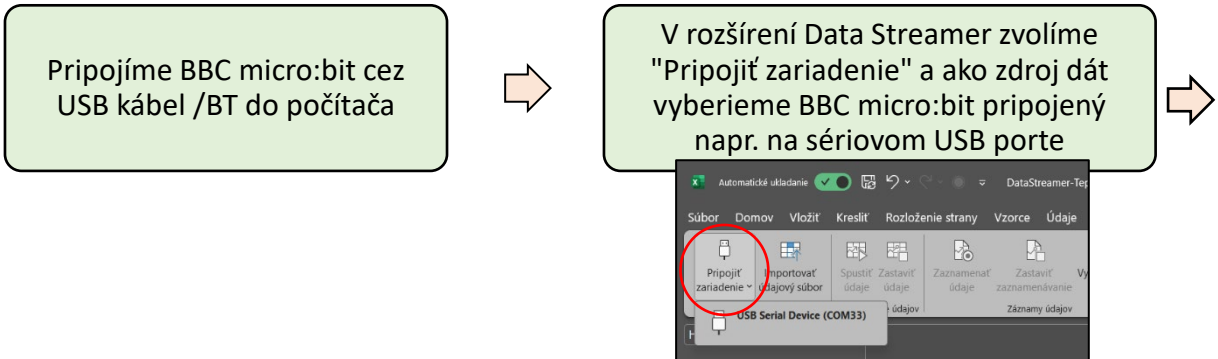
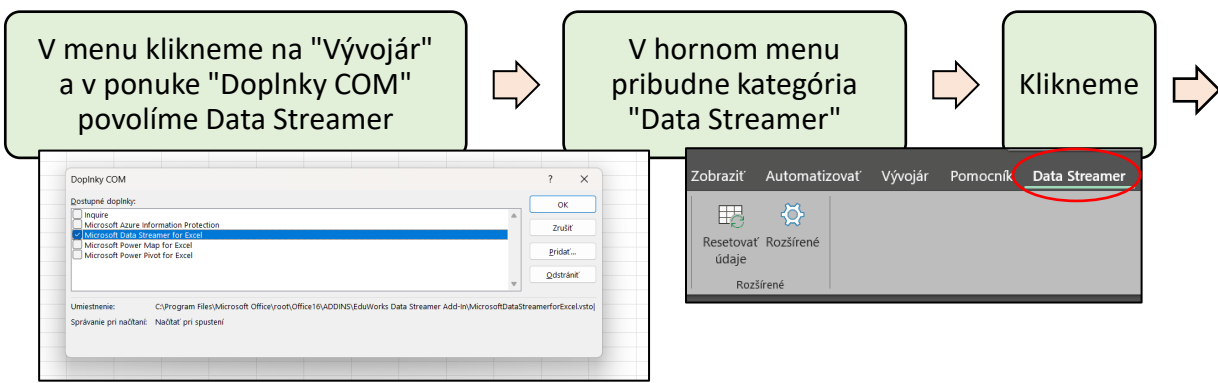
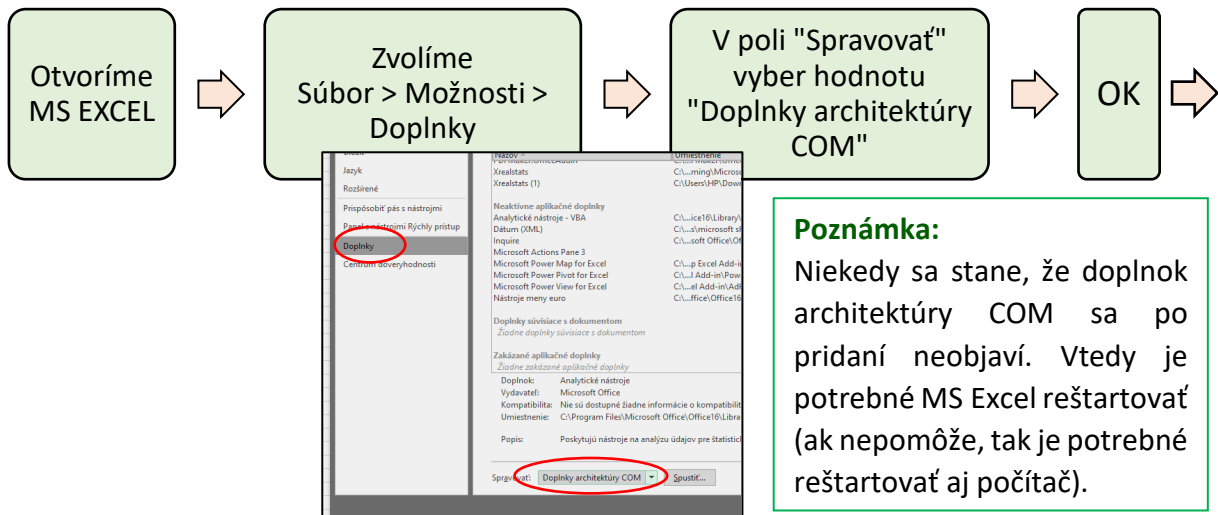
- intuitívne prostredie pre prácu s dátami,
- možnosť tvorby grafov, tabuliek a výpočtov,
- prepojenie programovania s analytickými nástrojmi.

Podrobný textový aj video návod ako povoliť doplnok Data Streamer v MS Excel je dostupný na webových stránkach podpory Microsoft (MICROSOFT, 2022) alebo na webovej stránke Hackster (FOX, 2019).

Nasledujúca schéma znázorňuje zjednodušený orientačný postup používania rozšírenia **Data Streamer** v prostredí MakeCode. Schéma slúži ako vizuálny náhľad základnej logiky postupu, nie ako detailný návod. Podrobný návod je dostupný na webových stránkach podpory Microsoft (MICROSOFT, 2019). V prostredí MakeCode následne naprogramujeme potrebný program.

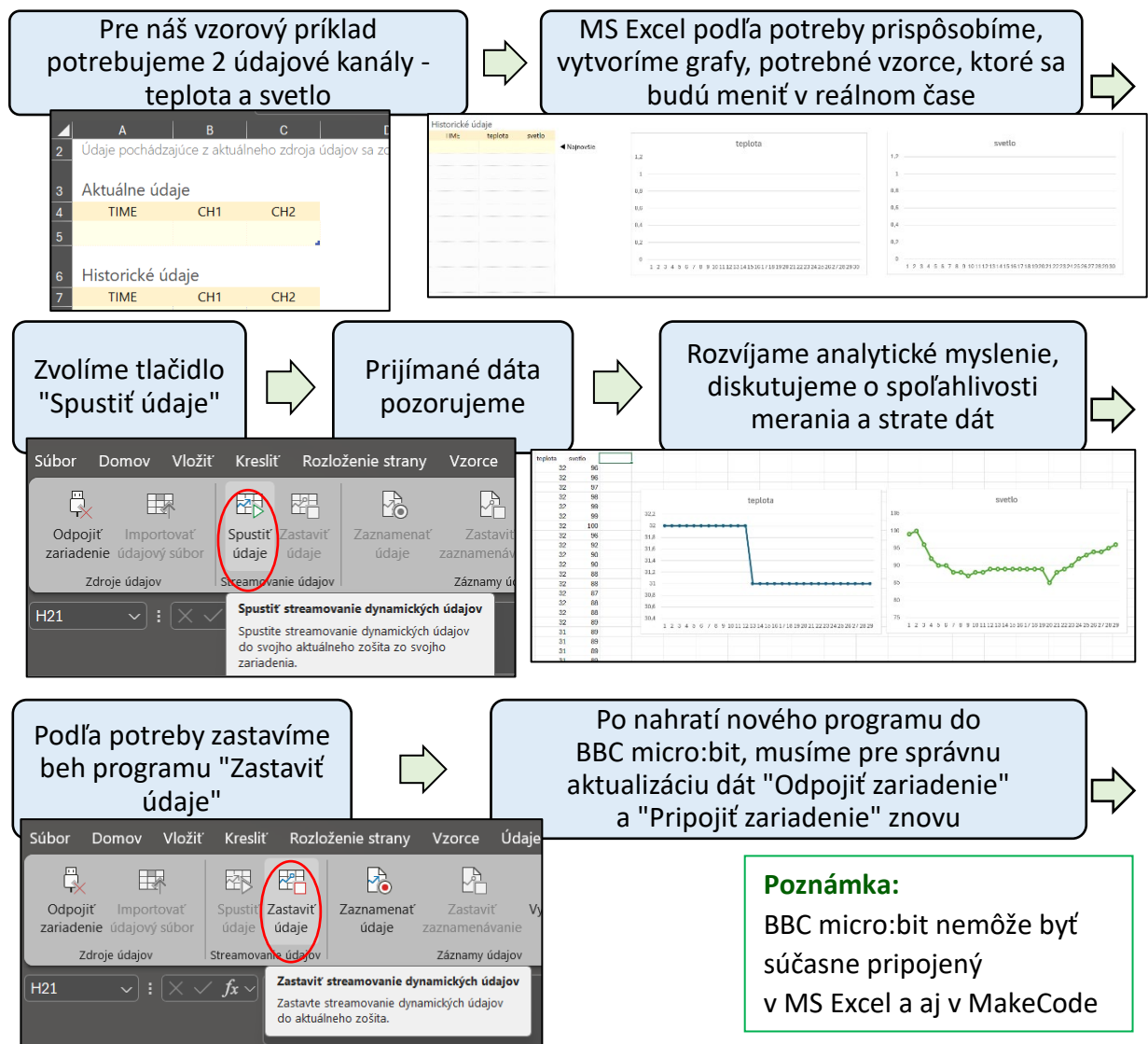


BBC micro:bit máme pripravený, naprogramovaný, prejdeme do prostredia MS Excel. Nasledujúca schéma ukazuje ako v **prostredí MS Excel** povoliť doplnok **Data Streamer** a pripojíme BBC micro:bit.

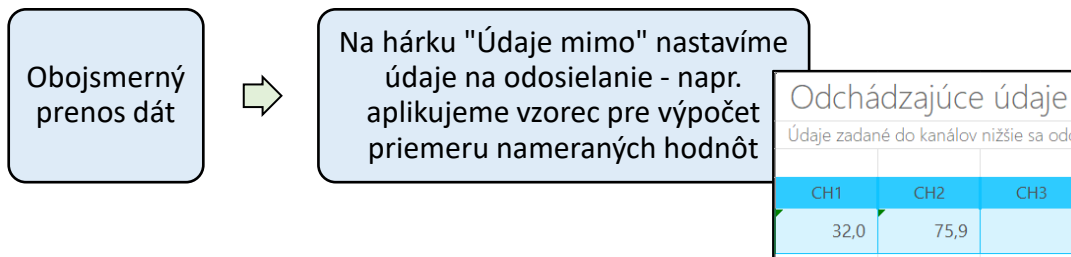


Doplnok Data Streamer v MS Excel umožňuje vytvárať interaktívne dátové tabuľky, ktoré komunikujú so zariadeniami ako BBC micro:bit v reálnom čase. Článok publikovaný na webovej stránke Microsoft Learn (MICROSOFT, 2022) poskytuje podrobný návod na vytvorenie vlastnej dátovej tabuľky.

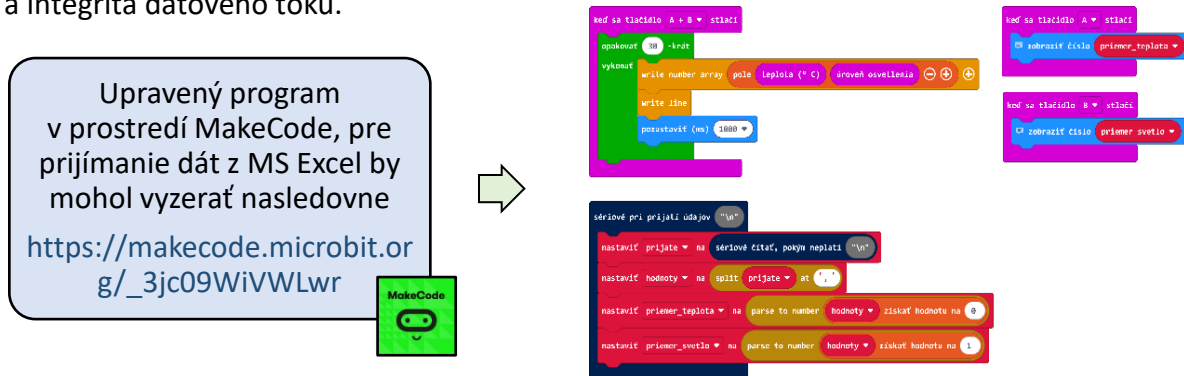
Vstupné údaje sa zobrazujú v hárku „Data In“ („Údaje v“), kde sú rozdelené na Aktuálne a Historické dáta. Používateľ si môže prispôsobiť počet riadkov a stĺpcov, smer zobrazovania údajov (najnovšie hore alebo dole), ako aj formátovanie a typ údajov. Výstupné údaje sa definujú v hárku „Data Out“ („Údaje mimo“) – ide o hodnoty, ktoré sa odosielajú späť do zariadenia, napr. čísla, texty alebo ovládacie príkazy. Tieto sa aktualizujú len pri zmene údajov v určených bunkách, čo umožňuje napr. reset programu, nastavenie hodnoty premennej alebo riadenie výstupných komponentov. Data Streamer obsahuje aj ovládacie prvky na nahrávanie a prehrávanie dát: tlačidlo Record Data („Zaznamenať údaje“) spustí ukladanie prichádzajúcich údajov, Stop Recording („Zastaviť zaznamenávanie“) ho ukončí a umožní export do formátu CSV, zatiaľ čo Import Data File („Importovať údajový súbor“) slúži na načítanie uložených dát po odpojení zariadenia. V hárku Settings (preklad „Nastavenie“) je možné nastaviť frekvenciu prenosu, veľkosť tabuľky, typ údajov, formátovanie výstupov a ďalšie parametre.



Aj keď sa pri prenose údajov z BBC micro:bitu do MS Excelu môžu vyskytnúť technické nedostatky – ako je spájanie hodnôt do jednej bunky, vynechávanie údajov či skreslenie meraní – tieto javy predstavujú výbornú príležitosť na rozvoj analytického myslenia žiakov. Umožňujú diskutovať o spoľahlivosti merania, o príčinách straty údajov, o synchronizácii medzi zariadeniami a o význame správneho nastavenia systémov. Takéto situácie môžu byť cennou ukážkou reálnych problémov v dátovej analýze, ktoré žiaci riešia v kontexte IoT a STEM vzdelávania. Vďaka tomu sa učia nielen pracovať s technológiou, ale aj kriticky vyhodnocovať kvalitu získaných dát.



Zaujímavým prvkom nástroja Data Streamer je aj schopnosť odosielania spracovaných dát späť do zariadenia. Pri prenose údajov o teplote a intenzite osvetlenia z mikrokontroléra BBC micro:bit je možné tieto dáta v prostredí MS Excel okamžite vizualizovať, podrobiť ich spracovaniu (napr. prostredníctvom výpočtu priemernej hodnoty všetkých zaznamenaných meraní) a následne odoslať späť do zariadenia. Implementácia tejto spätnej väzby môže byť realizovaná prostredníctvom stlačenia Tlačidla A pre zobrazenie teploty alebo stlačenia Tlačidla B pre intenzitu osvetlenia. Uvedený postup demonštruje obojsmernú komunikáciu medzi sensorovým systémom a analytickým softvérom, čím sa zabezpečuje kontinuita a integrita dátového toku.

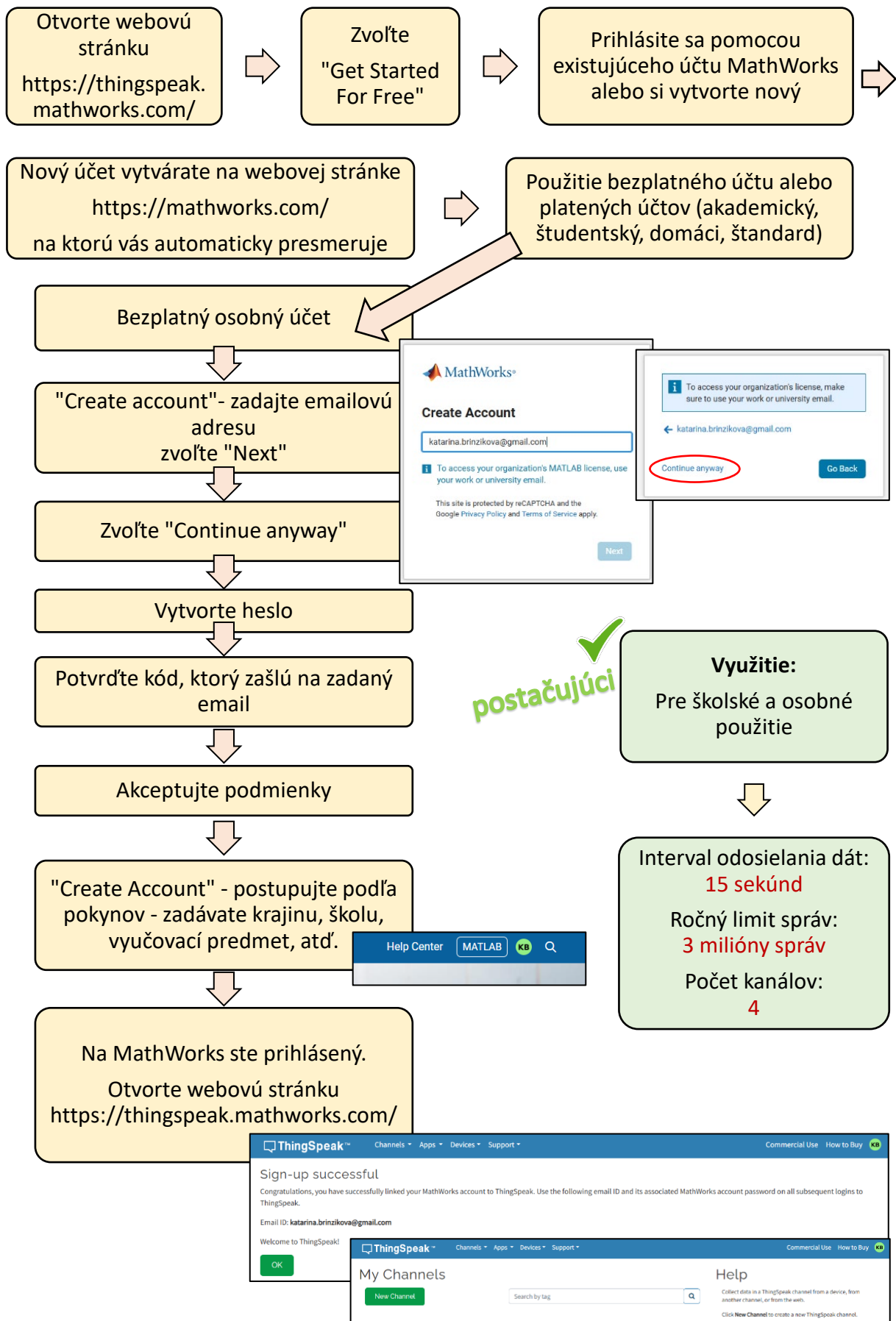


Použitie doplnku Data Streamer významne pomohlo pri aktivite *Ú7 Pravdepodobnosť a hod kockou a pravidelným mnohostenom* a pri analýze dát nameraných z Color senzora aktivita *Ú6 Pytagorova veta a sensorové meranie*.

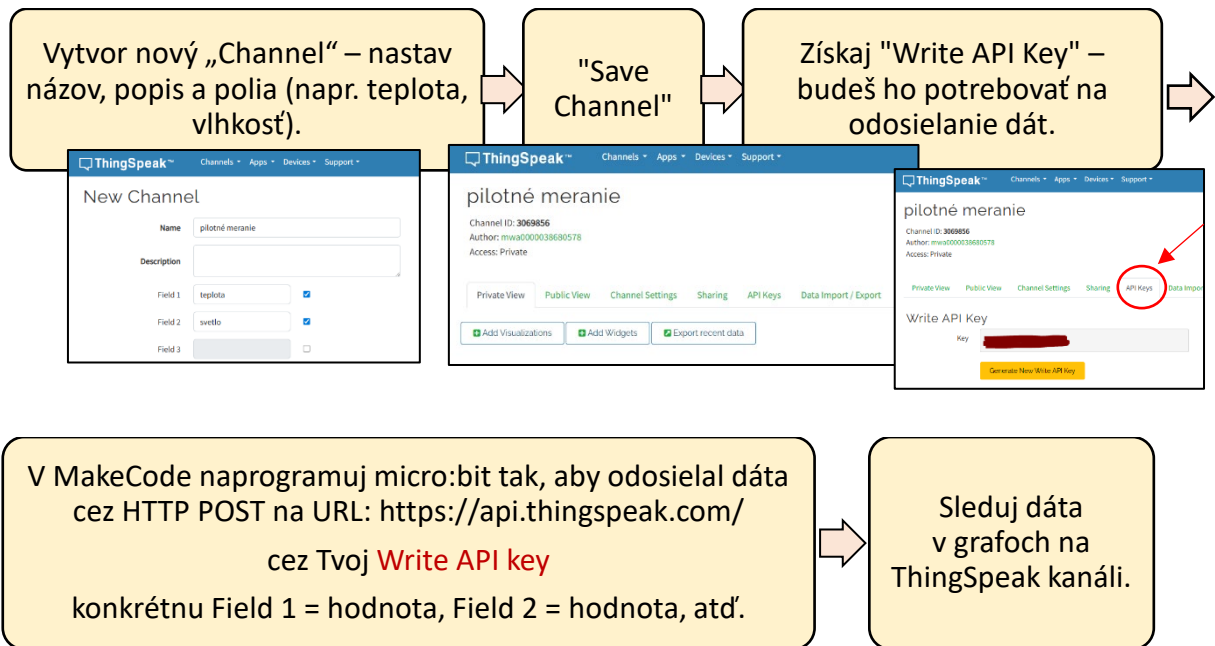
1.7 Ako prepojiť BBC micro:bit a platformu ThingSpeak

ThingSpeak je analytická platforma pre IoT, ktorá umožňuje zhromažďovať, vizualizovať a analyzovať živé dátové toky v cloude. ThingSpeak poskytuje API na prístup k dátam, ich získavanie a zaznamenávanie, čo umožňuje komunikáciu medzi internetovými zariadeniami. Platforma má integrovanú podporu pre MATLAB od MathWorks, čo umožňuje používateľom analyzovať a vizualizovať nahrané dáta pomocou MATLABu bez potreby zakúpenia licencie.

Návod ako **ThingSpeak** aktivovať nájdete v nasledujúcej schéme.

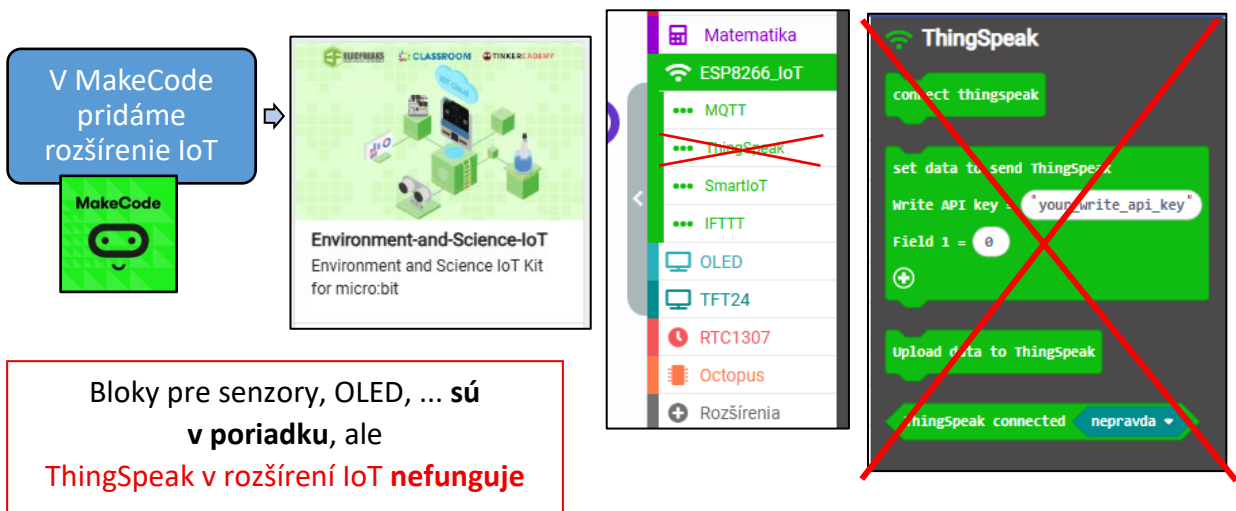


Návod ako **ThingSpeak** používať a pomocou **Write API Key** prepojiť s **BBC micro:bit** nájdete v nasledujúcej schéme:

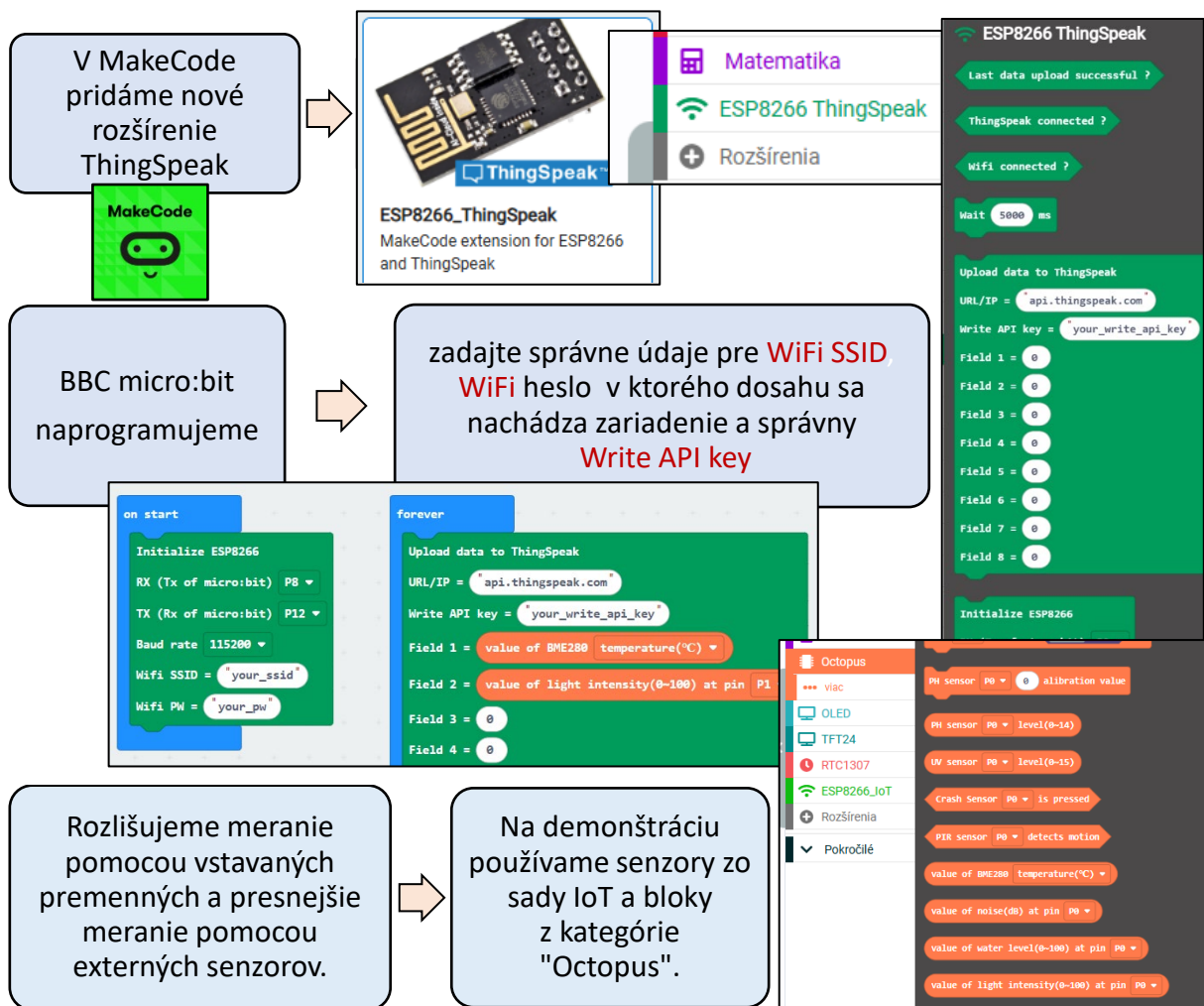


Príprava a naprogramovanie BBC micro:bitu.

Platforma ThingSpeak umožňuje bezdrôtový prenos, ukladanie a vizualizáciu dát zo senzorov BBC micro:bitu pomocou Wi-Fi modulu ESP8266, ktorý je súčasťou sady IoT kit. V prostredí MakeCode pridáme rozšírenie IoT (viď nasledujúca schéma). BBC micro:bit zapojíme do WiFi modulu ESP8266. Pre správne fungovanie je potrebné, aby používateľ zadal v programe názov a heslo WiFi siete (WiFi sieť musí byť stabilná a dostupná v mieste, kde sa nachádza zariadenie) a API kľúč (Write API Key) svojho ThingSpeak kanála. Žiaci môžu sledovať napr. teplotu či intenzitu osvetlenia v reálnom čase cez grafy v cloude. Tento prístup podporuje praktickú výučbu IoT, analýzu dát a automatizáciu prostredia. Voľne dostupná verzia platformy ThingSpeak umožňuje aktualizáciu dát v minimálnych 15-sekundových intervaloch, čo predstavuje limit pre frekvenciu zberu a vizualizácie senzorických údajov v reálnom čase. Avšak pre školské účely je toto obmedzenie postačujúce.



Pri praktickom skúmaní funkcionality IoT kitu s WiFi modulom sme narazili na problém. Bloky z rozšírenia ESP8266_IoT, konkrétne z podkategórie ThingSpeak, v čase testovania nefungovali – napriek správne nastaveniu WiFi pripojenia a API kľúča sa dáta na ThingSpeak nezobrazovali. Zistili sme, že problém pravdepodobne súvisí s neaktuálnosťou alebo chybou v tomto rozšírení. Vývojári zrejme pristúpili k jeho prepracovaniu a vytvorili nové **samostatné rozšírenie ESP8266_ThingSpeak** (viď nasledujúca schéma), ktoré sme následne implementovali. Toto rozšírenie umožnilo úspešné odosielanie dát na ThingSpeak a bolo použité v našom výskume, testovaní a analýze dát. Napriek tomu sa pôvodné rozšírenie ESP8266_IoT rozhodneme ponechať, pretože poskytuje funkčné bloky pre prácu so senzormi z IoT sady, ako aj pre výstup na OLED displej, ktoré sú nevyhnutné pre komplexné spracovanie a vizualizáciu údajov v našich experimentoch.

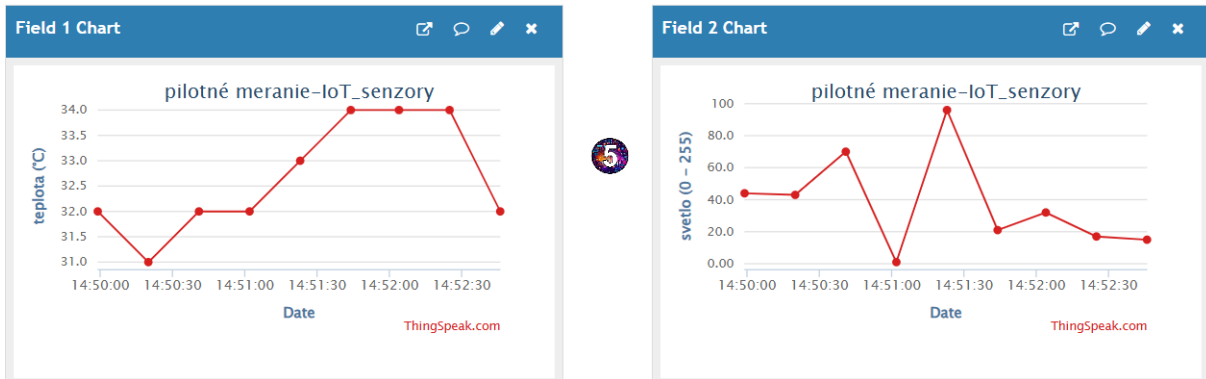


Nasledujúci blokový program MakeCode predstavuje univerzálny základ, do ktorého stačí doplniť vlastné údaje – názov dostupnej WiFi siete (SSID), heslo a vlastný Write API Key z ThingSpeak kanála. Program zabezpečí pripojenie k WiFi, overenie spojenia s ThingSpeak a odosielanie údajov zo senzorov (napr. teplota a svetelná intenzita). V prípade výpadku spojenia sa pokus o pripojenie automaticky opakuje.

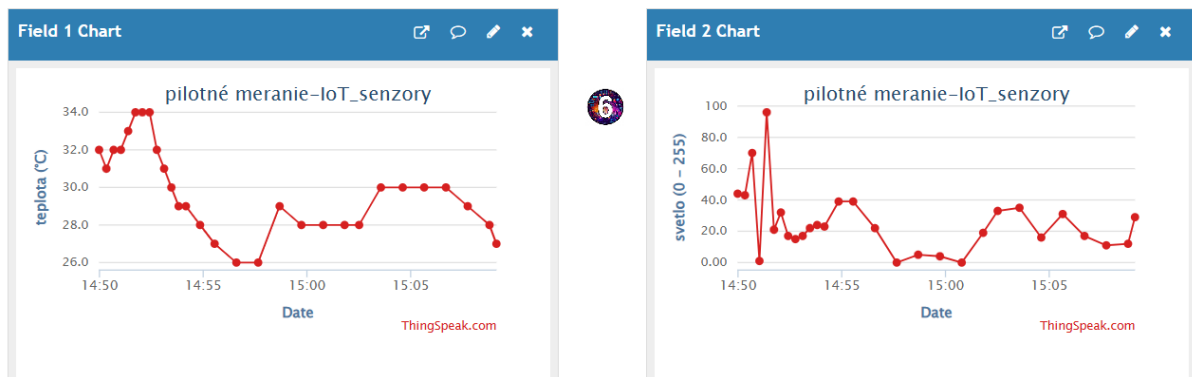


Program v MakeCode: <https://makecode.microbit.org/51vhDE3kRXF0>

Dáta sa automaticky odosielajú každých 15 sekúnd, pričom zariadenie môže nepretržite snímať hodnoty aj počas 24 hodín bez potreby priameho sledovania – všetky namerané údaje sa ukládajú na platformu ThingSpeak, kde sú následne dostupné na analýzu a vizualizáciu. Na obr. 5 a 6 môžeme pozorovať grafy po 9 a 56 nameraných vstupoch.



Obrázok 5: grafy v prostredí ThingSpeak po 9 nameraných vstupoch



Obrázok 6: grafy v prostredí ThingSpeak po 56 nameraných vstupoch

Platforma ThingSpeak ponúka dva výkonné doplnky – MATLAB Analysis Templates a MATLAB Visualizations Templates – ktoré umožňujú učiteľom a žiakom efektívne pracovať s IoT dátami. Pomocou základných analytických šablón je možné automaticky spracovávať údaje (napr. výpočet priemeru, minima, maxima) bez potreby programovania, zatiaľ čo vizualizačné šablóny umožňujú intuitívne zobrazovanie dát vo forme grafov priamo v kanáli ThingSpeak. Free verzia účtu MATLAB Analysis ponúka voľbu a skúmanie len jednej veličiny. Obe funkcie však podporujú rozvoj dátového myslenia, interpretáciu údajov a prepojenie senzorových meraní s analytickým softvérom v reálnom čase.

Namerané Dáta dokážeme exportovať v rôznych formátoch

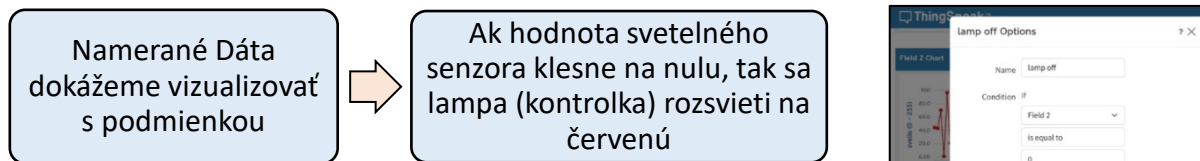
→

Export recent data ✕

pilotné meranie-IoT_senzory Channel Feed:	JSON XML CSV
Field 1 Data: teplota (°C)	JSON XML CSV
Field 2 Data: svetlo (0 - 255)	JSON XML CSV

Okrem grafického zobrazenia je možné aktuálne namerané hodnoty vizualizovať aj pomocou analógových alebo digitálnych ukazovateľov, prípadne kontroliek typu zelená –

červená, ktoré signalizujú stav systému. V záložke Private View je potrebné kliknúť na tlačidlo Add Widget, čím sa pridá nový vizualizačný prvok.



Pri platených verziách účtu na platforme ThingSpeak je možné nastaviť automatické varovania cez e-mail, ktorý sa aktivuje pri splnení definovaných podmienok – napr. pri prekročení teploty alebo výpadku senzora. Tieto upozornenia dopĺňajú vizualizačné prvky ako Gauge (analogový ukazovateľ) a Lamp Indicator (kontrolka), ktoré umožňujú prehľadné zobrazenie aktuálneho stavu systému priamo v kanáli. Ale tu sa už ponúka vlastná mobilná aplikácia vytvorená v prostredí MIT App Inventor.

Zhrnutie – ThingSpeak umožňuje zber dát z IoT zariadení (napr. BBC micro:bit + IoT:bit), vizualizáciu dát v grafoch a tabuľkách, analýzu dát pomocou MATLAB skriptov, zdieľanie dát cez verejné alebo súkromné kanály.

Pedagogický prínos a výhody:

- práca s cloudovými technológiami,
- vizualizácia dát v reálnom čase,
- tvorba interaktívnych projektov,
- základné programovanie API komunikácie.

Porovnanie vstavaných a externých senzorov v IoT projekte

Zaujímavou úlohou pre žiakov je porovnanie údajov získaných zo vstavaných senzorov BBC micro:bitu (napr. teplota procesora, intenzita svetla z LED matice) s údajmi z externých senzorov z o sady IoT kit (napr. teplomer BME280, svetelný senzor na analógovom pine). Pomocou modulu ESP8266 sa dáta odosielajú na platformu ThingSpeak, kde ich žiaci vizualizujú a analyzujú. Žiaci môžu porovnávať presnosť senzorov, sledovať vývoj teploty počas dňa, alebo pomocou MATLAB analyzovať koreláciu medzi intenzitou osvetlenia a teplotou. Aktivita podporuje kritické myslenie, interpretáciu rozdielov v meraniach a praktické zručnosti v oblasti IoT. Žiaci si uvedomia, že rôzne senzory môžu poskytovať odlišné hodnoty v závislosti od technológie merania a umiestnenia.

MATLAB a BBC micro:bit

Prepojenie BBC micro:bit s prostredím MATLAB je technicky možné, avšak vzhľadom na zložitost samotného softvéru a skutočnosť, že nie všetky školy disponujú licenciou MATLAB, nepredstavuje tento spôsob bežnú voľbu pre výučbu na ZŠ a SŠ. Využitie MATLABu môže byť vhodné najmä ako rozšírenie výučby v rámci záujmových krúžkov, projektového vyučovania alebo na vyšších stupňoch vzdelávania. Na čitateľovi ponechávame možnosť samostatne preskúmať túto integráciu (MATHWORKS Embedded Coder Team, 2025), najmä ak má záujem o pokročilejšie spracovanie dát alebo vývoj algoritmov.

1.8 Ako prepojiť BBC micro:bit a platformu MIT App Inventor

MIT App Inventor je vizuálne programovacie prostredie na tvorbu mobilných aplikácií, ktoré umožňuje prepojenie s IoT zariadeniami, napr. BBC micro:bit. Vďaka blokovému programovaniu je vhodný pre žiakov ZŠ (8., 9. ročník) a SŠ a podporuje rozvoj digitálnych kompetencií v súlade s novým kurikulumom.

Komunikácia medzi mobilnou aplikáciou a zariadením BBC micro:bit prebieha prostredníctvom technológie Bluetooth Low Energy (BLE), ktorá je energeticky úsporná a vhodná pre IoT aplikácie. Platforma Android poskytuje v prostredí MIT App Inventor stabilnú podporu BLE, zatiaľ čo podpora na platforme iOS je obmedzená a experimentálna. Z tohto dôvodu sa v edukačnej praxi preferuje využitie zariadení s operačným systémom Android.

Na realizáciu prepojenia je potrebné:

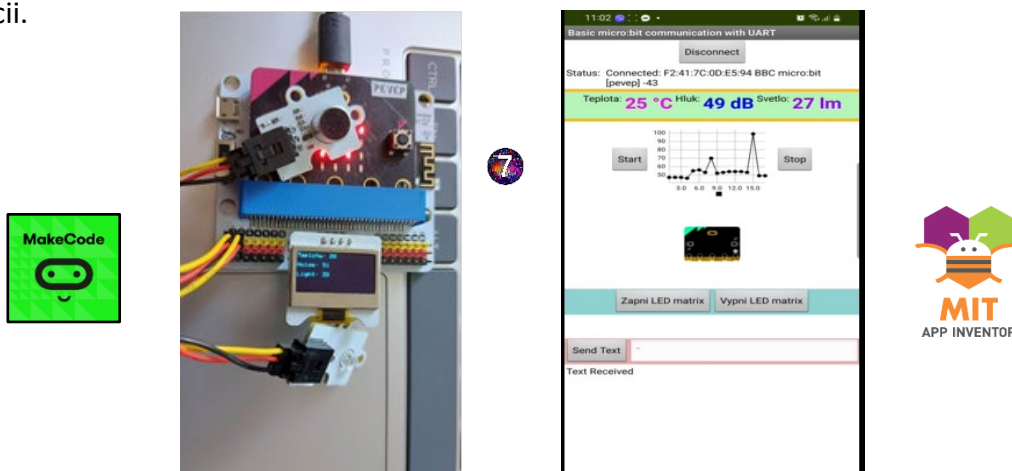
- pridať rozšírenie BluetoothLE v MIT App Inventore (MIT App Inventor, 2025),
- nakonfigurovať BBC micro:bit v MakeCode s rozšírením Bluetooth,
- použiť .aia projekt (napr. BTReadWrite.aia) na čítanie a zápis hodnôt.

MIT App Inventor umožňuje vizualizáciu dát (grafy, predikcie) a ich ukladanie do CloudDB. Žiaci môžu sledovať teplotu, vlhkosť či intenzitu osvetlenia v reálnom čase, analyzovať trendy a vytvárať jednoduché modely. Podrobné návody sú dostupné na webových stránkach MIT App Inventor: The Internet of Things: Data Acquisition and Analysis (MIT App Inventor, 2012-2025). Tento vzdelávací modul obsahuje:

- projekt Message Me (4 lekcie): nastavenie zariadení, odosielanie a prijímanie správ, riadenie motora alebo svetla,
- projekt Gardening with Data (3 lekcie): zber dát zo svetelných senzorov, tvorba grafov, sledovanie trendov, rozšírenie o senzory teploty a vlhkosti.

Modul je navrhnutý na 8 × 50-minútových hodín a podporuje rozvoj IoT konceptov, analýzu dát a riešenie reálnych problémov. Súčasťou sú hotové .aia projekty a .hex súbory, ktoré umožňujú okamžité zapojenie do výučby bez potreby zložitého programovania.

Obrázok 7 znázorňuje prepojenie zariadenia BBC micro:bit s aplikáciou vytvorenou v MIT App Inventor, kde sú dáta zo senzorov prenášané cez BLE a následne vizualizované v mobilnej aplikácii.



Obrázok 7: BBC micro:bit a vlastná aplikácia

2 MATEMATICKÉ MODELOVANIE A METÓDY ANALÝZY DÁT

Matematické modelovanie v školskom vzdelávaní predstavuje proces, pri ktorom sa reálne problémy a situácie opisujú pomocou matematických pojmov a vzťahov. Žiaci využívajú matematické nástroje a techniky na vytváranie abstraktných modelov, ktoré reprezentujú konkrétne systémy alebo javy. Tento prístup umožňuje prepojenie matematiky s informatikou, pretože žiaci často používajú počítačové programy a algoritmy na analýzu a optimalizáciu správania týchto systémov. Cieľom je rozvíjať kritické myslenie, schopnosť riešiť problémy a aplikovať teoretické poznatky v praktických situáciách. Matematické modelovanie tak podporuje interdisciplinárne vzdelávanie a pripravuje žiakov na budúce štúdium a kariéru v technických a prírodovedných odboroch.

Kľúčové aspekty matematického modelovania:

- **Identifikácia problému:** Určenie konkrétneho problému alebo otázky, ktorú chceme riešiť.
- **Matematizácia:** Prevod reálneho problému do matematického jazyka, vrátane definovania premenných, rovníc a vzťahov.
- **Analýza modelu:** Použitie matematických metód na riešenie rovníc a analýzu výsledkov.
- **Validácia:** Overenie, či model správne reprezentuje realitu a či sú jeho predpovede presné.
- **Aplikácia:** Použitie modelu na riešenie praktických problémov, optimalizáciu procesov alebo predpovedanie budúcich udalostí.

V novom Štátnom vzdelávacom programe pre základné vzdelávanie pre Slovensko (ŠVP), ktorý je platný od 1. 9. 2023 sa tematický celok zameraný na matematické modelovanie a analýzu dát v kontexte informatiky a matematiky skutočne objavuje (MŠVVaM SR, 2023). Dokument „Sprievodca zmenami vo vzdelávacej oblasti Matematika a informatika“ uvádza, že nové vzdelávacie štandardy zahŕňajú práve tieto oblasti ako súčasť modernizácie kurikula pre 21. storočie (Vzdelávanie 21. storočia, 2023). Je dôležité spomenúť, že podľa novej kurikulárnej reformy sa kladie dôraz na gramotnosti, najmä dátovú, digitálnu, matematickú a vedeckú, ktoré sú neodmysliteľnou súčasťou vzniknutých aktivít.

Matematické modelovanie je dôležitým nástrojom, ktorý umožňuje žiakom prepájať matematické poznatky s reálnymi javmi, rozvíjať kritické myslenie a aplikovať teoretické poznatky v praktických situáciách. V spojení s informatikou podporuje interdisciplinárne vzdelávanie a systematický rozvoj dátovej, digitálnej, matematickej a vedeckej gramotnosti, ktoré sú kľúčové v kontexte vzdelávania pre 21. storočie.

V nasledujúcich aktivitách sa matematické modelovanie uplatňuje pri riešení konkrétnych IoT úloh, ako je monitorovanie prostredia, regulácia a automatizácia systémov, analýza senzorových dát a rozhodovanie na základe nameraných hodnôt. Prehľad ukazuje, aké matematické nástroje a metódy analýzy dát sú v jednotlivých IoT projektoch použité a ako sa ich náročnosť a miera abstrakcie postupne rozvíjajú naprieč vzdelávacími cyklami.

V tejto didaktickej príručke sa matematické modelovanie realizuje najmä takto:

- pomocou **Pytagorovej vety a euklidovskej vzdialenosti** na výpočet vzdialenosti bodov v rovine a priestore, napr. pri určovaní vzdialenosti farieb RGB v priestore a hľadani „najbližšej farby“ v aktivite **Ú6 Pytagorova veta a senzorové meranie**;
- pomocou **osovej a stredovej súmernosti** pri modelovaní geometrických zobrazení na LED matici, pri pohybe robotov (synchronizovaný tanec), pri LED indukčnom kaleidoskope v aktivitách **Ú9 Osová a stredová súmernosť a robotický tanec** a **Ú10 Osová a stredová súmernosť a indukčný kaleidoskop**;
- pomocou jednoduchých **lineárnych vzťahov a funkcií** (závislosť teploty, vlhkosti či hluku od času) v aktivitách **Ú1 Závislosť teploty od času a simulátor klimatizácie** a **Ú2 Lineárne vzťahy a smart skleník**;
- pomocou **výpočtu váženého ťažiska hmotných bodov a matematického modelovania polohy objektu** (napr. určenie súradníc modelovej pozície záchranej stanice na základe údajov o počte nehôd v jednotlivých lokalitách) v aktivite **Ú3 Poloha bodu v rovine a pozícia záchranej stanice**;
- pomocou **analýzy meraných údajov a časových radov** (sledovanie priebehu veličín v čase, porovnávanie, hľadanie trendov a extrémov, základ pre jednoduché predikcie hodnôt) pri monitorovaní vetra, teploty a seizmickej aktivity v aktivite **Ú4 Prahové hodnoty a varovný systém**;
- pomocou **logaritmickej funkcie** pri modelovaní magnitúdy seizmických otrasov (seizmometer s BBC micro:bitom a Data Streamer) – aktivita **Ú5 Analýza časových radov a seizmické dáta**;
- pomocou **pravdepodobnosti, frekvenčných tabuliek, histogramov a Gaussovej krivky** pri modelovaní náhodných javov (hody kockou a pravidelným mnohostenom) v aktivite **Ú7 Pravdepodobnosť a hod kockou alebo pravidelným mnohostenom**;
- pomocou **trojuholníkovej nerovnosti** a rozhodovacích pravidiel (algoritmov) pri generovaní a testovaní náhodných trojíc strán, posudzovaní ich vhodnosti na zostrojenie trojuholníka a pri následnej AI klasifikácii typov trojuholníkov v aktivite **Ú8 Trojuholníková nerovnosť a rozpoznávanie tvarov**;
- pomocou **štatistických metód** (priemer, minimum, maximum, rozptyl, smerodajná odchýlka, kategorizácia intervalov, prahovanie) pri analýze dát zo senzorov (teplota, svetlo, otrasy) naprieč viacerými aktivitami (najmä **Ú1, Ú2, Ú4, Ú5, Ú7**).

Cieľom matematického modelovania v týchto aktivitách je **prepojiť školskú matematiku (geometria, funkcie, pravdepodobnosť, štatistika)** s reálnymi údajmi z IoT senzorov, umožniť žiakom **predikovať správanie systémov, optimalizovať riešenia** a rozvíjať dátovú, digitálnu a vedeckú gramotnosť v kontexte nového kurikula „Vzdelávanie 21. storočia“.

2.1 Návrhy aktivít

V tejto kapitole sú prezentované návrhy aktivít, ktoré boli vyvinuté a overené v rámci dizertačného výskumu s cieľom podporiť implementáciu nových vzdelávacích štandardov do praxe. Aktivity vznikli v spolupráci medzi autorkou tejto didaktickej príručky a učiteľmi ZŠ a SŠ. Časť aktivít bola navrhnutá autorkou a overená inými učiteľmi a lektormi o.z. ERUDO, pričom spätná väzba slúžila na ich úpravu a optimalizáciu. Druhá skupina aktivít bola navrhnutá učiteľmi a overená autorkou práce, čo umožnilo získať pohľad z rôznych pedagogických kontextov a zvýšiť validitu návrhov.

Pri tvorbe aktivít bol použitý prístup **Výskum prostredníctvom vývoja (Design-Based Research, DBR)** je v slovenskom prostredí podrobnejšie rozpracovaný v publikáciách (KALAŠ, 2009) a Základy pedagogického výskumu (KALAŠ a kol. autorov, 2011) ktoré zdôrazňujú jeho vhodnosť pre edukačný výskum, najmä pri zavádzaní inovácií založených na technológiách. DBR spája vývoj vzdelávacích intervencií s empirickým výskumom ich fungovania v autentických podmienkach. Podľa Kalaša možno DBR charakterizovať šiestimi princípmi, ktoré rámcujú jeho praktickú realizáciu:

1. Prelínanie vývoja a teórie – proces vývoja vzdelávacích prostredí a tvorba teórií o učení prebiehajú súbežne. Nové poznatky vznikajú počas samotného navrhovania a testovania intervencií.
2. Opakujúce sa cykly – DBR prebieha v iteratívnych cykloch vývoja, nasadenia, pozorovania, analýzy a ďalšieho návrhu, ktoré však netvoria striktné lineárny postup. Jednotlivé fázy sa vzájomne prelínajú a prebiehajú paralelne, pričom pozorovanie a analýza spätne ovplyvňujú návrh aj teoretické uchopenie riešenia. Tento proces je znázornený na obr. 8, ktorý zachytáva komplexný charakter DBR ako dynamického systému, v ktorom sa praktický vývoj vzdelávacích intervencií neustále prepája s teóriou učenia.
3. Tvorba prakticky využiteľnej teórie – výstupom DBR nemá byť len funkčná intervencia, ale aj teoretické poznanie, ktoré môžu využiť učitelia i výskumníci.
4. Analýza fungovania intervencií v praxi – DBR dokumentuje úspechy aj zlyhania, sleduje interakcie medzi aktérmi a objasňuje mechanizmy, ktoré ovplyvňujú učenie a rozvoj kompetencií.
5. Iteratívne výskumné metódy – metódy zberu a analýzy dát sú prispôsobené iteráciám. Vysvetľujú, ako a prečo sa pozorované javy objavujú po nasadení intervencie v reálnom prostredí.
6. Sústavný zber a analýza dát – každá iterácia je sprevádzaná systematickým zberom dát (kvalitatívnych aj kvantitatívnych) a ich následnou analýzou, ktorá informuje ďalšie úpravy riešenia.



Obrázok 8: cykly DBR

Tento postup umožnil priebežne prispôbovať jednotlivé aktivity potrebám žiakov v rámci cyklov novej kurikulárnej reformy a zohľadniť reálne podmienky vyučovania matematiky a informatiky. V prvej iterácii vznikli pôvodné návrhy IoT úloh a pracovných listov. Druhá iterácia zahŕňala pilotné overovanie v rôznych vzdelávacích prostrediach, so zameraním na zrozumiteľnosť krokov, primeranosť náročnosti a interpretáciu zozbieraných dát. Následne boli aktivity v tretej iterácii upravené podľa spätnej väzby (najmä doplnenie matematických cieľov podľa cyklov, zjednodušenie krokov, vizualizácia dát, úpravy programov v prostredí MakeCode). Vo štvrtej iterácii prebehlo overenie vo vyučovaní a finalizácia metodických pokynov.

Na overovaní sa podieľalo osem učiteľov zo ZŠ a SŠ. Pozitívne hodnotili prepojenie IoT, matematiky a analýzy dát, jasnú štruktúru aktivít a primeranosť úloh pre cykly. Ich odporúčania boli zapracované do tejto verzie príručky. Viacerí overovatelia prejavili záujem o pokračovanie príručky s ďalšími zaujímavými aktivitami (v pláne sú aktivity s MaqueenPlusV2, Gravity: Husky Lens AI Vision a ďalšie roboty využívajúce AI).

Na konci kapitoly ešte uvádzame **Prehľad aktivít** Tabuľka 3, ktorý poskytuje rýchlu orientáciu v ich obsahu. Následne sú jednotlivé aktivity podrobne opísané podľa jednotnej štruktúry:

- stručná charakteristika (názov, cieľ, cieľová skupina, časová dotácia, použité technológie),
- teoretický základ (matematické a informatické koncepty),
- opis realizácie (postup krokov, didaktické pomôcky),
- výsledky overenia (problémy, úspešné riešenia, spätná väzba),
- reflexia autora (odporúčania, možnosti rozšírenia).

Obrázky v každej aktivite sú číslované samostatne **od čísla 1**. Toto číslovanie sa vždy začína nanovo pri každej aktivite, aby bola zachovaná prehľadnosť a jednoduchá orientácia – ak si čitateľ otvorí napr. aktivitu Ú3, obrázky budú nadväzovať a začínať číslovaním Ú3 - 1.

V charakteristike uvádzame **Vzdelávacie ciele, obsahové a výkonové štandardy**. Vzdelávacie ciele vyjadrujú zámery aktivity, napr. osvojenie princípov zberu a analýzy dát, modelovanie závislostí veličín či aplikáciu automatizácie. Obsahové štandardy určujú témy, ktoré sa preberajú, ako napr. závislosť veličín od času, grafické znázornenie alebo automatizácia procesov. Výkonové štandardy opisujú merateľné očakávané výkony žiaka – napr. schopnosť naprogramovať mikrokontrolér, zaznamenať dáta a vytvoriť graf.

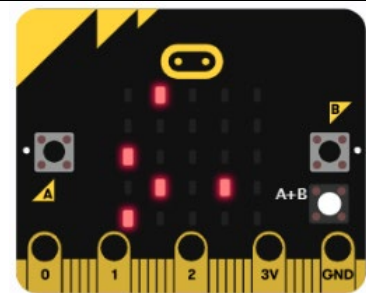
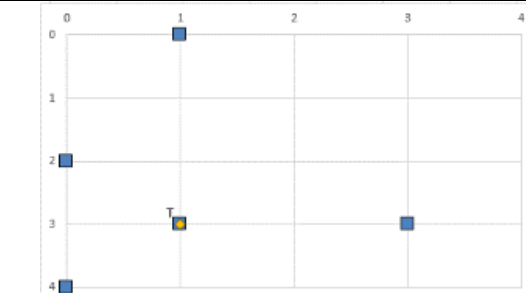
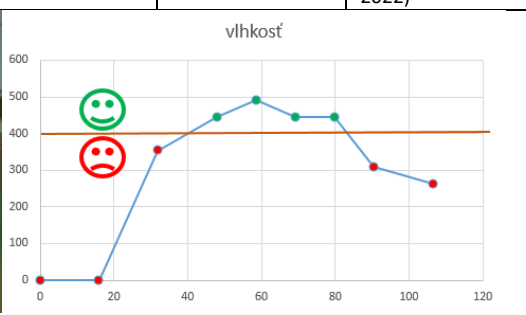
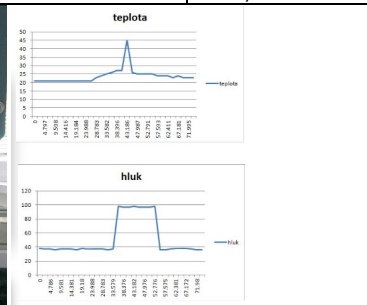
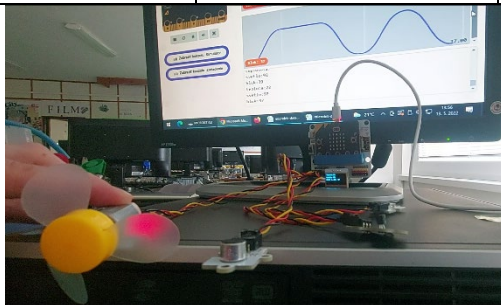
Pri každej aktivite možno použiť univerzálnu hodnotiacu tabuľku vid' Tabuľka 2.

Tabuľka 2: Hodnotiaca tabuľka

Hodnotenie výstupov žiakov		
Kritérium hodnotenia	Popis	Body (0–3) *
Technické zručnosti	Zapojenie a programovanie BBC micro:bitu	
Porozumenie dátam	Interpretácia grafov a závislostí	
Matematické ciele	veličiny, tabuľky, grafy, základná štatistika, analýza trendov a variabilita dát	
Tímová spolupráca	Zapojenie do skupinovej práce, komunikácia, rozdelenie úloh	
Prezentácia výstupu	Jasnú vysvetlenie princípu simulátora	
Reflexia a sebahodnotenie	Vyplnenie reflexie, schopnosť pomenovať, čo sa naučil/a	
Celkový počet bodov: _____ / 15		
* 0 bodov – nepreukázal/a danú zručnosť alebo výstup chýba, 1 bod – čiastočne splnené, s pomocou učiteľa, 2 body – splnené samostatne, drobné nedostatky, 3 body – výborné zvládnutie, samostatne a kvalitne.		

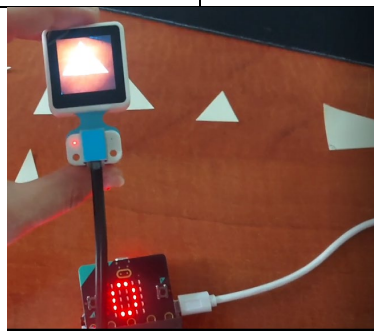
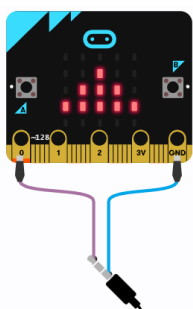
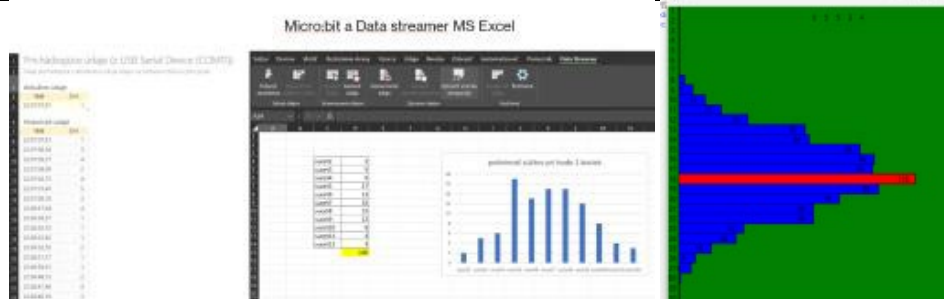
Tabuľka 3: Prehľad aktivít – náhľad

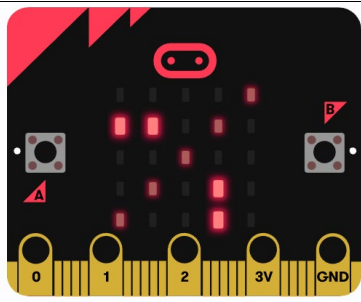
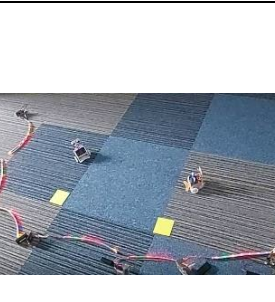
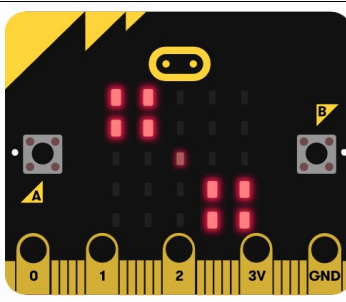
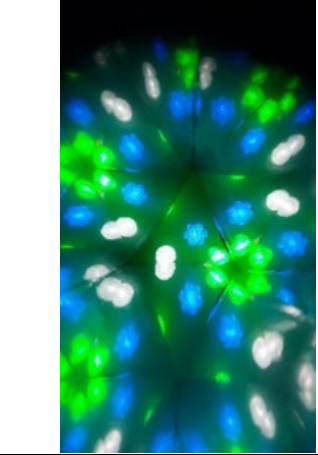

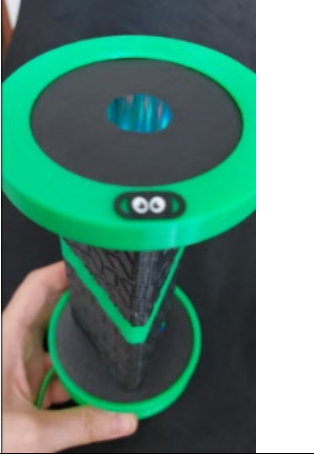
Aktivita	Cieľ	Použité technológie	Matematické aspekty	Navrhov / Overoval
<p>Ú1 – Závislosť teploty od času a simulátor klimatizácie</p>	<p>Vytvoríť model Simulátor klimatizácie použitím IoT sád s využitím BBC micro:bit, ktorý bude regulovať zapínanie a vypínanie ventilátora na základe nameranej teploty.</p> <p>Zamerať sa na zber vizualizáciu a analýzu dát v kontexte IoT.</p>	<p>HW: BBC micro:bit, odporúčaná sada Smart Home Kit alebo Smart Health Kit, (WiFi modul, teplotný senzor, motorček-ventilátor, hlukomer, OLED displej);</p> <p>SW: MS MakeCode, MS Excel, ThingSpeak</p>	<p>Lineárne vzťahy a funkcie (závislosť teploty/hluku od času); analýza dát, grafy; štatistika (priemer, maximum, minimum)</p>	<p>Navrhla autorka a žiaci ZŠ / Overili učiteľia a študenti PF UPJŠ / iterovala autorka</p> <p>Ždaňa-City: The Next Generation (BRINZIKOVÁ, K. a žiaci ZŠ Ždaňa, 2022)</p>
<p>Ú2 – Lineárne vzťahy a smart skleník</p>	<p>Vytvoríť model Smart skleník s automatickým polievaním podľa stavu vlhkosti pôdy a reguláciou svetla.</p> <p>Zamerať sa na zber a analýzu dát v kontexte IoT.</p>	<p>HW: BBC micro:bit; odporúčaná sada Smart Home Kit, Smart Health Kit, (WiFi modul, teplotný senzor, čerpadlo, hadička, LED svetlo, OLED displej),</p> <p>SW: MS MakeCode, MS Excel, ThingSpeak</p>	<p>Lineárne vzťahy, grafy, štatistika, analýza trendov; vyhľadávanie extrémov</p>	<p>Navrhla autorka a žiaci ZŠ / Overili učiteľia / iterovala autorka</p> <p>Ždaňa-City: The Next Generation (BRINZIKOVÁ, K. a žiaci ZŠ Ždaňa, 2022)</p>
<p>Ú3 – Poloha bodu v rovine a pozícia záchranej stanice</p>	<p>Vytvoríť program, ktorý nájde ťažisko náhodne vygenerovaných bodov (súradnice x, y), zároveň program priradí týmto bodom váhy (náhodne od 0 do 5). Doplnkovou úlohou je zobrazovanie údajov v reálnom čase cez Data Streamer v MS Excel (alebo Geogebra).</p>	<p>HW: BBC micro:bit</p> <p>SW: MS MakeCode, MS Excel, Geogebra)</p>	<p>Analýza dát, optimalizácia, výpočet ťažiska, grafy</p>	<p>Inšpirácia doc. Lukáč z PF UPJŠ/ Overila a iterovala autorka a žiaci ZŠ, študenti PF UPJŠ</p>



<p>Ú4 – Prahové hodnoty a varovný systém</p>	<p>Navrhnutí a vybudovať jednoduchý varovný systém pre monitorovanie 3 živlov – sily vetra, seizmickej aktivity (otrasy) a teploty. Zamerat' sa na odosielanie a spracovanie dát.</p>	<p>HW: BBC micro:bit, IoT sady, senzory; SW: MS MakeCode, MS Excel, MIT App Inventor</p>	<p>Analýza dát, štatistika, predikcie hodnôt</p>	<p>Navrhla učiteľka RNDr. Jana Hvizdošová G Košice / Overila a iterovala autorka a žiaci ZŠ</p>
<p>Ú5 – Analýza časových radov a seizmické dáta</p>	<p>Vytvoriť model na detekciu vibrácií pomocou akcelerometra BBC micro:bitu, ktorý bude merať záchvevy budovy, odosielať údaje do MakeCode a MS Excelu s doplnkom Data Streamer na vizualizáciu a analýzu trendov. Doplnkovou úlohou je odosielať dáta aj mobilnej aplikácie vytvorenej v MIT App Inventor.</p>	<p>HW: BBC micro:bit, akcelerometer (integrovaný v BBC micro:bit), prípadne externý senzor vibrácií, WiFi modul, OLED displej; SW: MS MakeCode, MS Excel, ThingSpeak, MIT App Inventor</p>	<p>Analýza časových radov, štatistické metódy (priemer, smerodajná odchýlka, identifikácia anomálií) Vizualizácia dát (grafy, trendové čiary)</p>	<p>Inšpirácia SoS Praha 2022 / Overila autorka a žiaci ZŠ, študenti PF UPJŠ / iterácia Ú4, Ú5</p>
<p>Ú6 – Pytagorova veta a senzorové meranie</p>	<p>Vytvoriť model na rozpoznávanie farieb pomocou RGB hodnôt získaných zo senzora Color Sensor; Nájsť najbližšiu farbu zo zoznamu farieb – výpočet vzdialenosti dvoch bodov v priestore. Analýza nameraných dát. Doplnková úloha: Hudobná cesta – autíčko s Color senzorom prechádza po farebnej dráhe – jednotlivé farby charakterizujú noty.</p>	<p>HW: BBC micro:bit, color senzor; SW: MS MakeCode, MS Excel (3D model)</p>	<p>Pytagorova veta, analýza dát, transformácia, matice, štatistika, predikcie hodnôt</p>	<p>Navrhla a zrealizovala autorka a žiaci ZŠ, študenti PF UPJŠ/ Overili učiteľka – Science on Stage. Iterovala autorka. Dráčik Integračík (Brinziková, žiaci ZŠ Ždaňa)</p>

<p style="text-align: center;">Ú7 – Pravdepodobnosť a hod kockou alebo pravidelným mnohostenom</p>	<p>Naprogramovať BBC micro:bit tak, aby vygeneroval napr. 100 hodov kockou (alebo 2 kockami). Pomocou rozšírenia Data Streamer odosielať údaje do MS Excel.</p> <p>Analyzovať dáta, vytvoriť graf, ktorý sa mení v aktuálnom čase.</p> <p>Doplnková úloha: Vytvoriť simuláciu v prostredí Python tak, aby znázorňovala súčty ľubovoľného počtu hodov s ľubovoľným počtom kociek; analýza pravdepodobnosti.</p>	<p>HW: BBC micro:bit, SW: MakeCode, MS Excel, Python</p>	<p>Pravdepodobnosť, početnosť, grafy, Gaussova krivka a normálne rozdelenie pravdepodobnosti</p>	<p>Inšpirácia Science on Stage 2022 (Lindner, Harpham, 2022) a (learn.microsoft.com, 2024)</p> <p>Hod pravidelným mnohostenom navrhol žiak gymnázia Jakub Horváth na PF UPJŠ Krúžok STEM 2023 / Overila a iterovala autorka</p>
<p style="text-align: center;">Ú8 – Trojuholníková nerovnosť a rozpoznávanie tvarov</p>	<p>Vytvoriť program na generovanie hodnôt a kontrolu trojuholníkovej nerovnosti – údaje prípadne odosielať na druhý BBC micro:bit (nie je to nutné).</p> <p>Doplnková úloha: Pre Smart AI Lens použiť režim Learn a „naučiť“ kameru rozlišovať typy trojuholníkov – pravouhlý, ostrouhlý a tupouhlý.</p>	<p>HW: BBC micro:bit, AI Smart Lens KIT SW: MS MakeCode</p>	<p>Trojuholníková nerovnosť</p>	<p>Navrhla a overila učiteľka Mgr. Eva Kovalčíková SOŠ Košice/ Overila a iterovala autorka - doplnené rozšírenie o Smart AI Lens</p>
<p style="text-align: center;">Ú9 – Osová a stredová súmernosť a robotický tanec</p>	<p>Vytvoriť program, ktorý stlačením tlačidla zobrazuje body, čiary, útvary v osovej alebo v stredovej súmernosti. Pre lepšiu viditeľnosť použiť rôznu jas svietivosti LED diód na matici BBC micro:bitu.</p> <p>Doplnková aktivita: na zvolenú hudbu vytvoriť synchronizovaný tanec dvoch, poprípade viacerých robotov. Pre lepší efekt je použitie LED pásov vitané - vizualizácia súmernosti.</p>	<p>HW: BBC micro:bit, roboty (Ring:bit car, Maqueen), LED NeoPixel pásiky SW: MS MakeCode</p>	<p>Zobrazovanie základných geometrických útvarov v stredovej a osovej súmernosti Geometrické zobrazenia, perióda</p>	<p>Navrhla a overila učiteľka Mgr. Eva Kovalčíková SOŠ Košice/ Overila a iterovala autorka so žiakmi na PF UPJŠ Tábor STEAM 2022</p>



			
<p>Ú10 – Osová a stredová súmernosť a indukčný kaleidoskop</p>	<p>Vytvorí model elektronického Kaleidoskopu</p> <p>Metodický list vznikol v spolupráci s ERUDO - EduPower - vzdelávanie s energiou</p> <p>Kaleidoskop - optika v pohybe - Erudo</p>	<p>HW: 3D tlačiareň, small inductive coil and wireless LED kit</p> <p>SW: MS MakeCode</p>	<p>zobrazovanie základných geometrických útvarov v stredovej a osovej súmernosti</p> <p>Navrhla autorka a žiaci ZŠ / Overili a iterovali učiteľia, lektori</p> <p>inšpirácia (Becky Stern, Debra Ansell - 3D-Printed-Light-Up-Kaleidoscope)</p>
			
<p>Aktivity vedú žiakov k pochopeniu, že matematický model nie je realita, ale jej zjednodušený opis, ktorý má svoje obmedzenia a možnosti ďalšieho zlepšovania.</p>			

Ú1 Závislosť teploty od času a simulátor klimatizácie

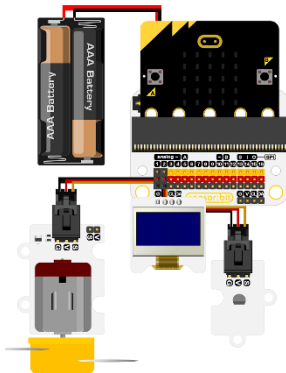
Návrh aktivity Ú1 Závislosť teploty od času a simulátor klimatizácie (IoT modelovanie závislosti teploty a hluku)	
Ročník: 9. ročník ZŠ Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny	Typ aktivity: Projektová úloha/praktická aktivita – IoT a matematické modelovanie
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika Téma/tematický celok: <ul style="list-style-type: none"> • Matematické modelovanie reálnych javov pomocou digitálnych technológií. • Zber, vizualizácia a analýza dát v kontexte IoT. • Prepájanie algoritmického myslenia s praktickým využitím senzorov a mikrokontrolérov. 	
Zadanie: Navrhňte simulátor klimatizácie pomocou mikrokontroléra BBC micro:bit a senzorov. Úlohou je: <ul style="list-style-type: none"> • modelovať závislosť teploty od času, • sledovať vplyv stúpajúcej teploty na zapnutie ventilátora (klimatizácie), • sledovať súvisiacu zmenu úrovne hluku v miestnosti (sprievodný jav pri spustení servo motorčeka), • analyzovať zozbierané dáta pomocou grafov alebo IoT platformy. 	
Kľúčové slová: IoT, BBC micro:bit, Teplotný senzor, Hlukomer, Automatizácia, Lineárna závislosť, Grafy, Sériové rozhranie, Data Logging, ThingSpeak, MakeCode, MS Excel, STEM, Dátová gramotnosť, Programovanie, Modelovanie	
Vzdelávacie ciele: <ul style="list-style-type: none"> • Osvojiť si princípy zberu, spracovania a analýzy dát pomocou IoT senzorov. • Modelovať závislosť veličín (teplota, hluk) od času a interpretovať výsledky. • Aplikovať princíp automatizácie na základe senzorických údajov. • Spolupracovať v tíme, riešiť problémy a využívať digitálne nástroje. 	
Obsahové štandardy: (témy – učivo) <ul style="list-style-type: none"> • Závislosť veličín od času, grafické znázornenie údajov • Automatizácia a riadenie procesov pomocou mikrokontrolérov • Interpretácia dát a ich vizualizácia • Bezpečnosť pri práci s elektronickými komponentmi 	Výkonové štandardy: (žiak vie – zručnosti a činnosti) <ul style="list-style-type: none"> • Zaznamenať a interpretovať namerané teplotné a hlukové dáta. • Naprogramovať mikrokontrolér BBC micro:bit na základe podmienky (teplotný prah). • Vytvoriť graf závislosti veličín a analyzovať jeho priebeh. • Diskutovať o možnostiach využitia IoT technológií v reálnom živote.
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...): <ul style="list-style-type: none"> • graf závislosti teploty od času, • vizualizácia zmien hluku, • diskusia o využití IoT v praxi, • pracovný list s analýzou dát. 	
Zhrnutie aktivity (<i>stručný opis a zhrnutie aktivity</i>): Potrebné materiály a pomôcky: <ul style="list-style-type: none"> • Hardvér: BBC micro:bit, odporúčaná sada Smart Home Kit, Smart Health Kit, (WiFi modul, teplotný senzor, motorček (ventilátor), hlukomer, OLED displej) • Softvér: na zber a zobrazenie dát (napr. MakeCode, MS Excel, ThingSpeak) Žiaci vytvoria simulátor klimatizácie pomocou BBC micro:bit a senzorov. Pri zvýšení teploty nad prahovú hodnotu sa aktivuje ventilátor, čo spôsobí aj zvýšenie hluku. Dáta sa zbierajú pomocou sériového rozhrania a vizualizujú hneď alebo po stiahnutí CSV súboru v MS Excel. V prípade použitia WiFi modulu je možné využiť prostredie ThingSpeak. Program v MakeCode: https://makecode.microbit.org/hVYPPkVdQWMF Aktivita prepája matematiku, informatiku a fyziku v praktickej úlohe a podporuje rozvoj dátovej gramotnosti v súlade s kurikulumom „Vzdelávanie pre 21. storočie“.	
Činnosti (žiak dokáže): <ul style="list-style-type: none"> • Zaznamenať teplotu pomocou senzora – monitorujte teplotu pomocou teplotného senzora. • Modelovať závislosť teploty od času – zaznamenajte, ako teplota stúpa pri zahrievaní teplotného senzora 	

<p>dotykom rúk alebo iného bezpečného zdroja.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Riadiť ventilátor na základe teplotného prahu – ak teplota presiahne určitú hodnotu, napr. 26°C, zapne sa servo motorček s vrtuľkou, ktoré simulujú ventilátor. • Zaznamenať zmenu úrovne hluku pri zapnutí ventilátora – pri zapnutí ventilátora sa úroveň hluku zvýši, pri vypnutí sa zníži. <p>Výsledky a analýza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • graf závislosti teploty od času - analyzujte získané dáta a vyhodnoťte, ako rýchlo teplota stúpa pri zahrievaní senzora, • posúďte účinnosť ventilátora pri znižovaní teploty, • zaznamenajte zmeny úrovne hluku pri zapínaní/vypínaní ventilátora – skontrolujte, ako presne sa úroveň hluku mení pri zapínaní a vypínaní ventilátora, • diskutujte o možnostiach využitia v reálnych IoT aplikáciách. 							
<p>Matematické modelovanie:</p> <p>V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pomocou lineárnych vzťahov a funkcií – modelovanie závislosti teploty od času, prípadne závislosti úrovne hluku od zapnutia ventilátora (voľba lineárneho modelu je zámerná a zodpovedá prvej fáze matematického modelovania), • analýzou meraných údajov a grafov – identifikovanie trendov, rýchlosti zahrievania, porovnávanie priebehov, • štatistickými metódami – priemer, minimum, maximum, interpretácia odchýlok, • modelovaním prahového riadenia – jednoduchý rozhodovací model: ak teplota > prah → ventilátor ON inak OFF. 							
<p>Individuálne výstupy žiakov (ak počas aktivity žiaci odovzdávajú <i>čiasťkové úlohy alebo výstupy, ktoré môžu byť hodnotené individuálne</i>):</p> <ul style="list-style-type: none"> • vyplnený pracovný list, • samostatne vytvorený graf, • vlastný návrh zlepšenia simulátora. 							
<p>Odporúčané zdroje a didaktické pomôcky:</p> <p><i>Pracovný list – návrh otázok:</i></p> <table border="0"> <tr> <td>1. Ako funguje teplotný senzor?</td> <td>3. Ako funguje riadenie ventilátora?</td> </tr> <tr> <td>2. Ako sa modeluje závislosť teploty od času?</td> <td>4. Aké boli výsledky projektu?</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5. Čo by ste vylepšili?</td> </tr> </table>		1. Ako funguje teplotný senzor?	3. Ako funguje riadenie ventilátora?	2. Ako sa modeluje závislosť teploty od času?	4. Aké boli výsledky projektu?		5. Čo by ste vylepšili?
1. Ako funguje teplotný senzor?	3. Ako funguje riadenie ventilátora?						
2. Ako sa modeluje závislosť teploty od času?	4. Aké boli výsledky projektu?						
	5. Čo by ste vylepšili?						
<p>Skupinová reflexia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Čo sa nám podarilo? • Kde sme narazili na problém? • Ako sme spolupracovali? 	<p>Individuálna reflexia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Čo som sa naučil/a? • Čo mi robilo problém? • Čo by som chcel/a nabudúce robiť inak? 						
<p>Medzipredmetové vzťahy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fyzika – prenos tepla, zvukové vlny • Technika – konštrukcia a riadenie zariadení • Etická výchova / občianska náuka – diskusia o využití IoT v spoločnosti 							
<p>Odporúčania – voľiteľná hodina:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rozšírenie o vizualizáciu dát v ThingSpeak. • Porovnanie vstavaného a externého senzora. • Prepojenie s mobilnou aplikáciou v MIT App Inventor. 							
<p>Záver:</p> <p>V tejto aktivite žiaci modelujú závislosť teploty od času pomocou teplotného senzora a mikrokontroléra BBC micro:bit. Následne simulujú riadenie ventilátora pri zmene teploty a merajú hluk pri zapnutí ventilátora. Výsledky ukazujú, ako teplotné a hlukové senzory môžu byť použité v IoT aplikáciách na monitorovanie a reguláciu klímy v reálnom čase.</p> <p>Táto aktivita umožňuje žiakom:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prepájať matematiku, informatiku a fyziku v praktickej úlohe. • Rozvíjať gramotnosti pre 21. storočie: dátovú, digitálnu, vedeckú. • Porozumieť princípom IoT a ich využitiu v každodennom živote. • Pracovať projektovo, tímovo a reflektovať vlastný proces učenia. 							
<p>Inšpirácia: návody zo sady Smart Home Kit, Smart Health Kit</p>							

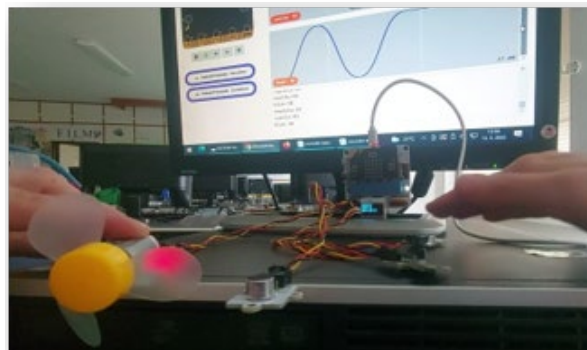
Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú1:

Projekt bol realizovaný na ZŠ s cieľovou skupinou žiakov 9. ročníka. Sada Smart Home Kit obsahuje návod s programom aj so správnym zapojením Obrázok Ú1 - 2. Použitím sériového rozhrania mohli žiaci vidieť aktuálne namerané údaje v grafe a testovať simulátor Obrázok Ú1 - 1 tak, aby vedeli odpovedať na otázky z rozhovoru. Rozhovor obsahoval otázky typu napr.:

- ♦ Ako by ste vysvetlili funkciu teplotného senzora v simulátore klímy?
- ♦ Ako by ste vysvetlili modelovanie závislosti teploty od času?
- ♦ Ako funguje riadenie ventilátora v závislosti od teploty?
- ♦ Ako by ste opísali meranie úrovne hluku pri zapnutí ventilátora?
- ♦ Aké boli výsledky vášho projektu a čo ste sa naučili?



Obrázok Ú1 - 2: Zapojenie senzorov



Obrázok Ú1 - 1: Testovanie simulátora klímy

Vyučovacia hodina prebiehala v štyroch krokoch:

Úvod – diskusia o dôležitosti monitorovania podmienok prostredia a predstavenie IoT konceptu so senzormi (teplota, vlhkosť).

Praktická časť – zapojenie senzorov k BBC micro:bitu, programovanie na zber dát, vizualizáciu stavu pomocou LED indikácie a ukladanie dát cez Data Logger alebo odosielanie na ThingSpeak.

Analýza a vizualizácia – prenos dát do MS Excelu, tvorba grafov závislosti veličín od času a diskusia o optimálnych podmienkach.

Reflexia – skupinová reflexia (čo sa podarilo, aké problémy sa vyskytli) a individuálna reflexia (čo som sa naučil/a, čo by som zlepšil/a).

Keďže v Lego mestečku Ždaňa-City bol domček príliš malý na umiestnenie celej zostavy simulátora klímy, žiaci sa rozhodli pre kreatívne riešenie – umiestnili zostavu na strechu budovy Obrázok Ú1 - 3.

Tento krok nielen vyriešil technický problém, ale zároveň dodal projektu estetický rozmer a podporil tvorivosť žiakov pri integrácii IoT modelu do prostredia. Takéto riešenia rozvíjajú dizajnérske myslenie a ukazujú, že technológie môžu byť súčasťou vizuálne atraktívnych projektov.

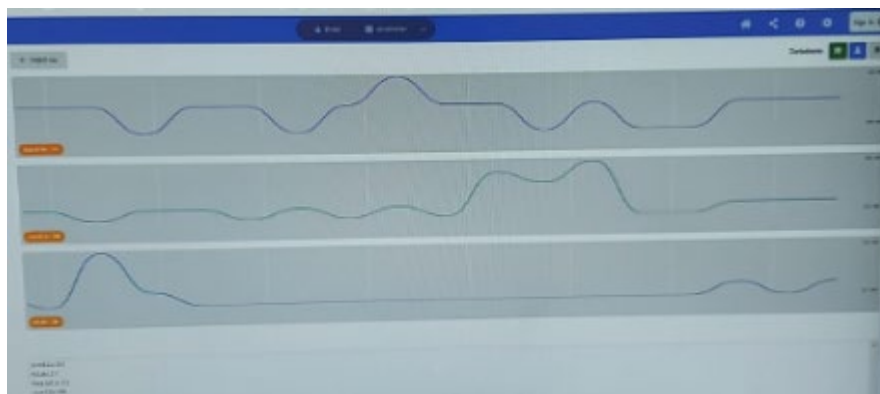


Ukážku programu nájdete na adrese: https://makecode.microbit.org/_hVYPPkVd0WMF



Obrázok Ú1 - 3: Inštalácia klímy v mestečku Ždaňa-City

Obrázok Ú1 - 4 ilustruje priebeh snímaných dát v reálnom čase, ktoré zabezpečuje sériové rozhranie v programovom kóde MakeCode. Tabuľka Ú1 - 1 znázorňuje výstup z programu MS Excel, do ktorého sme exportovali dáta z vizuálneho prostredia MakeCode z CSV súboru a v tabuľke uvádzame aj stručný popis priebehu merania.



Obrázok Ú1 - 4: Zobrazovanie dát v reálnom čase

Tabuľka Ú1 - 1: Výstup z MS Excel

<p style="text-align: center;">teplota</p>	<p>Ak vplývame na teplotný senzor – zahrievaním pomocou dotyku rúk, tak teplota stúpa – odzrkadlí sa to na grafe (závislosť času a teploty)</p> <p>Poznámka: prudký nárast teploty môže spôsobiť aj zahriatie procesora BBC micro:bitu</p>
<p style="text-align: center;">hluk</p>	<p>Ak je teplota vyššia ako 26 °C, zapne sa motorček – ventilátor (klimatizácia), čo spôsobí výchylku hluku – priemerný hluk v miestnosti vykazuje hodnotu približne 39, ventilátor spôsobil zvýšenie na hodnotu 98. Ak teplota klesne, zníži sa aj hluk na stabilnú priemernú hodnotu.</p>



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Iterácia: počas overovania tejto aktivity sa ukázalo, že senzor hluku z IoT sady neposkytuje presné hodnoty v decibeloch, ale pracuje s vlastnou internou relatívnou škálou. Preto sa pri meraní ventilátora zobrazovali hodnoty okolo 98, ktoré by pri nesprávnej interpretácii v jednotkách dB zodpovedali veľmi hlasnému prostrediu. Porovnanie s presnejším hlukomerom potvrdilo, že hodnoty senzora sú vhodné na **porovnávanie intenzity zvuku**, nie na fyzikálne meranie v dB.

Na základe tejto skúsenosti bola doplnená úprava aktivity: v programe sa zobrazujú „relatívne hodnoty hluku“ namiesto dB. Zároveň je možné túto situáciu didakticky využiť ako voliteľné rozšírenie – žiaci môžu vytvoriť **jednoduchý matematický model**, ktorý relatívnu hodnotu senzora prepočíta na približný odhad decibelov.

Zvolili sme tento postup rozšírenia:

1. Žiaci vykonajú merania senzora hluku v rôznych situáciách (ticho v triede, bežný rozhovor, prestávka, ventilátor).
2. Tie isté situácie zmerajú pomocou presnejšieho hlukomeru alebo mobilnej aplikácie.
3. Z dvojíc („hodnota senzora“, „reálne dB“) vytvoria tabuľku a jednoduchý graf.
4. Pozorujú, či je vzťah približne lineárny.

V ďalšom kroku žiaci vytvárajú jednoduchý lineárny model ako prvú aproximáciu vzťahu medzi relatívnou hodnotou hluku zo senzora a reálnou hladinou zvuku, pričom ide o orientačný model slúžiaci na porovnávanie a interpretáciu dát, nie o fyzikálne kalibrované meranie.

5. Navrhnu jednoduchý lineárny model typu: $\text{dB_odhad} = a * \text{hluk_rel} + b$
6. V programe môžu model použiť na orientačný prepočet. $\text{hluk_odhad} = 0.7 * \text{hluk_rel} + 20$



Ukážka iterovaného programu: https://makecode.microbit.org/_1eYMRx2M34yx

Pri typickom meraní v triede žiaci zistia, že 90 dB zodpovedá približne hlasitosti fénu (čo je realistická hodnota), kým hodnoty senzora okolo 90–100 sú len jeho interné čísla a nie skutočné decibely. Táto aktivita vedie žiakov k pochopeniu, že senzory v školských IoT sádach môžu byť nekalibrované, a zároveň poskytuje výbornú príležitosť na vytvorenie jednoduchého matematického modelu založeného na reálnych dátach.

Projekt je možné **rozšíriť** o ďalšie voliteľné aktivity, použiť nové senzory, analyzovať dáta v prostredí ThingSpeak, MIT App Inventor.

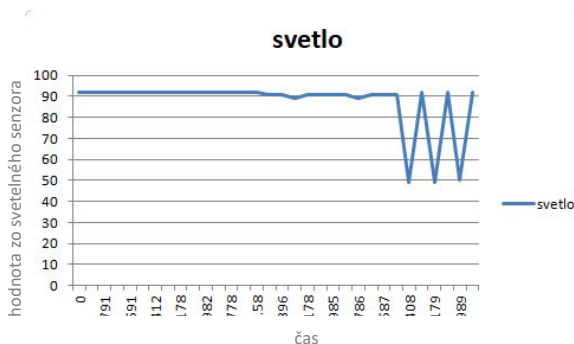
Doplnková úloha 1: Analyzujte nasledujúci Obrázok Ú1 - 5, pripojte k existujúcemu modelu vhodný senzor (svetelný), do programu doplňte premennú svetlo a pokúste sa nasimulovať situáciu, ktorá je znázornená na grafe.



Zamysli sa nad otázkou:

1. Akým spôsobom získame takýto priebeh funkcie?

Riešenie:
Senzor prikrývame a odkrývame v pravidelných intervaloch.



Obrázok Ú1 - 5: Analyzuj obrázok

Doplnková úloha 2: Použitím platformy ThingSpeak zaznamenávajú namerané údaje a získané dáta analyzujú.



Otázky na zamyslenie:

1. Aké využitie v praxi má odosielanie údajov na cloud?
2. Prečo je dôležité vizualizovať dáta v reálnom čase?
3. Ako by si zabezpečil ochranu dát pri prenose na cloud?
4. Ako môže analýza dát z IoT senzorov pomôcť pri predikcii budúcich hodnôt?

Riešenie:
 1. Umožňuje vzdialený prístup k dátam z rôznych zariadení. Dáta môžu byť spracované a analyzované v reálnom čase.
 2. Pomáha rýchlo identifikovať zmeny alebo anomálie. Umožňuje okamžite rozhodovanie (napr. zapnutie ventilátora pri prekročení teploty). Zvyšuje prehľadnosť a zrozumiteľnosť dát pre používateľa.
 3. Nastavenie prístupových práv a API kľúčov. Neposkytovateľ citlivé údaje bez zabezpečenia.
 4. Na základe trendov v historických dátach možno odhadnúť budúci vývoj (napr. teploty). Predikcia umožňuje preventívne opatrenia (napr. zapnutie klimatizácie skôr, ako teplota prekročí limit).

Doplnková úloha 3: Použitím platformy MIT App Inventor vytvor vlastnú mobilnú aplikáciu, ktorá analyzuje a zobrazuje namerané dáta odosielané z BBC micro:bit.



Otázky na zamyslenie:

1. Aké výhody prináša prepojenie IoT senzora s mobilnou aplikáciou v reálnom čase?
2. Ak by hodnoty skákali príliš rýchlo, ako by si aplikáciu upravil, aby bola zrozumiteľná?
3. Kde v bežnom živote vidíme podobné aplikácie, ktoré merajú hodnoty v reálnom čase?

Riešenie:
 1. Výhodou je napr. okamžitá spätná väzba, riadiace rozhodnutia, interaktivita.
 2. Mohli by sme použiť nasledovné úpravy: priemerovanie, menej časté odosielanie dát, filtrovanie.
 3. Počasie, teplomer, športové hodinky, CO₂ senzory, inteligentná domácnosť.

Obrázok Ú1 - 6 ilustruje pripojenie zariadenia BBC micro:bit k mobilnej aplikácii. BBC micro:bit odosiela namerané hodnoty z teplomera, ktoré sa v aplikácii zobrazujú v reálnom čase. Používateľ vidí aktuálnu teplotu (napr. 26 °C) a jej priebeh na grafe, čo umožňuje sledovať zmeny veličiny v čase. Tento príklad ukazuje praktické využitie IoT – prepojenie senzora s mobilným zariadením a vizualizáciu dát v grafickej podobe (MIT App Inventor, 2012-2025).



Obrázok Ú1 - 6: MIT App Inventor + BBC micro:bit

Ú2 Lineárne vzťahy a smart skleník

Návrh aktivity Ú2 Lineárne vzťahy a smart skleník (IoT monitorovanie a regulácia podmienok pre rast rastlín)	
Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny	Typ aktivity: Projektová úloha / praktická aktivita – IoT a matematické modelovanie
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika Téma/tematický celok: <ul style="list-style-type: none"> • Matematické modelovanie reálnych javov pomocou digitálnych technológií • Zber, vizualizácia a analýza dát v kontexte IoT • Prepájanie algoritmického myslenia s praktickým využitím senzorov a mikrokontrolérov 	
Zadanie: Skonstruujte skleník pomocou sady GreenHouse alebo senzorov zo sady IoT Kit. Naprogramujte BBC micro:bit tak, aby meral teplotu, vlhkosť pôdy, dodával rastlinke svetlo a odosiela údaje na analýzu. Na základe hodnoty vlhkosti pôdy spúšťajte motorček, ktorý pomocou čerpadla rastlinku polieva. Pozorujte, aké podmienky rastlinke najviac vyhovujú.	
Kľúčové slová: IoT, BBC micro:bit, Teplotný senzor, Vlhkometer, LED svetlo, Automatizácia, Grafy, Premenné, Data Logging, MS Excel, ThingSpeak, STEM, Dátová gramotnosť, Programovanie, Modelovanie, Digitálne zručnosti	
Vzdelávacie ciele: <ul style="list-style-type: none"> • Osvojiť si princípy zberu a analýzy environmentálnych dát • Modelovať závislosť veličín (teplota, vlhkosť, svetlo) od času • Pochopiť princíp automatizovaného riadenia podmienok • Rozvíjať tímovú spoluprácu, kritické myslenie a digitálne zručnosti 	
Obsahové štandardy: (témy – učivo) <ul style="list-style-type: none"> • Závislosť veličín od času, grafické znázornenie • Automatizácia a riadenie procesov pomocou mikrokontrolérov • Interpretácia environmentálnych dát a ich vizualizácia • Bezpečnosť pri práci s elektronickými komponentmi • Využitie senzorov na monitorovanie podmienok prostredia • Tvorba jednoduchých algoritmov na základe nameraných hodnôt 	Výkonové štandardy: (žiak vie – zručnosti a činnosti) <ul style="list-style-type: none"> • Zaznamenať teplotu, vlhkosť pôdy a intenzitu osvetlenia pomocou senzorov • Vizualizovať dáta v grafe a analyzovať ich priebeh • Riadiť LED osvetlenie a zavlažovanie na základe nameraných hodnôt • Diskutovať o optimálnych podmienkach pre rast rastlín
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...): <ul style="list-style-type: none"> • Grafy teploty, vlhkosti a svetla • Vizualizácia zmien podmienok v skleníku • Diskusia o optimálnych podmienkach pre rast • Vyplnený pracovný list • Samostatne vytvorený graf • Vlastný návrh zlepšenia systému 	
Zhrnutie aktivity (stručný opis a zhrnutie aktivity): Potrebne materiály: <ul style="list-style-type: none"> • Hardvér: BBC micro:bit, GreenHouse Kit alebo IoT Kit (čidlo vlhkosti pôdy, teplotný senzor, LED svetlo, čerpadlo, hadička, OLED displej) • Softvér: MakeCode, MS Excel, ThingSpeak (voliteľne) • V prípade absencie WiFi modulu: použitie nástroja Data Logger na neskoršiu analýzu dát 	
Program v MakeCode: https://makecode.microbit.org/ 5g72PaDJXDhX	
Matematické modelovanie: V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä: <ul style="list-style-type: none"> • pomocou vzťahov medzi veličinami v čase – modelovanie závislosti teploty, vlhkosti pôdy a intenzity osvetlenia od času, pozorovanie zmien v cyklickom meraní, 	

<ul style="list-style-type: none"> • analýzou meraných údajov a grafov – identifikovanie trendov, porovnávanie priebehov (vysychanie pôdy, zmeny teploty, intenzity svetla), sledovanie skokových zmien po zavlažení, • jednoduchými štatistickými metódami – priemer, minimum, maximum, zmena hodnoty v čase, interpretácia odchýlok v nameraných dátach, • modelovaním prahového riadenia – rozhodovací model: ak vlhkosť < prah → čerpadlo ON, inak OFF; ak intenzita osvetlenia < prah → LED ON (poznámka: každý typ pôdy má iné vlastnosti – preto je dôležité odsimulovať hodnoty pre vyschnutú pôdu a zaliatu pôdu), • porovnávaním stavov systému – vlhkosť pred a po zavlažení, teplota pri rôznych podmienkach, intenzita svetla pri zapnutí/vypnutí osvetlenia. 	
<p>Individuálne výstupy žiakov (ak počas aktivity žiaci odovzdávajú čiastkové úlohy alebo výstupy, ktoré môžu byť hodnotené individuálne):</p> <ul style="list-style-type: none"> • vyplnený pracovný list, • samostatne vytvorený graf teploty, vlhkosti a svetla, • vizualizácia zmien podmienok v skleníku, • diskusia o optimálnych podmienkach pre rast, • vlastný návrh zlepšenia simulátora. 	
<p>Odporúčané zdroje a didaktické pomôcky: <i>Pracovný list – návrh otázok:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ako funguje senzor vlhkosti pôdy? 2. Ako sa mení teplota a vlhkosť počas dňa? 3. Ako funguje automatické zavlažovanie? 4. Aké podmienky rastlinke najviac vyhovovali? 5. Čo by ste vylepšili? 	
<p>Skupinová reflexia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Čo sa nám podarilo? • Kde sme narazili na problém? • Ako sme spolupracovali? 	<p>Individuálna reflexia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Čo som sa naučil/a? • Čo mi robilo problém? • Čo by som chcel/a n budúce robiť inak?
<p>Medzipredmetové vzťahy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fyzika: svetlo, teplo, vlhkosť • Biológia: rast rastlín, fotosyntéza • Technika: konštrukcia a riadenie zariadení • Etická výchova / občianska náuka: diskusia o udržateľnosti a technológiách v poľnohospodárstve 	
<p>Odporúčania – voliteľná hodina:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rozšírenie o vizualizáciu dát v ThingSpeak. • Porovnanie vstavaného a externého senzora. • Prepojenie s mobilnou aplikáciou v MIT App Inventor. • Analýza dát pred víkendom a po víkende – sledovanie zmien v skleníku. 	
<p>Záver: V tejto aktivite žiaci navrhujú a realizujú Smart skleník, ktorý monitoruje a automaticky reguluje podmienky pre rast rastlín. Pomocou BBC micro:bitu a senzorov merajú teplotu, vlhkosť pôdy a intenzitu osvetlenia, pričom na základe analýzy údajov riadia LED osvetlenie a zavlažovanie. Aktivita prepája poznatky z matematiky, informatiky, fyziky a biológie a podporuje rozvoj dátovej, digitálnej a vedeckej gramotnosti. Žiaci sa učia pracovať projektovo, tímovo a reflektovať vlastný proces učenia, pričom si uvedomujú význam technológií v udržateľnom poľnohospodárstve.</p>	
<p>Inšpirácia: návody zo sady GreenHouse Kit</p>	

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú2:

Projekt bol realizovaný na ZŠ s cieľovou skupinou žiakov 8. ročníka. Skleník GreenHouse Kit neobsahuje WiFi modul, preto nebolo možné získané dáta odosielať na cloud. Keďže nebolo reálne celý čas sedieť pri skleníku a manuálne sťahovať dáta cez sériové rozhranie, použili sme rozšírenie **Data Logger**, aby sa hodnoty merali cyklicky (každých 10 sekúnd) a ukladali na neskoršiu analýzu.

Vyučovacia hodina prebiehala v štyroch krokoch:

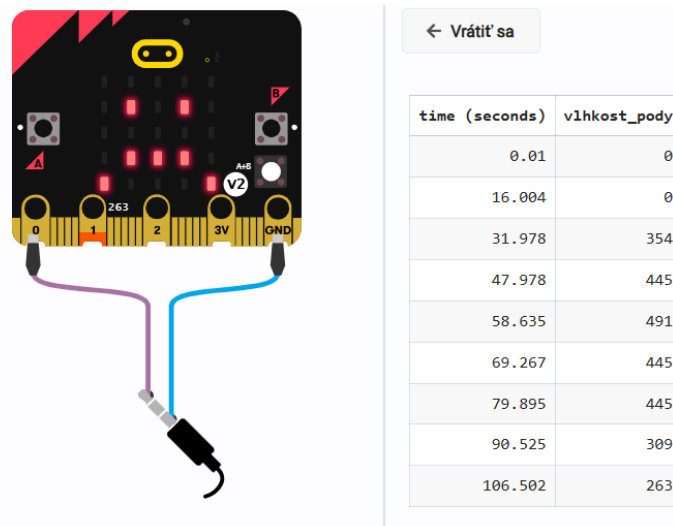
Úvod – diskusia o tom, prečo je dôležité monitorovať podmienky pre rast rastlín, zoznámenie sa s IoT a senzormi.

Praktická časť – konštrukcia skleníka, zapojenie senzorov, programovanie BBC micro:bitu na cyklický zber dát (vlhkosť, teplota, svetlo) a automatické riadenie LED osvetlenia a čerpadla na základe nameraných hodnôt, ukladanie dát pomocou nástroja Data Logger alebo odosielanie dát pomocou WiFi modulu IoT:bit na platformu ThingSpeak.

Analýza a vizualizácia – export dát z Data Logger do MS Excelu, tvorba grafov závislosti veličín od času, diskusia o optimálnych podmienkach.

Reflexia – skupinová reflexia (čo sa podarilo, aké problémy sa vyskytli) a individuálna reflexia (čo som sa naučil/a, čo by som zlepšil/a).

Program pre BBC micro:bit monitoruje vlhkosť pôdy, vizualizuje informuje o stave pomocou LED indikácie a automaticky zavlažuje rastlinu pri nízkej vlhkosti pôdy – teda pri poklese pod prahovú hodnotu. Hodnoty zo senzora sa každých **10 sekúnd** merajú a ukladajú do Data Logger na neskoršiu analýzu. V prostredí simulácie boli zaznamenané tieto údaje Obrázok Ú2 - 1. Pri hodnote ≤ 400 prebieha krátky zavlažovací cyklus – spustí sa čerpadlo (3 cykly po 100 ms), na LED matici sa zobrazí ikona „Sad“ a prehrá sa zvuková melódia. Ak je hodnota vyššia, zobrazí sa ikona „Happy“.



Obrázok Ú2 - 1: simulácia dát v MakeCode

Počas experimentu sme sledovali dve rastliny: jedna bola zasadená v skleníku s automatickým monitorovaním a reguláciou podmienok, druhá bola ponechaná v bežných podmienkach bez dodatočného osvetlenia a zavlažovania. Pred víkendom obe rastliny vyzerali zdravo, avšak po víkende sa ukázal výrazný rozdiel. Rastlina v skleníku mala stále vyhovujúce podmienky – dostatok vlhkosti a svetla, zatiaľ čo rastlina mimo skleníka výrazne utrpela v dôsledku nedostatku vody a svetla. Tento rozdiel vizuálne dokumentujeme fotografiami. Rastlina v skleníku Obrázok Ú2 - 3 – stav po víkende

(zdravá, zelená). Rastlina mimo skleníka Obrázok Ú2 - 2 – stav pred víkendom (zdravá, zelená) a stav po víkende Obrázok Ú2 - 4 (zvädnutá, suchá).



Obrázok Ú2 - 3: Rastlinka v skleniku



Obrázok Ú2 - 2: Rastlinka mimo skleníka pred víkendom



Obrázok Ú2 - 4: Rastlinka mimo skleníka po víkende



Ukážka programu: https://makecode.microbit.org/_5g72PaDjXdhX

V časti Obrázok Ú2 - 5 je zobrazený náhľad) možného riešenia úlohy.



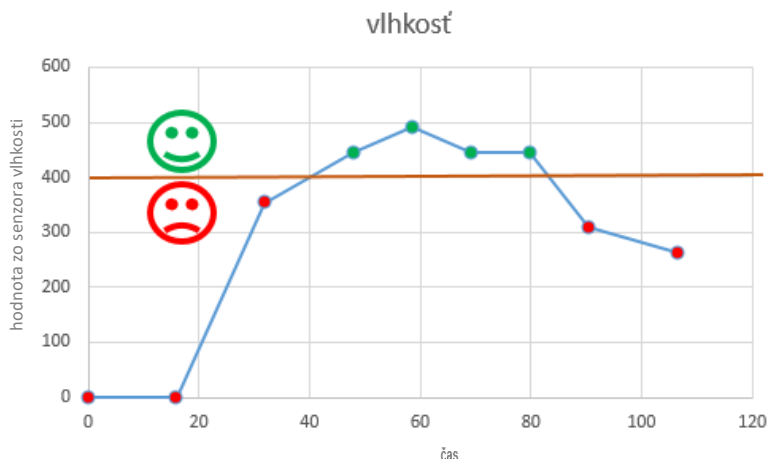
Tento program umožňuje žiakom sledovať, ako sa mení vlhkosť pôdy v čase, vizualizovať namerané údaje a pochopiť princíp automatizovaného riadenia na základe získaných dát. Aktivita zdôrazňuje význam monitorovania a regulácie podmienok pre rast rastlín a predstavuje praktický príklad využitia IoT technológií v kontexte udržateľného poľnohospodárstva.

Obrázok Ú2 - 5: Náhľad programu v MakeCode



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Iterácia: Získané dáta boli spracované a vizualizované v prostredí MS Excel Obrázok Ú2 - 6. Program tak prepája zber dát, ich vizualizáciu a riadenie procesov, čím žiakom ukazuje praktické využitie IoT technológií v automatizovanom prostredí. Žiaci videli priebeh vysychania pôdy a okamžitý nárast vlhkosti po zavlažení.



Obrázok Ú2 - 6: grafické spracovanie dát

Navyše ak by sme skleník prepojili s MIT App Inventorom, získali by sme moderný spôsob ovládania zavlažovania pomocou mobilnej aplikácie.

Dôležité odporúčanie: Každý typ pôdy má iné vlastnosti, preto je nevyhnutné odsimulovať minimálne dve referenčné hodnoty: **vlhkosť vyschnutej pôdy** a **vlhkosť zaliatej pôdy**. Až potom možno správne určiť prahovú hodnotu pre zavlažovanie. Žiaci tak prirodzene chápu význam kalibrácie senzorov v IoT systémoch.

Doplňková úloha: Kalibrácia rôznych typov pôd - Zmeraj vlhkosť rôznych typov pôdy (napr. ľahké piesčité pôdy, stredne ťažké sprašové a hlinité pôdy a ťažké ílovité pôdy alebo substrát zo supermarketu) a vytvor kalibračnú tabuľku (suchá – mierne vlhká – mokrá). Použi ju na určenie realistickej prahovej hodnoty pre zavlažovanie.



Otázky na zamyslenie:

1. Prečo sa hodnoty vlhkosti líšia podľa typu pôdy?
2. Ako by si upravil prahovú hodnotu pre piesčitú/anorganickú pôdu?
3. Ako ovplyvňuje kalibrácia presnosť modelu?

Riešenie:

1. Pretože rôzne pôdy zadržávajú vodu rôzne – piesčitá pôda vodu rýchlo prepúšťa, hlinitá ju drží dlhšie.
2. Nastavil/a by som vyššiu prahovú hodnotu a častejšie zavlažovanie, pretože pôda rýchlejšie vysychá.
3. Kalibrácia zabezpečí, že prahové hodnoty zodpovedajú realite, vďaka čomu systém správne rozhoduje v každom cykle merania.

Ďalšie odporúčania na doplnkové úlohy a diskusie o nich:

- odporúča sa testovať rôzne intervaly cyklického merania (napr. 5 s, 10 s, 30 s),
- vhodné je sledovať vplyv osvetlenia (LED ON/OFF) na teplotu a rast rastliny,
- vhodné je počas niekoľkých dní sledovať vplyv farby osvetlenia na rast rastliny, na výšku rastliny, farbu listov, celkový vzhľad (zdravá / oslabená),
- pri možnosti WiFi modulu odporúčame rozšíriť aktivitu o ThingSpeak a grafy porovnať,
- odporúča sa viesť žiakov k predikciám: „Ako rýchlo pôda vyschne?“ podľa sklonu grafu.

<p style="text-align: center;">Návrh aktivity Ú3 Poloha bodu v rovine a pozícia záchrannej stanice (výpočet ťažiska hmotných bodov pomocou BBC micro:bitu)</p>	
<p>Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ</p> <p>Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny</p>	<p>Typ aktivity: Projektová úloha / praktická aktivita – IoT a matematické modelovanie</p>
<p>Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika</p> <p>Téma/tematický celok:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Matematické modelovanie priestorových údajov • Vizualizácia a analýza dát v kontexte optimalizácie • Prepájanie algoritmického myslenia s reálnymi problémami 	
<p>Zadanie:</p> <p>Vytvorte v MS MakeCode program, ktorý nájde ťažisko náhodne vygenerovaných bodov (súradnice x, y), pričom každému bodu priradí váhu (náhodne od 0 do 5). Cieľom je určiť modelovú pozíciu záchrannej stanice pomocou výpočtu váženého ťažiska miest nehôd.</p> <p>Doplňkovou úlohou je zobrazovanie údajov v reálnom čase cez Data Streamer v MS Excel (alebo Geogebra).</p>	
<p>Kľúčové slová:</p> <p>BBC micro:bit, súradnice, váha, ťažisko, grafy, optimalizácia, Data Streamer, MS Excel, MakeCode, STEM, dátová gramotnosť, programovanie, vizualizácia, modelovanie</p>	
<p>Vzdelávacie ciele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Osvojiť si princípy výpočtu ťažiska hmotných bodov • Vizualizovať priestorové dáta a ich váhové rozloženie • Pochopiť optimalizačné princípy v reálnych situáciách • Rozvíjať tímovú spoluprácu, kritické myslenie a digitálne zručnosti 	
<p>Obsahové štandardy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grafické znázornenie bodov v súradnicovej sústave • Výpočet ťažiska hmotných bodov – aplikácia váh na súradnice • Tvorba algoritmu na generovanie údajov – náhodné súradnice a váhy • Vizualizácia dát v reálnom čase pomocou Data Streamer v MS Excel • Interpretácia dát – porovnanie rôznych metód optimalizácie (napr. bez váh vs. s váhami) • Bezpečnosť pri práci s elektronickými komponentmi a softvérom • Prepojenie dátovej analýzy s reálnym rozhodovaním – výber optimálnej pozície objektu na základe dát 	<p>Výkonové štandardy:</p> <p>Žiak dokáže:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Generovať náhodné súradnice a váhy • Vypočítať ťažisko hmotných bodov • Vizualizovať údaje v grafe • Diskutovať o optimalizácii umiestnenia objektov v priestore
<p>Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grafické znázornenie bodov a ich váh - vyplnený pracovný list • Výpočet ťažiska bez a s váhovým zohľadnením • Diskusia o výbere optimálnej pozície • Samostatne vytvorený graf • Vlastný návrh zlepšenia algoritmu (napr. zadávanie údajov používateľom) 	
<p>Zhrnutie aktivity (stručný opis a zhrnutie aktivity):</p> <p>Potrebné materiály:</p> <ul style="list-style-type: none"> • BBC micro:bit (1 ks) • MS MakeCode • MS Excel s doplnkom Data Streamer • Oficiálny návod: https://learn.microsoft.com/en-us/microsoft-365/education/data-streamer/using-microbit-and-makecode <p>Programy v MakeCode:</p> <ul style="list-style-type: none"> • generovanie rôznych súradníc: https://makecode.microbit.org/A8JdamY9ufC8 • výpočet ťažiska: https://makecode.microbit.org/KCVMPo2AE5kh 	

<ul style="list-style-type: none"> výpočet ťažiska s aplikovaním váh: https://makecode.microbit.org/fKY9sPVPLC3t 	
<p>Matematické modelovanie: V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:</p> <ul style="list-style-type: none"> pomocou súradnicovej geometrie a priestorovej reprezentácie dát – modelovanie polohy miest nehôd ako hmotných bodov v rovine pomocou súradníc (x, y), výpočtom ťažiska hmotných bodov s váhami – aplikácia váh reprezentujúcich počet alebo závažnosť nehôd a porovnanie výsledkov s výpočtom bez váh, cyklickým generovaním a spracovaním údajov – opakované generovanie súradníc a váh, výpočet ťažiska a sledovanie zmien výsledkov pri zmene vstupných dát, modelovaním optimalizačného problému – určenie modelovej polohy záchranej stanice ako bodu, ktorý minimalizuje súčet vážených štvorcov euklidovských vzdialeností, interpretáciou a vyhodnotením modelu – posúdenie vhodnosti vypočítanej polohy v kontexte reálneho problému a diskusia o obmedzeniach modelu. 	
<p>Individuálne výstupy žiakov (ak počas aktivity žiaci odovzdávajú <i>čiasťkové úlohy alebo výstupy, ktoré môžu byť hodnotené individuálne</i>):</p> <ul style="list-style-type: none"> Vyplnený pracovný list, Samostatne vytvorený graf Vlastný návrh zlepšenia simulátora 	
<p>Dôležité zdroje, materiály a dokumenty <i>Pracovný list – návrh otázok:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> Ako sa vypočíta ťažisko hmotných bodov? Aký je rozdiel medzi ťažiskom bez váh a s váhami? Ako sa dá optimalizovať pozícia záchranej stanice? Aké ďalšie aplikácie má tento model? Čo by ste vylepšili? 	
<p>Skupinová reflexia:</p> <ul style="list-style-type: none"> Čo sa nám podarilo? Kde sme narazili na problém? Ako sme spolupracovali? 	<p>Individuálna reflexia:</p> <ul style="list-style-type: none"> Čo som sa naučil/a? Čo mi robilo problém? Čo by som chcel/a nabudúce robiť inak?
<p>Medzipredmetové vzťahy:</p> <ul style="list-style-type: none"> Matematika: výpočet ťažiska, súradnice, váhy Informatika: programovanie, vizualizácia dát Fyzika: hmotné body, rovnováha Geografia / občianska náuka: plánovanie infraštruktúry, rozhodovanie na základe dát 	
<p>Odporúčania – voliteľná hodina:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rozšírenie o zadávanie údajov používateľom Porovnanie rôznych metód optimalizácie (napr. súčet vzdialeností vs. vážené ťažisko) Aplikácia modelu na iné oblasti: napr. <ul style="list-style-type: none"> Sklady Vesmírne stanice Distribučné centrá pre lieky Dátové centrá IT spoločností 	
<p>Záver: V tejto aktivite žiaci vytvárajú model, ktorý simuluje rozhodovanie o optimálnom umiestnení záchranej stanice na základe priestorových údajov a ich váh. Pomocou BBC micro:bitu a MS Excel vypočítajú ťažisko hmotných bodov, vizualizujú ho a diskutujú o jeho význame. Aktivita podporuje rozvoj analytického myslenia, dátovej gramotnosti a schopnosti aplikovať matematické poznatky v praktických situáciách.</p>	
<p>Inšpirácia: doc. RNDr. Stanislav Lukáč, PhD. – cvičenia k predmetu Matematický softvér</p>	

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú3:

Aktivita Ú3 bola pripravovaná autorkou, iterovaná budúcimi učiteľmi a testovaná so žiakmi 9. ročníka ZŠ. Zameriava sa na podrobné riešenie reálneho optimalizačného problému pomocou matematického modelovania, práce s dátami a digitálnych technológií. Aktivita prepája matematiku (výpočet ťažiska, súradnice, váhy), informatiku (programovanie, vizualizácia dát) a reálne rozhodovanie v kontexte verejných služieb. Obsahuje problémovú situáciu, matematický model, vizualizáciu, ukážku riešenia a alternatívne scenáre.

Problémová situácia:

Záchranná služba plánuje vybudovať na určitom území záchrannú stanicu. K dispozícii sú údaje o miestach, kde sa v sledovanom období vyskytli nehody, spolu s informáciou o ich počte. Údaje sú reprezentované súradnicami jednotlivých miest a váhami, ktoré vyjadrujú počet nehôd v daných lokalitách Tabuľka Ú3 - 1.

Úloha: **Ako zvoliť optimálnu pozíciu záchrannej stanice tak, aby bola čo najbližšie k miestam nehôd?**

Tabuľka Ú3 - 1: súradnice miest a váhy nehodovosti

Miesto	Súradnice		Váhy
	X	Y	
A	0	2	1
B	1	0	1
C	1	3	3
D	0	4	5
E	3	3	5

Vyučovacia hodina prebiehala v štyroch krokoch:

Úvod – diskusia o tom, prečo je dôležité optimalizovať umiestnenie záchrannej stanice, prepojenie s reálnymi situáciami (záchranné služby, sklady, distribučné centrá), predstavenie IoT konceptu a funkcie BBC micro:bitu v zbere, spracovaní a vizualizácii dát.

Praktická časť – programovanie v MakeCode: generovanie náhodných súradníc bodov v rovine, priradenie váh každému bodu (pre BBC micro:bit 1-5), výpočet ťažiska hmotných bodov ako vážený priemer súradníc, vizualizácia jednotlivých bodov a vypočítané ťažisko na LED matici (blikanie optimálnej pozície). Ak vyjde ťažisko s necelými hodnotami súradníc, zaokrúhľime ho na najbližší bod LED mriežky pomocou funkcie Math.round. Odosielanie dát do MS Excelu prostredníctvom rozšírenia Data Streamer.

Analýza a vizualizácia – vytváranie grafického znázornenia bodov a ťažiska, porovnanie výsledkov bez váh a s váhami, diskusia o optimálnej pozícii záchrannej stanice, interpretácia dát – prepojenie s reálnym rozhodovaním (záchranná stanica, sklad, dátové centrum).

Reflexia – skupinová reflexia (čo sa podarilo, aké problémy sa vyskytli) a individuálna reflexia (čo som sa naučil/a, čo by som zlepšil/a), zhodnotenie porozumenia modelu, identifikácia problémov.

Jednou z možností, ako určiť optimálnu pozíciu záchrannej stanice, je nájsť miesto, pre ktoré je **súčet vzdialeností od všetkých ostatných miest minimálny**. Výpočet ťažiska hmotných bodov neposkytuje všeobecne riešenie problému minimalizácie súčtu euklidovských vzdialeností od daných bodov. Takýmto riešením je tzv. Fermat–Weberov bod (v špeciálnom prípade troch bodov Torricelliho

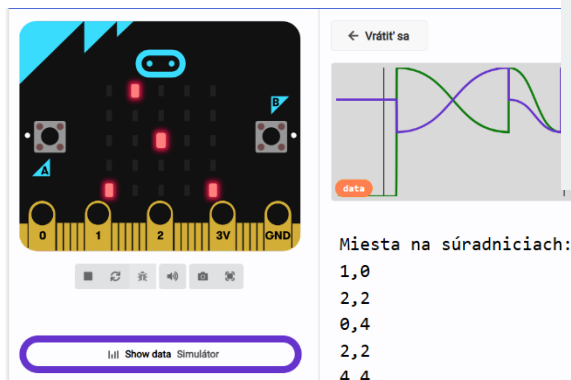
bod), ktorého výpočet však vyžaduje iteračné alebo numerické metódy. V aktivite Ú3 preto vedome používame výpočet ťažiska ako prvú aproximáciu optimalizačného riešenia, ktorá je matematicky jednoznačná, výpočtovo jednoduchá, vhodná pre školské prostredie a prácu s BBC micro:bitom.

V našej aktivite však využijeme inú interpretáciu, ktorá berie do úvahy aj **počet nehôd v jednotlivých lokalitách**. Miesta výskytu nehôd budú reprezentované ako **hmotné body** so súradnicami, pričom počet nehôd bude zodpovedať ich **hmotnosti (váhe)**. Pre určenie optimálnej pozície záchrannej stanice sme preto hľadali **ťažisko týchto hmotných bodov**, ktoré minimalizuje súčet vážených štvorcov euklidovských vzdialeností od všetkých bodov a umožňuje jednoduchý, jednoznačný výpočet výsledku bez potreby iterácií.

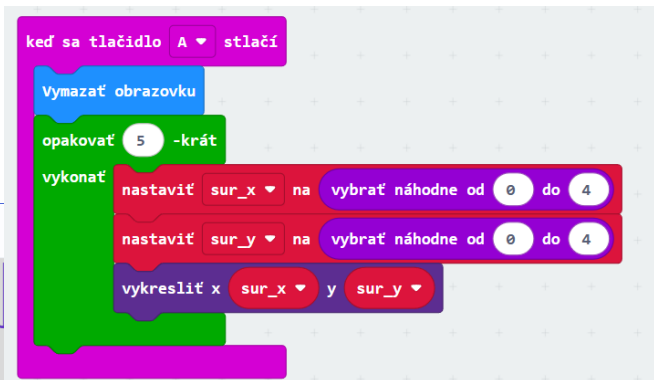
V reálnych podmienkach má tento model svoje obmedzenia, pretože nezohľadňujeme reálnu dopravnú sieť, terén a ani čas dojazdu, výsledok tak môže ležať tam, kde v realite nemôže stáť stanica (napr. mimo ciest, na vysokej hore a podobne). Cieľom aktivity je preto pochopenie princípu optimalizácie, práce s váhami a cyklického spracovania údajov, nie presná simulácia reálnych podmienok. Naš model je vhodný pre školské prostredie a použitie zariadenia BBC micro:bit.

Program je potrebné programovať postupne – viacnásobná iterácia programu (tvorba, testovanie, overenie, úprava a opäť opakovanie cyklu).

Najskôr pomocou cyklu vytvoríme náhodné generovanie súradníc, ich rozsvietenie na LED matici Obrázok Ú3 - 2.



Obrázok Ú3 - 1: chyba v zobrazovaní



Obrázok Ú3 - 2: náhodné generovanie piatich miest

Skúmame prečo sa niekedy generuje menší počet miest a nie práve 5, ako sme nastavili. Použijeme výpis vygenerovaných súradníc jednotlivých miest Obrázok Ú3 - 1. So žiakmi diskutujeme o možnostiach vylepšenia programu.

Miesto výskytu zhody môžeme ošetriť napr. nižším jasom konkrétnej LED, ale lepšie by bolo kontrolovať zvolené súradnice a v prípade zhody vygenerovať nové. Takto sme to urobili my:



Ukážkový program – rôzne súradnice: <https://makecode.microbit.org/A8JdamY9ufC8>

Následne aplikujeme vzorec na výpočet **ťažiska**. Môže sa stať, že miesto ťažiska bude už existujúce miesto hmotného bodu, preto je potrebné zobrazenie ťažiska odlišiť. Zvolili sme rozblikanie danej súradnice a na záver jemné zníženie jasů Obrázok Ú3 - 3.

V programe však už pracujeme s pojmom polia, preto je na zvážení učiteľa, v ktorom ročníku aplikuje túto aktivitu.



Ukázkový program – výpočet ťažiska: <https://makecode.microbit.org/KCVMPo2AE5kh>

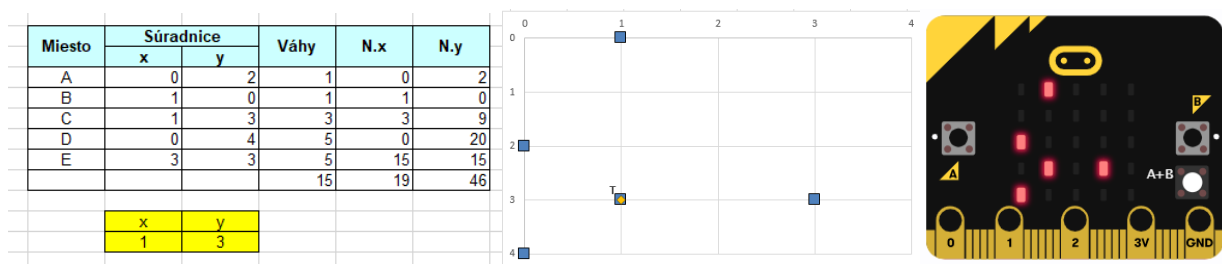
Posledným krokom je priradenie váh – nehodovosť daného miesta vyjadrená číslom. Pre testovanie zvolíme rozsah od 1 po 5. Vyššia váha môže byť znázornená vyšším jasom. Uvažujeme priradenia: váha 1 -> jas 55, atď. 2 -> 105, 3 -> 155, 4 -> 205, 5 -> 255. Preto môžeme použiť jednoduchý matematický vzťah: jas = 5 + váha * 50.



Ukázkový iterovaný program: <https://makecode.microbit.org/fKY9sPVPLC3t>

Pozrime sa na to matematicky. Program v MakeCode simuluje náhodné rozmiestnenie miest s výskytom nehôd. V našom modeli sú reprezentované ako hmotné body so súradnicami [x, y], ktoré sa rozsvietia na LED matici BBC micro:bitu (5x5 mriežka). Každému bodu program priradí váhu (od 1 do 5) a následne vypočíta ťažisko týchto hmotných bodov (vážený priemer súradníc). Potom ťažisko zobrazí blikajúcim bodom.

Ťažisko hmotných bodov určíme podľa vzťahu: $T[X, Y] = \frac{M_1.v_1 + M_2.v_2 + \dots + M_k.v_k}{\sum v_k}$, kde v_k je počet nehôd (váha) v mieste $M_k[x_k, y_k]$ a k je počet miest.

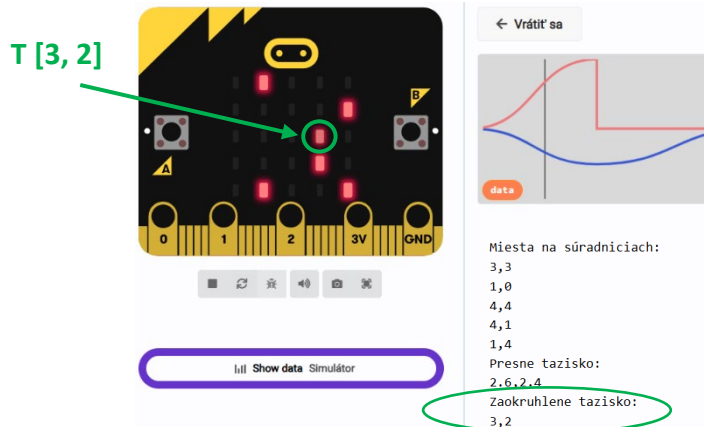


Obrázok Ú3 - 4: výpočet a vizualizácia súradníc a ťažiska

V grafe na obrázku Obrázok Ú3 - 4 je zobrazená vypočítaná poloha ťažiska hmotných bodov, ktorá by mohla byť využitá pre pozíciu záchrannej stanice. Ťažisko tejto konkrétnej úlohy má súradnice v už existujúcom náhodne vygenerovanom bode [1, 3].

Náhodne vygenerované súradnice a váhy:

$$(x_1 = 0, y_1 = 2, v_1=1), (x_2 = 1, y_2 = 0, v_2=1), (x_3 = 1, y_3 = 3, v_3=3), (x_4 = 0, y_4 = 4, v_4=5), (x_5 = 3, y_5 = 3, v_5=5)$$

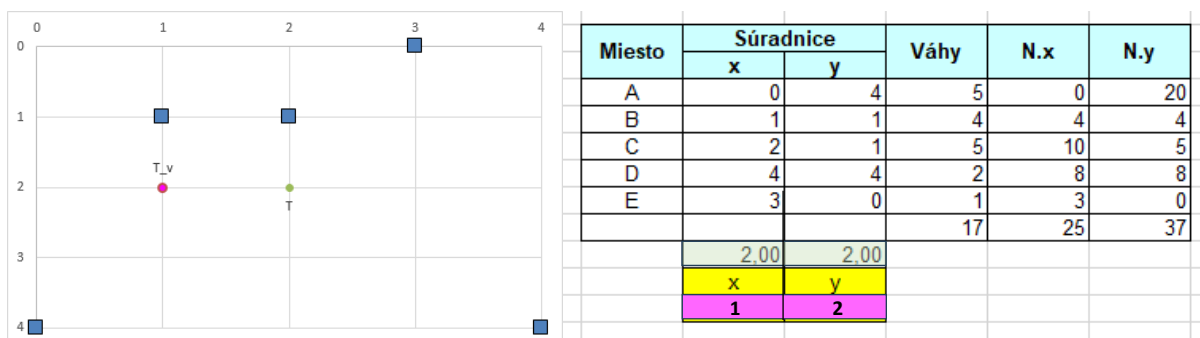


Obrázok Ú3 - 3: pridanie výpočtu ťažiska a jeho zobrazenie na LED matici

Ťažisko hmotných bodov určíme ako vážený priemer súradníc: $X = \frac{\sum x_k \cdot v_k}{\sum v_k}$ a $Y = \frac{\sum y_k \cdot v_k}{\sum v_k}$.

Nájdená súradnica [1, 3] začne blikať (stlačením tlačidla B). Stlačením tlačidla A výpis na LED matici – hodnoty náhodne vygenerovaných súradníc a váh. Program je ošetrený tak, aby sa vygenerovalo päť rôznych súradníc.

Na obrázku Obrázok Ú3 - 5 modelujeme iný príklad. Zelená bodka [2, 2] v grafe znázorňuje ťažisko jednotlivých bodov bez aplikácie hodnôt váhy. Ružová bodka [1, 2] charakterizuje ťažisko s aplikovaním váh pre náhodne vygenerované súradnice. Táto súradnica je výsledkom našej problémovej úlohy.



Obrázok Ú3 - 5: ťažisko s a bez váh



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

- Iterácia 1 (ZŠ verzia – micro:bit LED 5×5) – program pripravujeme postupne. Najprv pracujeme s mriežkou 0–4, body sú zobrazované na LED displeji náhodne, ťažisko blika ako výsledok modelu. Program je vhodný na pochopenie princípu váženého priemeru a rozhodovania na základe dát. Ako sme uviedli, niekedy sa stane, že sa nám nezobrazuje 5 bodov, diskutujeme o tom prečo, keď program obsahuje generovanie piatich bodov.
- Iterácia 2 (SŠ verzia – MS Excel/Data Streamer, väčší rozsah dát) – keďže program generuje 5 bodov ošetríme program tak, aby sa generovalo 5 rôznych súradníc, k tomu je potrebná znalosť práce s poliami (zoznamami). Testujeme program, keď rozšírime rozsah miest – súradníc (napr. 0–50) a váh (napr. 1–100) a vizualizáciu realizujeme v MS Excel cez Data Streamer v reálnom čase. Žiaci sledujú, ako sa pri cyklickom generovaní údajov mení poloha ťažiska a ako sa stabilizuje pri väčšom počte bodov.
- Iterácia 3 (rozšírenie – skutočná optimalizácia) – ako rozšírenie aktivity je možné zaviesť hľadanie bodu, ktorý minimalizuje súčet vážených euklidovských vzdialeností od všetkých bodov (Fermat–Weberov problém). Keďže neexistuje jednoduchý uzavretý vzorec, riešenie je možné: aproximovať numericky, realizovať iteračne (napr. postupným zlepšovaním polohy) alebo demonštrovať pomocou heuristických metód (napr. genetické algoritmy).

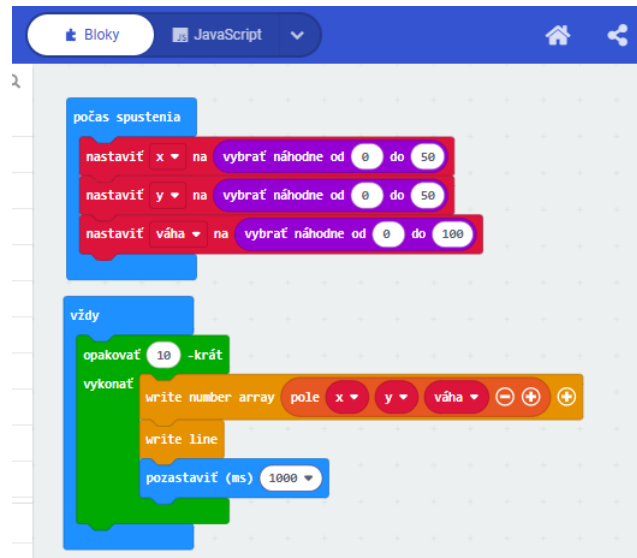
Dôležité odporúčania (metodické):

- keďže LED mriežka micro:bitu je diskretná, je vhodné zaokrúhľovať vypočítané ťažisko na najbližší bod mriežky (alebo určiť najbližší existujúci bod),
- váhy je vhodné interpretovať ako počet nehôd alebo závažnosť nehôd (napr. 1–5),
- pre konzistenciu dát odporúčame ošetriť, aby sa negenerovali rovnaké súradnice,
- v diskusii je vhodné zdôrazniť, že ide o modelové riešenie a v praxi by sa pridali aj obmedzenia (cesty, terén, dostupnosť).

Rozšírenie:

Model by mohol byť vylepšený o možnosť zadať hodnoty súradníc jednotlivých miest (bodov) používateľom;

Na model s viacerými bodmi možno aplikovať prepojenie BBC micro:bit s MS Excel cez Data Streamer, vid' kapitola *Ako používať Data Streamer v prostredí MS Excel*. Naprogramovať program napr. náhodné generovanie súradníc x, y (od 0 do 50) a váhu pre dané súradnice (od 1 do 100). Základ programu ukazujú obrázok Obrázok Ú3 - 6.



Obrázok Ú3 - 6: program v MakeCode

V programe MS Excel cez doplnok Data Streamer prijímame v aktuálnom čase dáta – súradnice a ich váhy. Ak si nastavíme tabuľky a grafy, vizualizáciu modelu vidíme v priamom prenose.

Aktivita Ú3 umožňuje žiakom riešiť reálny optimalizačný problém pomocou matematického modelovania, programovania a práce s dátami. Prostredníctvom výpočtu ťažiska hmotných bodov a jeho vizualizácie si žiaci osvojujú princípy optimalizácie, cyklického spracovania údajov a interpretácie výsledkov. Aktivita prirodzene podporuje rozvoj analytického myslenia, dátovej gramotnosti a porozumenie využitiu matematiky v praktických rozhodovacích situáciách, v súlade s cieľmi novej kurikulárnej reformy.

Doplnková úloha: Vplyv váh na polohu ťažiska - zmeňte váhu jedného bodu (napr. bod D alebo E) a sledujte, ako sa zmení poloha vypočítaného ťažiska. Výsledok porovnajte s pôvodným riešením.



Otázky na zamyslenie:

1. Ktorý bod má najväčší vplyv na polohu ťažiska?
2. Prečo zvýšenie váhy jedného bodu posúva ťažisko smerom k nemu?
3. Ako by sa zmenilo riešenie, keby všetky váhy boli rovnaké?

Riešenie:
1. Bod s najväčšou váhou, pretože má najväčší podiel na váženom priemere.
2. Pretože váha znásobuje súradnice bodu a tým zvyšuje jeho vplyv na výsledok.
3. Ťažisko by sa zhodovalo s aritmetickým priemerom súradníc bodov.

Aktivita je navrhnutá v súlade s cyklickým charakterom novej kurikulárnej reformy, keďže žiaci opakovane prechádzajú fázami formulácie problému, tvorby modelu, jeho overovania, interpretácie a úprav.

Ú4 Prahové hodnoty a varovný systém

Návrh aktivity Ú4 Prahové hodnoty a varovný systém (pred prírodnými katastrofami)	
Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny	Typ aktivity: Projektová úloha / praktická aktivita – IoT a matematické modelovanie
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika Téma/tematický celok: <ul style="list-style-type: none"> • Monitorovanie prírodných javov pomocou IoT senzorov • Zber, vizualizácia a analýza dát (vietor, teplota, seizmická aktivita) • Algoritmizácia a automatizácia varovných systémov 	
Zadanie: Prírodné katastrofy sú neodmysliteľnou súčasťou životného prostredia a ich vplyvy a dopady intenzívne pociťujú všetky dotknuté ekosystémy, živočíchy a najmä ľudské spoločstvo. Navrhnete a vybudujete jednoduchý varovný systém na monitorovanie troch prírodných javov: vietor, teplota, seizmická aktivita (otrasy). Použite BBC micro:bit a senzory (DHT11, akcelerometer, motor s vrtuľkou). Údaje prenášajte cez rádiovú komunikáciu na centrálny BBC micro:bit, ktorý ich zobrazí na OLED displeji a uloží do PC. Simulujte zmeny veličín, otestujte funkčnosť systému a diskutujte o jeho využití v praxi.	
Kľúčové slová: IoT, BBC micro:bit, Seizmometer, Teplotný senzor, Vietor, Rádio komunikácia, Automatizácia, Grafy, Data Logging, MakeCode, STEM, Digitálne zručnosti, Programovanie, Modelovanie	
Vzdelávacie ciele: <ul style="list-style-type: none"> • Osvojiť si princípy zberu a prenosu dát pomocou IoT senzorov. • Modelovať závislosť veličín (teplota, vietor, otrasy) od času a interpretovať výsledky. • Navrhnuť jednoduchý varovný systém na základe sensorických údajov. • Rozvíjať tímovú spoluprácu, komunikáciu, tvorivosť, algoritmické myslenie a digitálne kompetencie. 	
Obsahové štandardy: <ul style="list-style-type: none"> • Meranie fyzikálnych veličín (teplota, pohyb, vietor) • Algoritmizácia podmienok a reakcií systému • Vizualizácia dát a ich interpretácia 	Výkonové štandardy: Žiak dokáže: <ul style="list-style-type: none"> • Naprogramovať BBC micro:bit na snímanie veličín a odosielanie dát cez rádio. • Vytvoriť centrálny prijímač, ktorý zobrazí údaje na OLED displeji a PC. • Prijímať spätnú väzbu a konštruktívne a vecne diskutovať o možnostiach využitia varovných systémov v praxi.
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...): <ul style="list-style-type: none"> • Funkčný prototyp varovného systému (4 BBC micro:bity + senzory). • Vizualizácia dát (grafy, LED indikátory). • Pracovný list s analýzou algoritmu a reflexiou. 	
Zhrnutie aktivity (stručný opis a zhrnutie aktivity): Potrebné materiály: <ul style="list-style-type: none"> • 4× BBC micro:bit • IoT:bit dosky (2 ks) • OLED displeje (2 ks) 	<ul style="list-style-type: none"> • DHT11 senzor teploty • jednosmerný motor s vrtuľkou (vietor) • prepojovacie vodiče, svorky, batérie
Žiaci vytvoria tímový projekt – varovný systém pred prírodnými katastrofami. Použijú 4 BBC micro:bity: <ul style="list-style-type: none"> • BBC micro:bit č. 1 – centrálny prijímač (zobrazuje údaje na OLED displeji, ukladá dáta). • BBC micro:bit č. 2 – sníma teplotu (DHT11 senzor). • BBC micro:bit č. 3 – sníma seizmickú aktivitu (akcelerometer). • BBC micro:bit č. 4 – sníma silu vetra (motor s vrtuľkou). Dáta sa prenášajú cez rádiovú komunikáciu na centrálny BBC micro:bit, ktorý ich zobrazuje a môže exportovať do PC. Programy v MakeCode: Vietor – vysílač: https://makecode.microbit.org/S76899-49933-96116-58982 Teplota – vysílač: https://makecode.microbit.org/S26995-48245-70702-55281	

Otrasy – vysielateľ: <https://makecode.microbit.org/S22559-00524-50053-11766>

Prijímač – centrálny: <https://makecode.microbit.org/S19333-74310-93879-66154>

Matematické modelovanie:

V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:

- sledovaním zmien meraných veličín v čase (sledovanie zmien teploty, intenzity vetra a otrasov) prostredníctvom cyklického merania senzorov,
- jednoduchou analýzou a vizualizáciou dát (OLED displej, PC), porovnávanie priebehov a identifikovanie trendov a náhlych zmien,
- návrhom prahového varovného modelu, v ktorom systém reaguje na prekročenie kritickej hodnoty,
- interpretáciou nameraných údajov v kontexte reálnych javov a rozhodovaním o potrebe zásahu (upozornenia).

Individuálne výstupy žiakov (ak počas aktivity žiaci odovzdávajú čiastkové úlohy alebo výstupy, ktoré môžu byť hodnotené individuálne):

- Vyplnený pracovný list (analýza algoritmu, reflexia).
- Návrh zlepšenia varovného systému (prepojenie s mobilom – varovná SMS).

Dôležité zdroje, materiály a dokumenty

Pracovný list – návrh otázok:

1. Ako funguje akcelerometer na BBC micro:bit?
2. Ako ste merali silu vetra?
3. Ako ste zabezpečili prenos dát medzi BBC micro:bitmi?
4. Čo by ste vylepšili vo vašom riešení?

Skupinová reflexia:

- Čo sa nám podarilo?
- Kde sme narazili na problém?
- Ako sme spolupracovali?

Individuálna reflexia:

- Čo som sa naučil/a?
- Čo mi robilo problém?
- Čo by som chcel/a na budúce robiť inak?

Medzipredmetové vzťahy:

- Matematika: grafy, závislosť veličín, analýza dát
- Informatika: programovanie BBC micro:bitov, IoT, vizualizácia dát
- Fyzika: meranie teploty, pohybu, prúdenia vzduchu
- Technika: konštrukcia senzora vetra, zapojenie komponentov
- Geografia / Environmentálna výchova: prírodné katastrofy a ich dopady
- Etická výchova: zodpovedné využitie technológií

Odporúčania – voliteľná hodina:

- Rozšírenie vizualizácie dát: Použitie platformy ThingSpeak alebo MS Excel na grafické zobrazenie nameraných hodnôt (teplota, vietor, otrasy).
- Prepojenie s mobilnou aplikáciou: Vytvoriť jednoduchú aplikáciu v MIT App Inventor, ktorá prijíma dáta z BBC micro:bitu cez Bluetooth.
- Diskusia o reálnych aplikáciách: Ako sa podobné systémy využívajú v meteorológii, seizmológii a krízovom manažmente.
- Bezpečnosť: Zdôrazniť bezpečnosť pri práci s elektrickými obvodmi a pri simulácii otrasov.
- Úloha bola iterovaná a vznikla Ú5.

Záver:

V tejto aktivite žiaci prepájali teóriu s praxou – využili matematické modelovanie, algoritmizáciu a IoT technológie na riešenie reálneho problému monitorovania prírodných javov. Naučili sa pracovať s mikrokontrolérmi BBC micro:bit, senzorom teploty, akcelerometrom a vlastným senzorom vetra, rozvíjali digitálne kompetencie a algoritmické myslenie prostredníctvom programovania v MakeCode, práce s dátami a ich vizualizácie. Aktivita podporila tímovú spoluprácu, komunikáciu a schopnosť prijímať spätnú väzbu, pričom žiaci diskutovali o využití IoT v praxi (meteorológia, seizmológia, krízový manažment) a bezpečnosti. Aktivita rozvíja porozumenie cyklickým procesom, keďže meranie, prenos a vyhodnocovanie údajov prebieha opakovane v pravidelných intervaloch. Projekt rozvíja gramotnosti pre 21. storočie – dátovú, digitálnu a vedeckú – a ukazuje, ako technológie môžu pomôcť pri riešení reálnych problémov.

Inšpirácia: učiteľka RNDr. Jana Hvizdošová (gymnázium Poštová, Košice) - Záverečná prezentácia – pokročilí – apríl 2024 ERUDO

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú4:

Aktivita Ú4 bola realizovaná učiteľkou RNDr. Janou Hvizdošovou a vychádza z jej praktických skúseností s implementáciou IoT projektov do vyučovania. Na základe realizácie sa ako vhodné ukázalo pracovať vo viacerých tímoch po 4 až 5 žiakov, pričom časová dotácia by mala byť minimálne dve po sebe idúce vyučovacie hodiny. Takéto usporiadanie umožňuje žiakom nielen zostaviť a naprogramovať jednotlivé časti systému, ale aj porozumieť ich vzájomnému prepojeniu a funkcii v celku.

Vyučovacia hodina prebiehala v štyroch krokoch:

Úvod:

Diskusia o význame monitorovania prírodných javov prostredia ako sú seizmická aktivita, zmeny teploty či sila vetra. Ich vplyv na bezpečnosť obyvateľstva. Predstavenie konceptu IoT a úlohy BBC micro:bitu pri zbere, prenose a spracovaní dát zo senzorov.

Praktická časť:

Práca v tímoch po 4–5 žiakov. Použitie 4 BBC micro:bitov – dva z nich pripojené k IoT:bit doske, dva napájané z batérie. Programovanie BBC micro:bit na cyklické snímanie údajov zo senzorov, ich odosielanie rádiovou komunikáciou na centrálny BBC micro:bit a vyhodnocovanie hodnôt na základe prahových podmienok.

Analýza a vizualizácia:

Zobrazovanie nameraných hodnôt na externom OLED displeji a v počítači, kde boli spracované a zobrazené vo forme jednoduchých grafov. Žiaci porovnávali priebehy jednotlivých veličín, diskutovali o presnosti merania a o tom, ktoré zmeny hodnôt môžu predstavovať varovný signál v reálnych podmienkach.

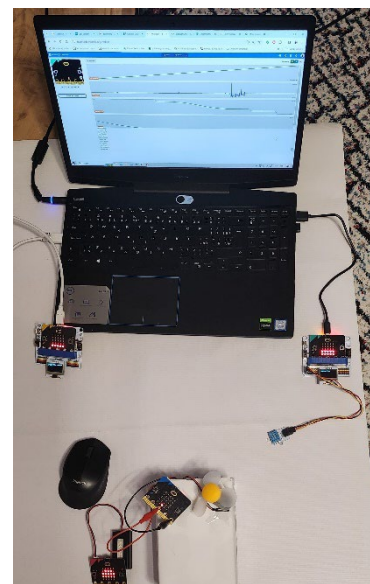
Reflexia:

Skupinová reflexia (čo sa podarilo, aké problémy sa vyskytli) a individuálna reflexia (čo som sa naučil/a, čo by som zlepšil/a). Hodnotenie funkčnosti systému, identifikácia technických a programátorských problémov, navrhovanie možných zlepšení. Žiaci sa v tomto kroku vracali k pôvodnému návrhu systému a uvažovali o úpravách algoritmu a prahových hodnôt, čím sa aktivita prirodzene uzatvárala do cyklu modelovania

Postup (RNDr. Jana Hvizdošová):

„Použili sme 4 BBC micro:bity – dva pripojené k IoT:bit doske, dva voľné, pripojené k zdroju napätia (batérii). Ukážka zapojenia na obrázku Obrázok Ú4 - 1 Na BBC micro:bite č. 3 sme využili zabudovaný senzor – akcelerometer na snímanie náklonu, a tým sme modelovali monitorovanie seizmickej aktivity, pomernú veľkosť veličiny zobrazoval BBC micro:bit aj na vstavanom LED displeji jednoduchým grafom.

Na snímanie okolitej teploty sme využili externý senzor DHT11 pripojený k BBC micro:bitu č. 2, ktorý bol na IoT:bit doske, kde bol zároveň pripojený aj OLED displej. Ten zobrazoval údaje o teplote a zároveň jej pomernú veľkosť zobrazoval aj BBC micro:bit č. 3 na vstavanom LED displeji jednoduchým grafom Na meranie sily vetra sme si vyrobili vlastný senzor pomocou jednosmerného motora s pripojenou vrtuľkou. Keď totiž roztočíme jednosmerný motor,



Obrázok Ú4 - 1: Varovný systém

generuje malé množstvo napätia a to môžeme zaznamenať pomocou príkazu analógového čítania v MakeCode.

Pre zhromažďovanie hodnôt jednotlivých veličín sme využili rádiovú komunikáciu. Tri BBC micro:bity merali a odosieli údaje sledovanej veličiny na jeden centrálny - pripojený k počítaču. Tento BBC micro:bit č. 1 zobrazoval jednotlivé hodnoty na externom displeji a zároveň graficky zobrazoval na namerané hodnoty na PC, ukladal ich a v prípade potreby ich mohol exportovať.“

Pri realizácii aktivity sa potvrdilo, že vývoj programu prebieha iteratívne – prostredníctvom opakovaných cyklov tvorby, testovania, overovania a úprav. Najskôr bolo potrebné zabezpečiť generovanie a zobrazovanie nameraných hodnôt, následne aplikovať logické podmienky pre vyhodnocovanie rizikových stavov a nakoniec prepojiť jednotlivé časti systému pomocou rádiovkej komunikácie.



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Iterovaním aktivity Ú4 a inšpirácie z podujatia Science on Stage vznikla aktivita Ú5.

Z metodického hľadiska odporúčame:

- pracovať s reálnymi meraniami, nie s vopred danými hodnotami,
- ponechať žiakom čas na diskusiu, nastavovanie a opakované skúšanie,
- nechať ich model vedome „doladiť“ na základe pozorovania,
- podporovať cyklus *meranie – vyhodnotenie – úprava – opätovné meranie*.

Práve tieto opakujúce sa cykly dávajú aktivite zmysel a sú plne v súlade s princípmi novej kurikulumnej reformy, ktorá kladie dôraz na aktívne učenie, prácu s dátami, experimentovanie a prepojenie matematiky s reálnymi životnými situáciami. Tieto odporúčania ilustruje aj nasledujúca doplnková aktivita.

Doplnková úloha: Varovanie obyvateľstva pred potopou

Ako rozšírenie aktivity Ú4 bola realizovaná zjednodušená verzia varovného systému zameraná na monitorovanie hladiny vody a automatickú ochranu obyvateľstva pred záplavami, s využitím sady Smart Life Kit a zariadenia BBC micro:bit. Úloha bola realizovaná so žiakmi 5. ročníka ZŠ v rámci medzipredmetového projektu **Deň vody 2026**, čo potvrdzuje, že princípy matematického modelovania a automatizácie je možné primerane adaptovať aj pre mladších žiakov.

Problémová situácia vychádzala z reálneho rizika zvýšenia hladiny vody v riekach a vodných nádržiach počas intenzívnych zrážok. Cieľom úlohy bolo **včasnú varovanie a automatickú reakciu systému**, ktorá môže zmierniť následky povodne.

Model bol realizovaný pomocou jazierka s vodou, kde meranou veličinou bola **výška hladiny vody** snímaná pomocou senzora (v rozsahu 0-100). Výstupom systému bolo vizuálne varovanie (LED zelená, oranžová, červená), zvuková signalizácia (siréna) a automatické zapnutie čerpadla pri kritickej hodnote.

Pri realizácii aktivity Ú4 sa ukázalo ako mimoriadne prínosné, že žiaci nekonfigurovali prahové hodnoty systému abstraktne, ale kalibrovali ich na základe reálneho ponárania snímača hladiny vody do nádrže. Najprv vyplnili pracovný list v teoretickej rovine a potom postupným meraním sledovali zmeny analógových hodnôt senzora a na základe získaných dát upravovali hranice jednotlivých intervalov (bezpečný stav, výstraha, kritický stav) Obrázok Ú4 - 2.

Tento postup viedol k pochopeniu, že hodnoty senzora nie sú „dané“, ale závisia od fyzických podmienok prostredia, že matematický model je potrebné prispôbovať reálnym dátam. Správne

nastavenie prahových hodnôt je výsledkom iteratívneho procesu, nie jednorazového výpočtu a navyše viedlo k aktivovaniu čerpadla vo chvíli, keď to bolo najviac potrebné.



Obrázok Ú4 - 2: Ochrana obyvateľstva pred potopou

Aktivita tak zdôraznila **cyklický charakter učenia** – meranie --> vyhodnotenie --> rozhodnutie --> zásah --> opätovné meranie. Realizácia poskytla cenné empirické poznatky o tom, ako žiaci pracujú s IoT systémom, ako interpretujú dáta zo senzorov a ako dokážu aplikovať jednoduché matematické modely pri vyhodnocovaní rizikových situácií.

Veľmi silným didaktickým momentom je fáza, keď žiaci diskutujú o uhlových hodnotách, hraniciach intervalov a o tom, pri akej hodnote by sa už malo spustiť čerpadlo. Rozprávajú o uhloch, porovnávajú hodnoty, navrhujú zmeny a obhajujú svoje rozhodnutia. V okamihu, keď sa ozve zvuková siréna, rozhovory sa náhle zastavia – trieda stíchne, takmer nikto nedýcha a všetci sledujú, či sa systém zachová tak, ako ho navrhli. Keď sa čerpadlo skutočne spustí, nasleduje spontánna radosť a silný pocit úspechu, ktoré sú nenahraditeľné a výrazne podporujú motiváciu žiakov. Tento moment je zachytený aj vo videu z realizácie aktivity (časť videa približne čas 3:35).



Link na **video** z realizovanej aktivity: https://youtu.be/f6S_Fts6rUI

Z realizácie aktivity sa ukázalo, že získavanie reálnych dát priamo z prostredia má pre žiakov mimoriadne silný význam. Keď žiaci sami ponárajú snímač hladiny vody do nádrže, sledujú meniace sa hodnoty a postupne si uvedomujú, že čísla na displeji nie sú „len čísla“, ale opisujú skutočný stav vody, matematika prestáva byť abstraktná. Kalibrácia senzora sa v tomto momente stáva kľúčovým bodom učenia – podobne ako „krabička s ovečkou“ v Malom princovi. Nejde o hotové riešenie, ale o proces hľadania, skúšania, nastavovania a porozumenia, pri ktorom si žiaci model vytvárajú sami.



Otázky na zamyslenie:

1. Ako súvisí uhol natočenia servo motorčeka s výškou hladiny vody?
2. Prečo sme nemohli nastaviť hranice pre spustenie čerpadla len „od oka“, ale museli sme senzor naozaj ponoriť do vody?
3. Ako sme spoznali, že systém funguje správne?

Riešenie:
 1. Čím je hladina vody vyššia, tým väčší je uhol natočenia serva, takže uhol slúži ako jednoduchý matematický model, ktorý nám pomôže rozdeliť hodnoty do jasných hraníc. Vďaka tomu sme vedeli povedať, kedy je situácia ešte bezpečná a kedy už nebezpečná. Matematika nám pomohla rozhodnúť, pri akej hodnote má systém zmeniť správanie, nie náhodne, ale podľa pravidiel. 3. Systém pri dosiahnutí nastavených hraníc reagoval presne podľa nášho modelu – spustila sa siréna, zaplo sa čerpadlo.

Ú5 Analýza časových radov a seizmické dáta

Návrh aktivity Ú5 – doplnková úloha k aktivite Ú4 Iteratívne zlepšovanie matematického modelu seizmických otrasov Analýza časových radov a seizmické dáta (Seizmometer s BBC micro:bitom, Data Streamer a analýza dát)	
Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny	Typ aktivity: Projektová úloha / praktická aktivita – IoT a matematické modelovanie
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika Téma/tematický celok: <ul style="list-style-type: none"> • Monitorovanie prírodných javov pomocou IoT senzorov • Zber, vizualizácia a analýza dát (seizmická aktivita) • Algoritmizácia a modelovanie magnitúdy otrasov 	
Zadanie: Navrhnete a realizujete seizmometer s BBC micro:bitom, ktorý bude merať zmenu zrýchlenia oproti pokojovému stavu pomocou zabudovaného akcelerometra. Údaje prenášajte do prostredia MS Excel cez doplnok Data Streamer a vizualizujte ich v reálnom čase. Na základe nameraných hodnôt pracujte s odchýlkou od pokojového stavu ako s modelovou veličinou intenzity otrasu. vypočítajte modelovú magnitúdu podľa vzorca: $Magnitúda = \log_{10}(sila+1)$, kde $sila = Strength - 1023 $ (odchýlka od pokoja). Hodnota 1023 predstavuje referenčný stav pokoja akcelerometra; vypočítaná sila neslúži ako fyzikálna veličina, ale ako modelový index intenzity otrasu . Rozšírenie pre vyšší stupeň (1. ročník SŠ): Namerané hodnoty transformujte pomocou logaritmickej funkcie na modelovú magnitúdu , ktorá slúži ako zjednodušený matematický model seizmickej stupnice. Diskutujte o rozdieloch medzi modelom a skutočnou Richterovou stupnicou.	
Kľúčové slová: IoT, BBC micro:bit, Seizmometer, Akcelerometer, Data Streamer, MS Excel, Logaritmus, Richterova stupnica, STEM, Digitálne zručnosti	
Vzdelávacie ciele: <ul style="list-style-type: none"> • Naučiť sa merať seizmickú aktivitu pomocou akcelerometra. • Vizualizovať dáta v MS Excel a aplikovať matematické modelovanie. • Pochopiť princíp Richterovej stupnice a vytvoriť zjednodušený model. • Rozvíjať algoritmické myslenie, digitálne kompetencie a tímovú spoluprácu. 	
Obsahové štandardy: <ul style="list-style-type: none"> • Meranie fyzikálnych veličín (zrýchlenie) a práca s modelovou odchýlkou od pokoja. • Logaritmicke funkcie a ich aplikácia v modelovaní. • Vizualizácia dát a interpretácia výsledkov. 	Výkonové štandardy: Žiak dokáže: <ul style="list-style-type: none"> • Naprogramovať BBC micro:bit na meranie otrasov a odosielanie dát do PC. • Vytvoriť graf závislosti modelovej intenzity „sily“ otrasov od času v MS Excel. • Vypočítať modelovú magnitúdu a interpretovať výsledky.
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...): <ul style="list-style-type: none"> • Funkčný seizmometer s BBC micro:bitom. • Grafy a tabuľky v MS Excel s vypočítanou magnitúdou. • Diskusia o využití modelu v praxi. 	
Zhrnutie aktivity (<i>stručný opis a zhrnutie aktivity</i>): Potrebne materiály: <ul style="list-style-type: none"> • 2× BBC micro:bit, prepojovací kábel USB • PC s MS Excel + doplnok Data Streamer Programy v MakeCode: Vysielač (BBC micro:bit v mieste merania seizmickej aktivity): https://makecode.microbit.org/S23853-54704-62202-89112 Prijímač (BBC micro:bit, ktorý spracováva prijaté dáta Data Streamer): https://makecode.microbit.org/S12681-37537-41966-00500	

Matematické modelovanie:

V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:

- sledovaním závislosti sily otrasov od času prostredníctvom cyklického merania údajov z akcelerometra,
- transformáciou nameraných dát (odchýlka od pokoja) na novú veličinu – modelovú magnitúdu,
- aplikáciou logaritmickú funkciu na vytvorenie zjednodušeného modelu Richtrovej stupnice,
- vizualizáciou dát v podobe grafov a ich interpretáciou,
- porovnávaním matematického modelu s reálnym seizmologickým meraním a diskusiou o jeho obmedzeniach.

Aktivita explicitne rozlišuje medzi reálnou fyzikálnou veličinou (zrýchlenie merané v mg) a modelovou matematickou veličinou (bezrozmerná intenzita otrasov), pričom modelová veličina neslúži ako náhrada fyzikálneho merania, ale ako nástroj na jeho interpretáciu a porovnávanie v rámci jedného experimentu.

Individuálne výstupy žiakov (ak počas aktivity žiaci odovzdávajú *čiasťkové úlohy alebo výstupy, ktoré môžu byť hodnotené individuálne*):

- Vyplnený pracovný list (analýza algoritmu, výpočty, reflexia).
- Vlastný graf alebo tabuľka v MS Excel s komentárom.
- Stručné slovné vysvetlenie rozdielu medzi modelom a realitou.
- Návrh jedného možného vylepšenia modelu alebo systému.

Dôležité zdroje, materiály a dokumenty

Pracovný list – návrh otázok:

1. Ako funguje akcelerometer na BBC micro:bite?
2. Je hodnota „sila“, s ktorou pracujeme, fyzikálnou silou? Zdôvodnite svoju odpoveď.
3. Prečo používame logaritmus pri výpočte magnitúdy?
4. Vypočítajte magnitúdu pre silu 0, 50 a 500.
5. Ako by ste rozšírili tento model, aby bol bližšie k reálnej Richtrovej stupnici?

Skupinová reflexia:

- Čo sa nám podarilo?
- Kde sme narazili na problém?
- Ako sme spolupracovali?

Individuálna reflexia:

- Čo som sa naučil/a?
- Čo mi robilo problém?
- Čo by som chcel/a nabadúce robiť inak?

Medzipredmetové vzťahy:

- **Matematika** – funkcie, logaritmus, grafy, modelovanie.
- **Fyzika** – zrýchlenie, otrasy, pohyb.
- **Informatika** – programovanie, IoT, práca s dátami.
- **Geografia** – zemetrasenia, prírodné katastrofy.
- **Ochrana života a zdravia** – varovné systémy, prevencia.

Odporúčania – voliteľná hodina:

- Simulácia alarmu pri kritických hodnotách – pridať prehratie tónu
- Rozšírenie o vizualizáciu dát v ThingSpeak.
- Diskusia o využití seizmometrov v praxi.
- Prepojenie s mobilnou aplikáciou (MIT App Inventor).

Záver:

V tejto aktivite žiaci prakticky aplikovali matematické modelovanie a digitálne technológie na meranie seizmickej aktivity. Naučili sa využívať zabudovaný akcelerometer v BBC micro:bite, prenášať dáta do prostredia MS Excel cez doplnok Data Streamer a vizualizovať ich v reálnom čase. Žiaci vypočítali modelovú magnitúdu pomocou logaritmickú funkciu, čím si prepojili poznatky z matematiky (logaritmus, funkcie) s fyzikou (otrasy, zrýchlenie) a informatikou (programovanie, IoT). Aktivita podporila rozvoj dátovej gramotnosti, algoritmického myslenia a digitálnych kompetencií, pričom žiaci diskutovali o rozdieloch medzi modelom a skutočnou Richtrovou stupnicou a o možnostiach využitia podobných systémov v praxi. Aktivita umožňuje opakované prechádzanie cyklom meranie – analýza – modelovanie – interpretácia – úprava, pričom každý žiak sa môže zapojiť do tohto procesu na úrovni primeranej jeho schopnostiam.

Inšpirácia:

Science on Stage Praha 2022 - <https://www.sons2022.eu/en/programme/fair>

Collaboration in STEM Education – Fair C3 https://www.sons2022.eu/data/users/user_27854/3Collaboration-in-STEM-Education-with-text-14-Read-Only.pdf

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú5

Aktivita Ú5 nadväzuje na aktivitu Ú4 a rozširuje ju o iteratívne matematické modelovanie a analýzu časových radov, pričom využíva rovnaké technické riešenie (BBC micro:bit a Data Streamer).

Ako bolo uvedené v kapitole 1.6 *Ako používať Data Streamer v prostredí MS Excel*, Data Streamer je doplnok pre MS Excel, umožňujúci prijímať údaje zo zariadení prostredníctvom seriového portu. V rámci realizovaného projektu sme využili BBC micro:bit ako jednoduchý seizmometer (senzor vibrácií), pričom údaje z akcelerometra boli v reálnom čase prenášané do MS Excel a následne analyzované.

Na meranie sa použili dva BBC micro:bity – vysielateľ umiestnený v mieste merania (zaznamenávanie vibrácií – „seizmickej aktivity“) a prijímač pripojený k počítaču cez USB (spracovanie a vizualizácia údajov). Program na vysielateľi odosielať surové hodnoty zrýchlenia (Strength alebo Sila) prostredníctvom rádiovkej komunikácie, prijímač prijaté hodnoty posielal cez USB do doplnku Data Streamer v MS Excel.

Vyučovacia hodina prebiehala v štyroch krokoch:

Úvod:

Diskusia o význame monitorovania vibrácií a otrasov v praxi, o princípe merania seizmickej aktivity pomocou akcelerometra (jednoduchý senzor zrýchlenia) v BBC micro:bit a so spôsobom prenosu dát do MS Excel pomocou doplnku Data Streamer.

Praktická časť:

Žiaci pracovali v 4 – 5 členných tímoch. V prostredí MakeCode pripravili program na odosielanie „surových“ údajov z akcelerometra cez rádiovú komunikáciu a následný prenos dát do MS Excel. Počas merania manipulovali so zariadením (napr. jemné poklepy, vibrácie podložky, silné trasenie), pozorovali reakcie na LED matici BBC micro:bitu a sledovali prichádzajúce hodnoty v MS Excel.

Analýza a vizualizácia:

Namerané údaje spracovali do časového radu, vypočítali odchýlku od pokojového stavu a modelovú magnitúdu a výsledky vizualizovali pomocou grafov a histogramov. Diskutovali o rozdieloch medzi školským modelom a reálnym seizmologickým meraním.

Reflexia:

V závere žiaci hodnotili spoluprácu v tíme, identifikovali najčastejšie problémy pri programovaní a meraní a pomenovali, čo sa im podarilo. V individuálnej reflexii zhrnuli, čo sa naučili o zbere a spracovaní dát, o modelovaní a o interpretácii nameraných hodnôt; navrhli tiež úpravy či rozšírenia experimentu (napr. nastavenie vlastných prahových hodnôt, jemnejšie kategórie rizika alebo doplnenie ďalšej vizualizácie (cloud)).

Východiská - v aktivite Ú5 je potrebné dôsledne rozlišovať medzi tromi úrovňami práce s dátami:

1. Reálna fyzikálna veličina – zrýchlenie merané akcelerometrom v jednotkách mg (mili-g), ide o fyzikálne meranie, ktoré je zaťažené šumom, orientáciou senzora a gravitačnou zložkou.
2. Surové dáta – hodnoty akcelerometra (CH1 / Strength), ktoré sú v nezmenenej podobe prenášané do prostredia MS Excel, surové dáta obsahujú informáciu o pokoji aj o otrasoch a nie sú priamo vhodné na interpretáciu.
3. Modelové matematické veličiny (bezrozmerné) – odchýlka od pokojového stavu.

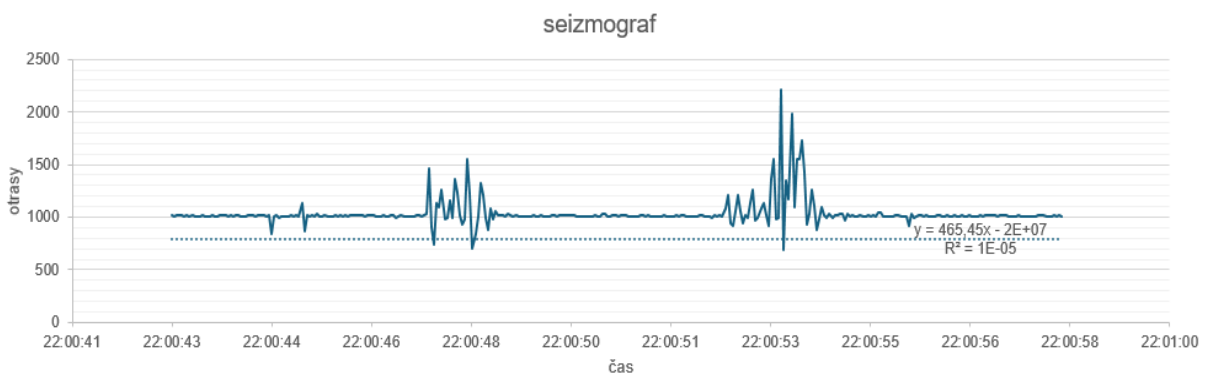
Modelové veličiny nenahrádzajú fyzikálne meranie, ale slúžia na jeho interpretáciu, porovnávanie a vizualizáciu v rámci jedného experimentu.

BBC micro:bit meria zrýchlenie v osiach **X, Y, Z** v jednotkách **mg** (mili-g), čo je tisícina gravitačného zrýchlenia ($1 \text{ g} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$). Hodnota **1000 mg zodpovedá približne 1 g** (gravitačné zrýchlenie v pokojnom stave). V pokojnom stave preto namerané hodnoty prirodzene oscilujú okolo konštanty blízkej 1023 mg (baseline) v závislosti od orientácie a spôsobu výpočtu. Ak chceme analyzovať „otras“ ako zmenu oproti normálu, je vhodné baseline odpočítať, aby bola viditeľná samotná odchýlka a nie konštantná zložka signálu.

Pre účely „seizmickej“ simulácie je vhodné pracovať s jednou súhrnnou veličinou – **vektorovou veľkosťou zrýchlenia** (tzv. „strength“), ktorá nezávisí od toho, či sa zmena deje v osi X, Y alebo Z:

$$\text{Strength} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Táto hodnota (ďalej označená ako CH1/Strength) sa použila ako vstup do MS Excel. Graf surových dát zo senzora zobrazuje Obrázok Ú5 - 1.



Obrázok Ú5 - 1: surové dáta CH1

Vysvetlivky k meraniu a výpočtom:

V programe MakeCode výpočet absolútnej hodnoty zrýchlenia slúži len na vizualizáciu otrasov na LED matici BBC micro:bitu. Do MS Excel sa prenášajú pôvodné hodnoty akcelerometra, preto sa odchýlka od pokojného stavu počíta priamo v MS Exceli (alternatívne je možné upraviť program v MakeCode tak, aby sa odchýlka odosiela priamo). Pre spracovanie sme vytvorili pomocný stĺpec

Odchýlka(sila) – bezrozmerná modelová premenná: **sila = | hodnota – 1023 |**

V ďalšom texte sa pojem „sila“ používa výlučne ako názov bezrozmernej modelovej premennej vyjadrujúcej odchýlku od pokojového stavu a nemá význam fyzikálnej sily v zmysle mechaniky.

Keďže v seizmológii sa často používa logaritmická stupnica, do aktivity sme zaradili zjednodušený model výpočtu magnitúdy. Vzhľadom na to, že nemáme k dispozícii údaje o vzdialenosti od epicentra ani presnú amplitúdu v štandardných jednotkách (mikrometroch), nejde o skutočnú Richtеровu magnitúdu, ale o **modelovú (relatívnu) mieru intenzity otrasu** vhodnú na edukáciu a porovnávanie v rámci jedného experimentu:

Magnitúda (model) = $\log_{10}(\text{sila} + 1)$, kde **sila = odchýlka od pokoja sila = |hodnota-1023|**,
člen **+1** = je technická úprava, aby sme sa vyhli $\log(0)$.

Pre lepšiu interpretáciu sme teda použili modelovú magnitúdu, ktorá sa počíta podľa vzorca:

Magnitúda (model) = $\log_{10}(|\text{hodnota} - 1023| + 1)$

V prostredí MS Excel sme použili vzorec: **= LOG10(ABS(bunka-1023)+1)**

Model zabezpečuje, že pokojný stav má magnitúdu blízku 0, slabšie otrasy sa typicky pohybujú okolo 1–2, citeľné otrasy približne 2–3 a výrazné otrasy (špičky) môžu prekročiť hodnotu 3. Opäť platí, že ide o **relatívny model**, nie o hodnoty priamo porovnateľné s Richtеровou stupnicou. Na podporu interpretácie výsledkov sme MS Excel použili podmienené formátovanie Obrázok Ú5 - 2 a zostavili **škálu bezpečnosti na základe modelovej magnitúdy** Tabuľka Ú5 - 1, kde uvádzame aj počet výskytov, ktorý sme určili použitím funkcie FREQUENCY.

Obrázok Ú5 - 2: ukážka dát s podmieneným formátovaním

2,16
2,51
2,53
3,07
1,46
1,63
2,72
2,54
2,04
0,85
2,03
1,79
1,56

Tabuľka Ú5 - 1: Škála bezpečnosti pre magnitúdu a intervaly mg frequency

Škála bezpečnosti pre magnitúdu	Popis bezpečnosti	Početnosť
$M < 1$	pokojný stav (bezpečné)	92
$1 \leq M < 2$	slabé otrasy (mierne riziko)	219
$2 \leq M < 3$	citeľné otrasy (stredné riziko)	38
$M \geq 3$	silné otrasy (kritické)	1

Okrem kategorizácie podľa magnitúdy sme v samostatnej tabuľke pracovali aj s kategorizáciou podľa odchýlky od baseline **[CH1 - 1023]** Tabuľka Ú5 - 2, ktorá je pre žiakov intuitívna a priamo viazaná na surové meranie. Uvádzame v nej aj početnosť výskytov.

Tabuľka Ú5 - 2: Tabuľka s intervalmi od 0 do max odchýlky

Interval (od 0 do max odchýlky)	Horná hranica	Popis bezpečnosti	Početnosť
0 – 100	100	Bezpečné – normálne vibrácie	311
101 – 300	300	Mierne riziko – slabé otrasy	24
301 – 600	600	Stredné riziko – citeľné otrasy	12
601 – 900	900	Nebezpečné – silné otrasy	1
901 – 1200+	1200	Kritické – seizmická udalosť	2

Odchýlka od pokoja umožní jasne vidieť, kedy nastal otras a aká bola jeho intenzita Obrázok Ú5 - 3.

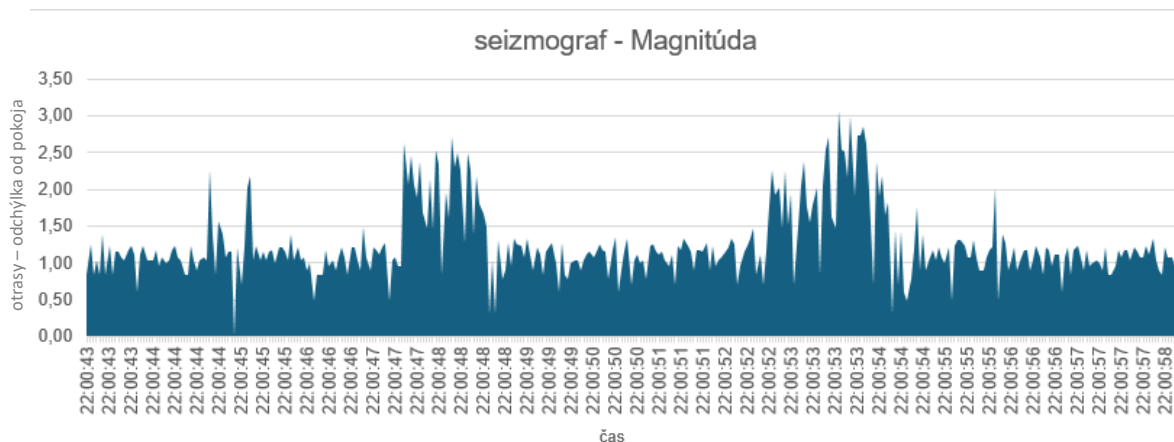


Obrázok Ú5 - 3: ukážka upravených dát

Ukážka výsledkov merania: V rámci overenia funkčnosti seizmometra (BBC micro:bit) sme zobierali časový rad hodnôt z akcelerometra (CH1) a dáta sme spracovali v prostredí MS Excel. Meranie prebiehalo s frekvenciou približne 20 hodnôt za sekundu, čo poskytlo dostatočné časové rozlíšenie na detailnú analýzu priebehu otrasov. Základné štatistiky ukázali, že namerané hodnoty sa pohybovali v intervale od **MIN = 684** po **MAX = 2206**, pričom **rozsah** dát bol **1522**. Priemerná hodnota signálu bola **AVERAGE = 1034**, teda blízko očakávaného pokojového stavu približne okolo 1023 ($\approx 1g$ v použitom

meracom nastavení), čo potvrdzuje, že väčšina meraní prebiehala v režime bez výrazných otrasov. Zároveň však variabilita signálu bola zvýšená (rozptyl **16330,29**, smerodajná odchýlka **127,79**), čo súvisí s výskytom krátkych epizód intenzívnejších vibrácií (špičiek). Ako jednoduchý spôsob automatickej detekcie „otrasových“ udalostí sme využili prahovanie na surových dátach; hodnota **CH1 > 1050** bola prekročená **37-krát**, čo predstavuje podiel meraní nad prahom približne **10,6 %**. Prahovanie zároveň poskytuje prirodzený priestor na diskusiu o tom, ako sa prah nastavuje (napr. empiricky podľa grafu alebo podľa šumu v pokoji) a aký vplyv má voľba prahu na počet detegovaných udalostí.

Na základe spracovaných dát v prostredí MS Excel bol vytvorený graf časového priebehu modelovej magnitúdy seizmických otrasov Obrázok Ú5 - 4, ktorý umožňuje žiakom nielen vizuálne pozorovať „pokojové“ a „otrasové“ úseky (úseky so zvýšenou aktivitou) v grafe, ale aj kvantifikovať ich pomocou základných štatistických ukazovateľov a porovnať rôzne situácie (napr. slabé vs. silné otrasy) na základe rovnakého postupu spracovania dát.



Obrázok Ú5 - 4: Záznam seizmografu – časový priebeh magnitúdy

Logaritmická transformácia zlepšuje prehľadnosť vizualizácie tým, že „stláča“ extrémne hodnoty a umožňuje v jednom grafe porovnávať slabšie aj silnejšie otrasy. Logaritmická transformácia je vhodná najmä pre vyššie ročníky SŠ; v nižších ročníkoch je možné pracovať len s odchýlkou od baseline a jej vizualizáciou. Vytvorené tabuľky, histogramy a grafy poskytli žiakom názorné prepojenie medzi meraním, spracovaním údajov a interpretáciou výsledkov v kontexte reálnych prírodných javov.



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Pri realizácii aktivity Ú5 sa potvrdilo, že práca žiakov má iteratívny charakter. Žiaci najskôr pracujú so surovými dátami, následne upravujú spôsob výpočtu odchýlky, menia prahové hodnoty alebo intervaly magnitúdy, opakovane porovnávajú výsledky s grafmi.

Tento postup vedie k prirodzenému cyklu: meranie --> spracovanie --> vyhodnotenie --> úprava modelu --> opätovné meranie, o ktorý sa pri týchto aktivitách snažíme. Cieľom nie je nájsť „správne číslo“, ale **pochopiť vplyv voľby parametrov, transformácií a prahových hodnôt na správanie modelu**. Ide o otvorený cyklus, ktorý umožňuje žiakom opakovane zlepšovať model na základe vlastných rozhodnutí a pozorovaní.



Otázky na zamyslenie:

1. Prečo nestačí sledovať len surové hodnoty zrýchlenia, ale je užitočné ich matematicky transformovať?
2. Prečo logaritmická transformácia umožňuje lepšie porovnávať slabé a silné otrasy v jednom grafe?
3. V čom sa náš model líši od skutočnej Richterovej stupnice a prečo je aj napriek tomu užitočný?

Riešenie:
 1. Pretože matematická transformácia pomáha potlačiť šum, zvýrazniť podstatné zmeny a uľahčuje porovnanie a interpretáciu nameraných dát.
 2. Pretože logaritmická „veľké hodnoty a zároveň zväčšuje malé rozdiele, vďaka čomu sú v jednom grafe prehľadne viditeľné slabé aj silné otrasy.
 3. Náš model je zjednodušený a relatívny, no je užitočný na učenje, pretože umožňuje pochopiť princíp logaritmickéj stupnice a porovnávať intenzitu otrasov v rámci experimentu.

Aktivitu Ú5 je možné rozšíriť o

- porovnanie dát z viacerých meraní alebo tímov,
- analýzu rozdielov medzi krátkymi impulzmi a dlhšími vibráciami,
- zavedenie automatického alarmu pri prekročení určitej magnitúdy,
- vizualizáciu dát v cloudovom prostredí (ThingSpeak),
- vizualizáciu dát prostredníctvom vlastnej mobilnej aplikácie MIT App Inventor.

Odporúčania pre učiteľa:

- Zdôrazňujte, že ide o model, nie presné seizmologické meranie,
- nehodnoťte „správne čísla“, ale porozumenie postupu a interpretácie dát,
- podporujte diskusiu o tom, ako voľba parametrov mení výsledky,
- uveďte, že pojem „sila“ používame výhradne ako modelovú odchýlku od baseline, nie ako fyzikálnu silu,
- nechajte žiakov model vedome meniť a porovnávať dôsledky zmien.

Doplnková úloha: Pri rozšírení aktivity na ešte vyššiu úroveň SŠ je možné prahovanie nastaviť **štatisticky**: z krátkeho úseku pokojových meraní sa vypočíta priemer μ a smerodajná odchýlka σ pre odchýlku | CH1 – 1023 | (alebo pre M) a prah sa určí napr. ako $\mu + 3\sigma$. Úlohou žiakov je porovnať výsledky pri rôznych nastaveniach prahu a zhodnotiť, ako voľba metódy ovplyvňuje počet a charakter detegovaných udalostí. Takto sa udalosti definujú ako hodnoty, ktoré už s vysokou pravdepodobnosťou nepatria k bežnému šumu merania. Robustnejšou alternatívou (menej citlivou na extrémny) je použitie mediánu a MAD (mediánová absolútna odchýlka). Takéto nastavenie prahu umožňuje žiakom diskutovať o pojmoch šum, extrémne hodnoty (outliery), citlivosť detekcie a o tom, ako voľba parametrov ovplyvňuje počet zachytených udalostí.



Otázky na zamyslenie:

1. Prečo je dôležité vybrať najprv úsek pokojových meraní a nepočítať prah zo všetkých dát?
2. Ako sa zmení výsledok modelu, ak zmeníme násobok pri σ (napr. 2σ namiesto 3σ)?
3. Prečo je dôležité model opakovane upravovať a porovnávať výsledky?

Riešenie:
 1. Pretože prah má popisovať bežný šum merania a nie už samotné otrasy, ktoré by ho skreslili.
 2. Nižší násobok zvýši citlivosť detekcie, ale aj riziko zachytenia šumu.
 3. Pretože len iteráciou môžeme pochopiť, ako jednotlivé rozhodnutia ovplyvňujú správanie modelu.

Ú6 Pytagorova veta a senzorové meranie

Návrh aktivity Ú6 Pytagorova veta a senzorové meranie	
Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny	Typ aktivity: Projektová úloha / praktická aktivita – IoT a matematické modelovanie
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika Téma/tematický celok: <ul style="list-style-type: none"> • Matematické modelovanie vzdialenosti v rovine a priestore pomocou Pytagorovej vety • Aplikácia matematických poznatkov v programovaní a IoT zariadení (color senzor, RGB) • Práca s reálnymi dátami, ich porovnávanie a rozhodovanie na základe najmenej vzdialenosti • Prepájanie algoritmického myslenia s reálnymi dátami (RGB hodnoty farieb) 	
Zadanie: Naprogramujte algoritmus, ktorý pre vstupnú RGB farbu vyhledá v zozname 27 farieb tú, ktorá je k nej najbližšia. Indícia: použite Pytagorovu vetu na výpočet vzdialenosti: <ul style="list-style-type: none"> • v rovine (2D: x, y), • v priestore (3D: R, G, B). Program bude: <ul style="list-style-type: none"> • Počítať vzdialenosť medzi vstupnou farbou a každou farbou zo zoznamu, • Vyberať farbu s najmenšou vzdialenosťou, • Zobrazovať názov farby ku ktorej je najbližšie a jej RGB hodnoty. Doplnkové aktivity: Poznatok určenia najbližšej farby aplikujte do modelu BBC micro:bit + rozšírenie Color Sensor. Hudobná cesta – použiť Color Sensor alebo Smart AI Lens na hranie melódií. Vizualizujte výsledky (napr. graf vzdialeností alebo zobrazenie farby na LED displeji BBC micro:bitu).	
Kľúčové slová: Pytagorova veta, vzdialenosť bodov, RGB farby, matematické modelovanie, algoritmické myslenie, programovanie, IoT, color senzor, dátová analýza, digitálne zručnosti.	
Vzdelávacie ciele: <ul style="list-style-type: none"> • Aplikovať Pytagorovu vetu na výpočet vzdialenosti v 2D a 3D priestore. • Implementovať funkciu na výpočet vzdialenosti dvoch farieb podľa RGB. • Vytvoriť algoritmus hľadania najbližšej farby. • Prepojiť matematické modelovanie s programovaním. • Rozvíjať algoritmické myslenie a prácu s dátovými štruktúrami (zoznam farieb). • Tímová spolupráca, tvorivosť, schopnosť analyzovať výsledky. 	
Obsahové štandardy: <ul style="list-style-type: none"> • Pytagorova veta – výpočet vzdialenosti medzi bodmi v rovine a priestore. • RGB model farieb – reprezentácia farieb pomocou trojíc čísel (trojrozmerná dátová interpretácia). • Algoritmizácia výpočtu vzdialenosti a porovnávanie viacerých hodnôt. • Práca s dátovými štruktúrami (zoznam farieb, cykly, podmienky). • Vizualizácia výsledkov (zobrazenie názvu farby, voliteľne LED displej). 	Výkonové štandardy: Žiak dokáže: <ul style="list-style-type: none"> • Vysvetliť princíp výpočtu vzdialenosti pomocou Pytagorovej vety v 2D a 3D. • Implementovať funkciu na výpočet vzdialenosti medzi dvoma bodmi (farbami). • Naprogramovať algoritmus, ktorý nájde najbližšiu farbu zo zoznamu podľa RGB hodnôt. • Testovať program na konkrétnych vstupných údajoch a interpretovať výsledky. • Diskutovať o využití algoritmu v praxi (grafika, senzory, počítačové videnie).
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...): <ul style="list-style-type: none"> • Funkčný program na výpočet najbližšej farby. • Pracovný list s výpočtami a analýzou presnosti algoritmu. • Diskusia o problémoch pri rozpoznávaní farieb v reálnom prostredí (hendikep - farbosleposť) a následnom využití v praxi (grafika, senzory, AI). 	
Zhrnutie aktivity (stručný opis a zhrnutie aktivity): Potrebne materiály: <ul style="list-style-type: none"> • 1× BBC micro:bit 	

- PC s MS Excel + doplnok Data Streamer (podľa potreby spracovania dát, kontrola správnosti výpočtov)
- PC s Pythonom alebo MakeCode
- 1x Color Sensor – (Waveshare) TCS3200 RGB color detector, Smart AI Lens
- Vzorkovník 27 farieb s RGB hodnotami (zoznam)

Žiaci aplikujú Pytagorovu vetu na výpočet vzdialenosti medzi farbami v RGB priestore, naprogramujú funkciu na výber najbližšej farby a diskutujú o využití algoritmu v praxi.

Dôležité zdroje, materiály a dokumenty

Pracovný list – návrh otázok:

1. Ako by sme vypočítali vzdialenosť dvoch farieb v rovine a ako v priestore RGB? (Ukáž vzorec, vysvetli význam R , G , B na vybranom modeli.)
2. Vysvetli, čo znamená „najbližšia farba“ v kontexte výpočtu vzdialenosti v 3D priestore.
3. Prečo môže byť rovnaká farba vyhodnotená senzorom rôzne pri rôznych meraniach? (Uveď minimálne 2 dôvody.)
4. Ako by si rozšíril(a) algoritmus, keby sme nechceli porovnávať iba 27 farieb, ale napr. 200? (Čo by bolo jednoduché? Kde by vznikol problém?)
5. Prečo môže byť určenie farby dôležité napr. pre ľudí s poruchou farebného videnia?
6. Aké výhody a nevýhody má využitie Smart AI Lens oproti vlastnému algoritmu v Pythone?
7. Aké problémy si si všimol/všimla pri práci s farbami, senzorom alebo výpočtom vzdialeností?

Použili sme túto škálu farieb a pomenovaní: https://www.rapidtables.com/web/color/RGB_Color.html

Programy v MakeCode:

Smart AI Lens – Color a Neopixel - https://makecode.microbit.org/_7oX86tH6EAa5

Matematické modelovanie

V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:

- matematickou reprezentáciou farieb ako bodov v priestore $F = (R, G, B)$, $R, G, B \in \langle 0, 255 \rangle \cap \mathbb{Z}$, kde každá farba zo zoznamu aj vstupná farba sú bodmi v trojrozmernom priestore,
- modelovaním pojmu „podobnosť farieb“ pomocou **euklidovskej vzdialenosti** medzi bodmi,
- aplikáciou **Pytagorovej vety v rovine (2D)** ako úvodného zjednodušeného modelu vzdialenosti bodov: $d_{2D} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, na jednoduchých príkladoch vzdialenosti bodov,
- rozšírením modelu na **Pytagorovu vetu v priestore (3D – RGB)**:

$$d(F_1, F_2) = \sqrt{(R_2 - R_1)^2 + (G_2 - G_1)^2 + (B_2 - B_1)^2},$$
- výpočtom vzdialenosti vstupnej farby od **každej farby v zozname**:

$$d_i = d(F_{\text{vstup}}, F_i), i = 1, 2, \dots, 27,$$
- formuláciou rozhodovacieho kritéria ako **hľadania minima**: $d_{\min} = \min \{d_1, d_2, \dots, d_{27}\}$, pričom farba s minimálnou vzdialenosťou je určená ako modelovo najbližšia,
- algoritmizáciou matematického postupu (cyklus – výpočet – porovnanie – aktualizácia minima),
- interpretáciou výsledku a diskusiou o tom, že ide o **matematický model**, nie o presný opis ľudského vnímania farieb,
- reflexiou obmedzení modelu (lineárna metrika RGB priestoru, vplyv osvetlenia, šum senzora) a návrhom možných úprav (zmena váh zložiek, iný farebný priestor).

Individuálne výstupy žiakov (ak počas aktivity žiaci odovzdávajú *čiasťkové úlohy alebo výstupy, ktoré môžu byť hodnotené individuálne*):

- Vyplnený pracovný list s výpočtom vzdialenosti medzi dvoma farbami v 2D a 3D priestore a slovným vysvetlením postupu.
- Funkčný algoritmus – na určenie najbližšej farby podľa RGB vzdialenosti.
- Krátke zdôvodnenie výsledku, prečo bola vybraná daná farba ako najbližšia (čo ak je viac rovnako najbližších – akú farbu zvoliť?).
- Stručnú reflexiu obmedzení modelu – aspoň jeden faktor, prečo algoritmus nemusí vždy určiť „správnu“ farbu + návrh možného zlepšenia algoritmu.
- Simulátor v Pythone na určenie farby, ktorú dostaneme na VSTUP v tvare RGB hodnôt.

Rozšírenia:

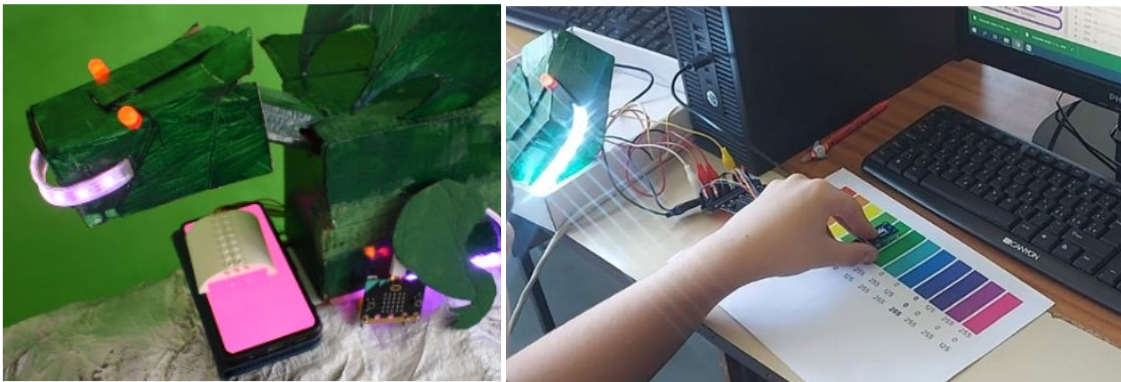
- Model využívajúci Color Sensor, ktorý zo vstupných RGB hodnôt určí, ktorá farba zo zoznamu je k danej farbe najbližšia.
- Smart AI Lens – rozpoznávanie 6 základných farieb.
- Diskusia, ako fungujú „záračné“ pomôcky na identifikáciu farieb pre nevidiacich ľudí alebo ľudí

s farbocitlivosťou (Color-Star/Colorino rozpoznáva 1000 farebných odtieňov NCS s hlasovým výstupom).	
Skupinová reflexia: <ul style="list-style-type: none"> • Čo sa nám podarilo? • Kde sme narazili na problém? • Ako sme spolupracovali? 	Individuálna reflexia: <ul style="list-style-type: none"> • Čo som sa naučil/a? • Čo mi robilo problém? • Čo by som chcel/a nabadúce robiť inak?
Medzipredmetové vzťahy: <ul style="list-style-type: none"> • Matematika – geometria, modelovanie • Informatika – zoznamy, algoritmy, senzory, IoT • Fyzika – svetlo, farba, meranie 	
Odporúčania – voliteľná hodina: <ul style="list-style-type: none"> • Vizualizácia farieb v Geogebra alebo MS Excel • Práca s reálnymi meraniami Color Senzora prepojeného s BBC micro:bitom • Diskusia o využití algoritmu v AI a počítačovom videní 	
Záver: V tejto aktivite žiaci prepojili matematické modelovanie, Pytagorovu vetu a programovanie s reálnym svetom senzorov a technológií. Naučili sa počítať vzdialenosť medzi farbami v RGB priestore, vytvorili vlastný algoritmus na hľadanie najbližšej farby a pracovali s reálnymi dátami z color senzora a Smart AI Lens. Popri programovaní a matematike sa zoznámili aj s tým, ako fungujú asistívne (kompenzačné) technológie , ktoré pomáhajú ľuďom so zrakovým hendikepom alebo farbosleposťou rozpoznávať farby. Diskusia o takýchto pomôckach (napr. Color-Star) ukázala, že algoritmy, matematika a IoT môžu mať priamy dopad na kvalitu života ľudí s obmedzeniami. Aktivita tak podporila nielen technické zručnosti, ale aj empatiu, inkluzívne myslenie a porozumenie tomu, ako technológie zlepšujú dostupnosť sveta pre všetkých.	
Inšpirácia: - Dráčik Integráčik – podrobný manuál: https://enter.study/navod/dracik-integracik/ - úloha bola vytvorená ako zadanie v Korytnačkove <i>Úloha o menách farieb</i> pre súťaž PALMA Junior UPJŠ Košice https://di.ics.upjs.sk/palmaj/zadania/2024_2025/2/3.pdf	

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú6:

Problémová úloha Ú6 vznikla počas realizácie projektu **Dráčik Integráčik** na ZŠ Ždaňa. V projekte žiaci navrhli interaktívny model draka, ktorý mal slúžiť ako pomocník pre žiakov a ľudí so špeciálnymi potrebami. Hlavnou myšlienkou bolo, že moderné technológie by nemali byť iba hračkou, ale mostom k lepšej komunikácii, učeniu a samostatnosti.

Dráčik Integráčik Obrázok Ú6 - 1 reaguje na diaľkový ovládač – vie rozsvietiť oči a ústa, rozhýbať chvost či krídla. Súčasťou modelu je aj color senzor, ktorý po úvodnej kalibrácii (snímanie bielej farby) dokáže rozpoznať 12 základných farieb. Keď senzor zosníma farbu, LED pásiky sa rozsvietia rovnakou farbou a jej názov sa zobrazí na displeji BBC micro:bitu. Pomáha to deťom, ktoré majú ťažkosti s rozlišovaním farieb, a dá sa výborne využiť aj na hodinách angličtiny pri učení anglických názvov farieb. Model vznikol pre súťažný projekt ENTER Programiáda (BRINZIKOVÁ, K. a žiaci ZŠ Ždaňa, 2023), a na webovej stránke je dostupný s celým **manuálom**. Na súťaži síce neuspel, ale s vylepšenou verziou cestoval do Fínska na Science on Stage (BRINZIKOVÁ, K. a KOVALOVA, O., 2024).



Obrázok Ú6 - 1: Dráčik Integráčik a color senzor

Problémová situácia: Postupne sa však ukázalo, že ak chceme rozpoznať viac než 12 farieb, začína byť riešenie na úrovni ZŠ veľmi náročné. Pracovať s intervalmi, nastavovať hranice farieb a kombinovať logické spojky typu OR/AND je zdĺhavé a nepresné. Navyše, každý malý posun v osvetlení spôsobil, že interval „prestával sedieť“. Bolo zrejmé, že ak chceme rozlišovať farby spoľahlivejšie a vo väčšom počte, potrebujeme efektívnejší algoritmus, nie iba manuálne vytvárané podmienky.

Učiteľia prirodzene poznajú riešenie – pracovať s farbou ako bodom v 3D priestore (RGB) a pre porovnanie použiť Pytagorovu vetu na výpočet vzdialenosti medzi dvoma bodmi. Pre žiaka však tento svet ešte neexistuje – Pytagorovu vetu často nepozná alebo ju vie aplikovať len v rovine. Tu sa objavuje krásny priestor pre triedne objavovanie, pri ktorom žiak prejde od reálneho problému (Dráčik nerozozná farby spoľahlivo) k matematickému modelu (vzdialenosť v 3D priestore).

Práve tento moment pedagogického „objavenia algoritmu“ sa stal základom problémovej úlohy, ktorá sa neskôr dostala aj do platformy PALMA Junior, kde sa korytnačka Timo musí rozhodovať, ktorá z 27 farieb je najbližšie k zadanej RGB farbe. Táto úloha „**Úloha o menách farieb**“ bola vytvorená pre súťaž PALMA Junior, kde je uvedené zadanie úlohy (so zoznamom 27 farieb) aj autorské riešenie (PALMA junior, PF UPJŠ, 2025; PALMA Junior, autorské riešenie, 2025).

Z týchto situácií vzniká námet na vyučovaciu hodinu založenú na matematickom modelovaní reálneho problému, v ktorej žiaci prirodzene prechádzajú od intuitívnych a nepresných pravidiel k formálnemu matematickému aparátu – modelovaniu farby ako bodu v priestore a rozhodovaniu na základe vzdialenosti. Úloha vytvára priestor pre rozvoj algoritmického myslenia, práce s dátami a prepájania matematiky s informatikou v kontexte IoT aplikácií.

Vyučovacia hodina prebiehala v štyroch krokoch:

Úvod:

V úvode hodiny učiteľ predstavil projekt *Dráčik Integráčik* a demonštroval problém nespoľahlivého rozpoznávania farieb pri zmene osvetlenia. Žiaci diskutovali o tom, prečo jednoduché podmienky typu IF/AND/OR prestávajú fungovať pri väčšom počte farieb a prečo je manuálne nastavovanie intervalov nepresné. Spoločne formulovali problémovú otázku: *Ako môže zariadenie rozhodnúť, ktorá farba je „najbližšia“, aj keď sa namerané hodnoty mierne menia?* Cieľom bolo ukotviť úlohu v reálnej situácii a pripraviť priestor pre matematické modelovanie.

Praktická časť:

Žiaci pracovali v tímoch. Z nameraných RGB hodnôt farieb vytvorili dátovú reprezentáciu farby ako bodu v priestore. Postupne, s metodickým vedením učiteľa, objavili myšlienku výpočtu vzdialenosti medzi dvoma bodmi – najprv v rovine, neskôr v 3D priestore. Implementovali algoritmus „najbližšej farby“ (výpočet euklidovskej alebo Manhattanskej vzdialenosti) v prostredí Python alebo MakeCode. Testovali riešenie na viacerých vstupoch a pozorovali správanie modelu pri rôznych svetelných podmienkach.

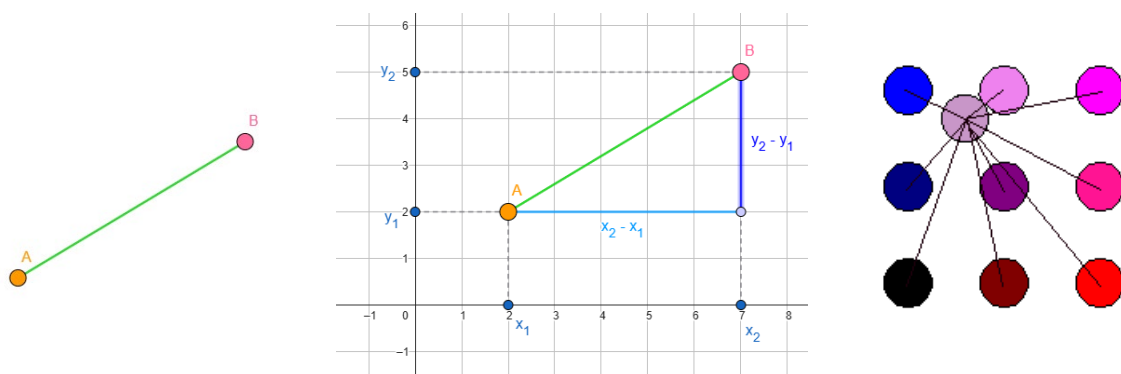
Analýza a vizualizácia:

Žiaci porovnávali výsledky algoritmu s očakávaným pomenovaním farieb. Diskutovali, prečo rovnaká farba môže mať rôzne RGB hodnoty a ako sa to prejaví v polohe bodu v RGB priestore. Analyzovali vplyv voľby metriky (euklidovská vs. Manhattanská vzdialenosť) a pochopili, že matematicky korektný výpočet nemusí vždy viesť k „intuitívne správne“ názvu farby. Pomocou vizualizačného 3D modelu RGB priestoru (MS Excel / webová aplikácia) interpretovali výsledky geometricky.

Reflexia:

V závere žiaci reflektovali proces riešenia problému: identifikovali silné a slabé stránky modelu, pomenovali rozdiel medzi matematickým modelom a reálnym meraním senzorom a navrhli možné vylepšenia (viacnásobné merania, priemerovanie, kalibrácia, rozšírenie množiny farieb). Diskutovali o tom, kde sa s podobným princípom „najbližšieho suseda“ stretávajú v praxi (AI, rozpoznávanie obrazu, klasifikácia).

Stručné vysvetlenie vzdialenosti medzi bodmi v rovine (podrobné vysvetlenie nájdete vo vyššie spomínanom autorskom riešení): Predstavte si, že máme dva body na papieri Obrázok Ú6 - 2. Jeden bod má súradnice $[x_1, y_1]$ a druhý bod má súradnice $[x_2, y_2]$.



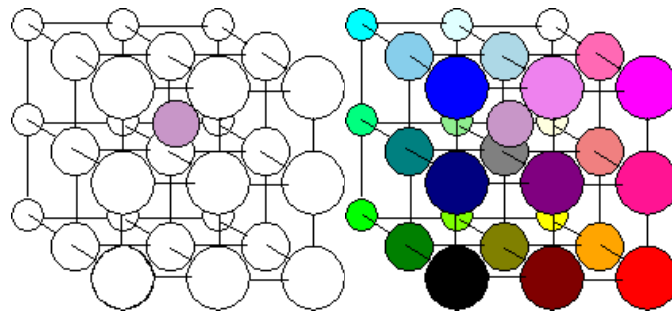
Obrázok Ú6 - 2: najkratšia vzdialenosť bodu v rovine

Najkratšiu vzdialenosť medzi dvoma bodmi v rovine určujeme ako dĺžku prepony pravouhlého trojuholníka, ktorý vznikne z rozdielov ich súradníc. Vzdialenosť vypočítame pomocou Pytagorovej vety, použijeme vzťah: $d_{2D} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Ak potrebujeme zistiť, ku ktorej farbe má vstupná farba najbližšie, vypočítame všetky vzdialenosti medzi touto farbou a každou farbou v zozname. V prípade zhody sa zvolí prvá farba zo zoznamu.

Ak tento poznatok preniesieme do priestoru, kde body majú súradnice $[x_1, y_1, z_1]$ a $[x_2, y_2, z_2]$, môžeme v tom vidieť farby reprezentované ich RGB hodnotami. RGB hodnoty sú trojice čísel, ktoré určujú intenzitu červenej (R), zelenej (G) a modrej (B) zložky farby. Pre dve farby s RGB hodnotami $[R_1, G_1, B_1]$ a $[R_2, G_2, B_2]$ sa vzdialenosť medzi nimi vypočíta podľa vzorca:

$$d(F_1, F_2) = \sqrt{(R_2 - R_1)^2 + (G_2 - G_1)^2 + (B_2 - B_1)^2}$$



Obrázok Ú6 - 3: najkratšia vzdialenosť bodu v priestore

Hľadáme najkratšiu vzdialenosť medzi farbou na vstupe a každou farbou zo zoznamu Obrázok Ú6 - 3. V našom prípade to je 27 farieb. Najkratšiu vzdialenosť si zaznamenávame.

Príklad:

Predstavme si, že máme zadanú farbu $[250, 128, 114]$ a chceme zistiť, ktorá farba zo zoznamu je jej najbližšia. Program vypočíta vzdialenosť medzi touto farbou a každou farbou v zozname. Napr.:

Vzdialenosť medzi $[250, 128, 114]$ a $[255, 127, 127]$ je:

$$\sqrt{(255 - 250)^2 + (127 - 128)^2 + (127 - 114)^2} = \sqrt{5^2 + (-1)^2 + 13^2} = \sqrt{(25 + 1 + 169)} = \sqrt{195} = 13,96$$

Vzdialenosť medzi hľadanou farbou $[250, 128, 114]$ a čiernou farbou zo zoznamu $[0, 0, 0]$ je:

$$\sqrt{(0 - 250)^2 + (0 - 128)^2 + (0 - 114)^2} = \sqrt{250^2 + (-128)^2 + (-114)^2} = \sqrt{91880} = 303,12$$

Program porovná všetky tieto vzdialenosti s každou farbou v zozname a vyberie farbu s najmenšou vzdialenosťou, čo je v tomto prípade $[255, 127, 127]$ s názvom "light red" alebo v iných metrikách „salmon“.

Úlohu riešilo 37 tímov stredoškôľakov v prostredí Pythonu. Vzniklo množstvo kreatívnych a elegantných riešení, ktoré ukázali schopnosť žiakov analyzovať dáta, modelovať problém a navrhovať algoritmy v realistickom kontexte. Okrem riešení založených na Pytagorovej vete sa objavovala aj Manhattanská vzdialenosť.

Analýza riešení ukázala, že jednoduché heuristiky (intervaly, diskretizácia RGB hodnôt) často zlyhávali pri hraničných prípadoch alebo zmene vstupných podmienok, zatiaľ čo model založený na výpočte vzdialenosti poskytoval stabilné výsledky. Žiaci tak na vlastnej skúsenosti pochopili, že rôzne matematické modely majú rôznu presnosť a „silu“, čo je kľúčový princíp matematického modelovania v IoT aplikáciách.



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Pri realizácii Ú6 sa prirodzene objavili tieto iterácie (iteratívne úpravy matematického modelu a algoritmu zo strany žiakov počas riešenia úlohy):

- Iterácia 1 – 12 farieb → 27 farieb: prechod od ručne nastavených intervalov (IF/AND/OR) k algoritmu „najbližšej farby“ pomocou výpočtu vzdialenosti.
- Iterácia 2 – deterministické riešenie zhody: ak nastane rovnaké minimum pre viac farieb, program zvolí prvú v zozname (alebo inú vopred definovanú stratégiu), aby bol výsledok jednoznačný.
- Iterácia 3 – porovnanie metrík: okrem euklidovskej vzdialenosti sa testovala aj Manhattanská vzdialenosť, čo umožnilo diskutovať, že rôzne metriky môžu viesť k odlišnej „najbližšej“ farbe.
- Iterácia 4 – výpočet bez odmocniny: v algoritme stačí porovnávať štvorce vzdialeností (d^2), čo zjednodušuje výpočet a zrýchľuje program.
- Iterácia 5 – opakované merania a stabilizácia: pri reálnom senzore žiaci zisťovali, že rovnaká farba dáva rôzne RGB hodnoty; riešením je viac meraní a priemer/medián (prípadne odfiltrovanie extrémov).
- Iterácia 6 – kalibrácia na bielu/čiernu: žiaci porovnávali výsledky pred a po kalibrácii a pomenovali vplyv osvetlenia na posun bodu v RGB priestore.
- Iterácia 7 – rozšírenie množiny farieb: pri väčšom počte farieb (napr. 200) žiaci riešili organizáciu dát (zoznam/CSV), čas výpočtu a prehľadnosť výstupu.

Aktivita žiakom ukázala, že rôzne matematické modely majú rôznu mieru presnosti a spoľahlivosti. Výber modelu (napr. voľba metriky vzdialenosti alebo spôsob spracovania dát zo senzora) zásadne ovplyvňuje kvalitu výsledku, čo je kľúčovým poznatkom matematického modelovania v reálnych IoT aplikáciách.

Odporúčania pre učiteľa:

- Upozorniť žiakov, že pomenovanie farieb nie je jednoznačné a môže sa líšiť podľa zvolenej farebnej tabuľky alebo systému. Pri aktivite možno pracovať napríklad s referenčnou RGB tabuľkou na webovej stránke RapidTables, ktorá uvádza RGB hodnoty spolu s bežne používanými názvami farieb (RapidTables, 2025).
- Dôraz neklásť na „jediný správny názov farby“, ale na zdôvodnenie výberu: prečo žiak považuje danú farbu za najbližšiu, ako ju porovnal s inými možnosťami a aké obmedzenia mal použitý model alebo meranie, napríklad osvetlenie, šum alebo zvolená metrika podobnosti. Pri pomenovaných farbách ide totiž o konvenčné označenia, nie o úplne presné a jediné možné pomenovania.



Otázky na zamyslenie:

1. Prečo sa Dráčikovi prestalo dariť v „triafaní“ názvov farieb, keď sa zmenilo svetlo?
2. Prečo je výpočet najbližšej farby cez vzdialenosť spoľahlivejší než veľa podmienok AND/OR?

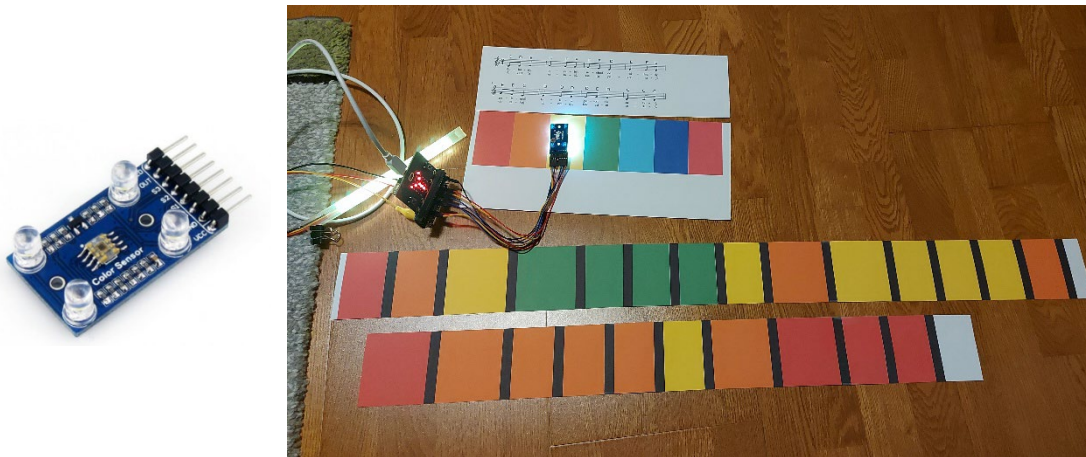
Riešenie:
 1. Lebo senzor meria odrazené svetlo a pri inom osvetlení sa zmenia RGB hodnoty.
 2. Lebo porovnáva farby systematicky jedným pravidlom a nepotrebuje ručne nastavovať hranice, ktoré sú citlivé na šum a svetlo.

Doplnková úloha 1: Hudobná cesta – farba ako spúšťač akcie

pomôcka: Rozširujúci hardvér Color Sensor – (Waveshare) TCS3200 RGB

Zadanie: Priradiť 6–12 farbám tóny (priprav pohyb robota po farebnej premyslenej dráhe). Senzor pri rozpoznaní farby spusti tón / zmeň LED.

Rozpoznávanie 12 farieb nájdete vo vyššie spomínanom autorskom riešení Dráčik Integračík. Nasledujúci obrázok Obrázok Ú6 - 4 ukazuje časť projektu Harmony of Science, ktorý bol zrealizovaný s gruzínskou učiteľkou Nino Abesadze a bol zaslaný komisii na Science on Stage. Hudobná cesta (Music Road) je kreatívny projekt prepájajúci robotiku, sensoriku a hudbu. Autíčko Ring:bit Car vybavené senzorom SENColor sa pohybuje po dráhe, pri ktorej sú umiestnené farebné pásiky. Každá farba je priradená k určitému hudobnému tónu, takže autíčko pri prechádzaní trasy „prehráva“ melódiu podľa poradia farieb. Žiaci tak získajú zážitkový spôsob, ako pochopiť prácu so senzormi, RGB hodnotami a základmi robotického riadenia. Projekt prepája informatiku s hudbou a fyzikou (svetlo – farba – zvuk) a rozvíja logické myslenie, tvorivosť aj technické zručnosti.



Obrázok Ú6 - 4: Music Road



Otázky na zamyslenie:

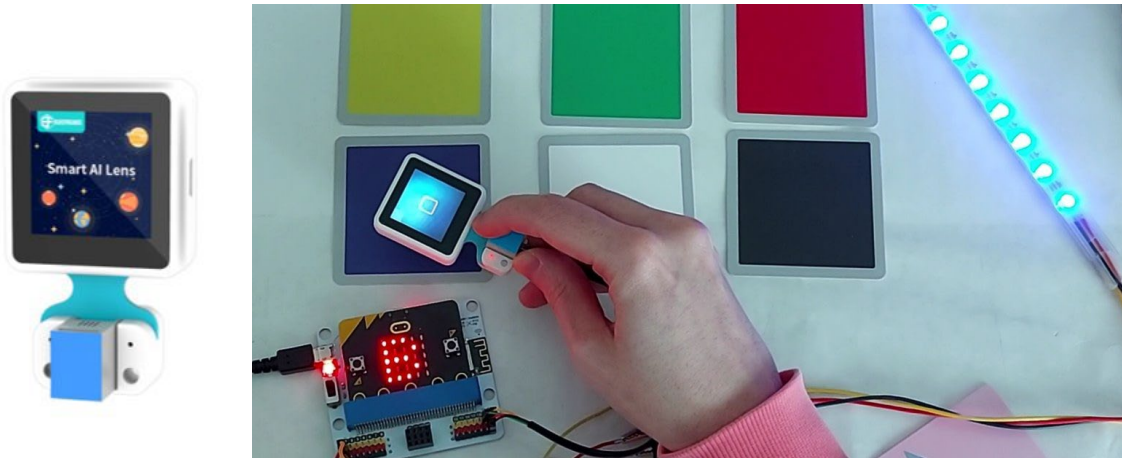
1. Prečo môže algoritmus určiť rôzny názov farby, aj keď výpočet vzdialenosti v RGB priestore vykonáme matematicky správne?
2. Ktoré časti riešenia problému patria do matematického modelu (výpočet vzdialenosti) a ktoré sú ovplyvnené reálnym meraním farby senzorom?

Riešenie:
1. Výsledok závisí aj od vstupných RGB dát zo senzora, ktoré môžu byť ovplyvnené osvetlením a šumom merania, hoci samotný výpočet je správny.
2. Matematický model tvorí výpočet vzdialenosti v RGB priestore, zatiaľ čo reálne meranie ovplyvňuje presnosť vstupných RGB hodnôt.

Doplnková úloha 2: Smart AI Lens pre BBC micro:bit – Rozpoznávanie farieb

V aktivite využívame modul Smart AI Lens pripojený k BBC micro:bitu na jednoduché rozpoznávanie základných farieb objektov v okolí. V prostredí MakeCode je kamera inicializovaná v režime rozpoznávania farieb a v nekonečnej slučke sníma obraz pred sebou. Program následne testuje, či kamera identifikovala jednu zo šiestich základných farieb (čierna, modrá, zelená, červená, biela, žltá). Pri zhode sa na LED páse NeoPixel rozsvieti príslušná farba a BBC micro:bit zobrazí jej názov na LED displeji Obrázok Ú6 - 5. Ak kamera nespozná žiadnu z definovaných farieb, program zobrazí

jednoduchú animáciu a na LED páse zobrazí dúhu. Ak každej farbe navyše priradíme inú notu, tak o zábavu máme postarané. Takéto spracovanie zároveň žiakom názorne ukazuje princíp klasifikácie – AI senzor priraduje aktuálne meranie k jednej z vopred naučených tried.



Obrázok Ú6 - 5: Smart AI Lens - rozpoznávanie farieb



Program v MakeCode: <https://makecode.microbit.org/7oX86tH6EAa5>

Kameru môžeme taktiež aplikovať na robotické autíčko, pripraviť dráhu s farbami, ktoré dokáže rozoznať a pripraviť tak základ pre hudobnú cestu.

Tak sa z pôvodnej potreby zlepšiť Dráčikovo rozpoznávanie farieb stala vysoko edukačná úloha pre informatiku, matematiku a IoT, ktorá prirodzene rozvíja zručnosti 21. storočia: analyzovanie dát, tvorbu algoritmov, hľadanie modelov a prepájanie technológií s reálnym životom.



Otázky na zamyslenie:

1. Prečo môže Smart AI Lens rozpoznať farbu inak než algoritmus založený na výpočte vzdialenosti v RGB priestore, aj keď oba pracujú s rovnakou scénou?
2. Čo rozhoduje o tom, či Smart AI Lens priradí farbu správnej triede?

Riešenie:
 1. Pretože Smart AI Lens používa naučený klasifikačný model z príkladov, zatiaľ čo RGB algoritmus porovnáva farby pomocou pevne definovaného matematického modelu.
 2. Rozhoduje kvalita a rozmanitosť tréningových príkladov, ako aj aktuálne podmienky snímania (osvetlenie, pozadie, poloha objektu).

Vlastná učebná pomôcka: Vizualizačný model RGB priestoru

Interaktívny 3D model RGB priestoru (v prostredí MS Excel alebo ako HTML vizualizácia vytvorená prístupom vibecoding) **nie je určený na samostatnú tvorbu žiakmi, ale slúži výlučne ako vizualizačná a interpretačná pomôcka.**

Pomáha žiakom:

- vidieť farby ako body v trojrozmernom priestore (RGB),
- pochopiť, že „najbližšia farba“ zodpovedá minimu vzdialenosti,
- lepšie interpretovať výsledky algoritmu a porovnávať rôzne vstupy.

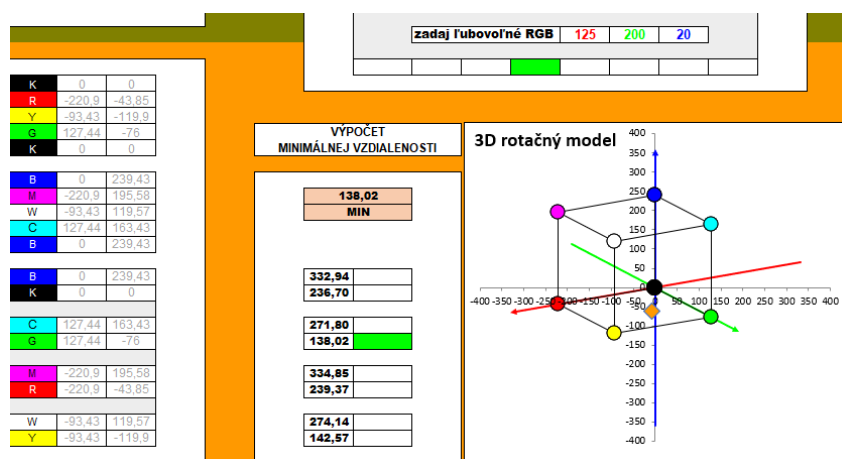
Model využíva pokročilejšie matematické koncepty, ktoré **presahujú úroveň základnej a strednej školy** (transformačné matice, renderovanie bodov v trojrozmernom priestore a axonometrická projekcia do roviny), ktoré presahujú úroveň ZŠ/SŠ, preto sa používa len demonštračne.

Model v MS Excel Obrázok Ú6 - 6 a Obrázok Ú6 - 7 reaguje na zadané RGB hodnoty a zároveň umožňuje **otáčať celú kocku okolo troch osí** pomocou posúvačov – ovládacích prvkov formulára. Žiaci tak môžu pri riešení úloh sledovať, ako sa mení poloha jednotlivých bodov v priestore a ako ďaleko od seba sú.

Model zobrazuje:

- kocku RGB priestoru s vrcholmi predstavujúcimi 8/27 bodov – kombinácie všetkých trojíc základných hodnôt 0, 127 a 255 pre R, G a B,
- zadaný bod, ktorý reprezentuje farbu zadanú používateľom (napr. [125,200,20], [250,128,114]),
- vypočítanú vzdialenosť k jednotlivým referenčným farbám (RapidTables, 2025),
- najbližšiu farbu, ktorá je automaticky zvýraznená.

Kocka využíva trojrozmernú projekciu¹, sa dá pomocou posuvníkov otáčať okolo osi x (uhol alfa), osi y (uhol beta), osi z (uhol gama), čo umožňuje žiakovi sledovať model z rôznych perspektív. Model farebnej kocky slúži ako vizualizačný most medzi abstraktným 3D priestorom a konkrétnym algoritmom „minimum vzdialenosti“, čím podporuje porozumenie a interpretáciu výsledkov modelovania.



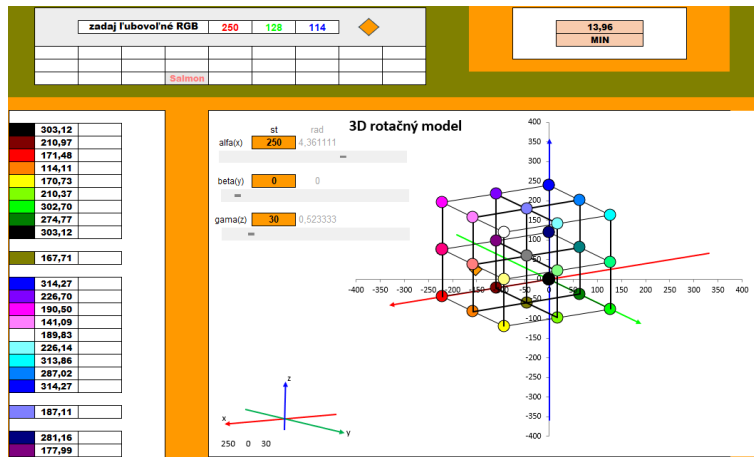
Obrázok Ú6 - 6: rotačný model v MS Excel - 8 farieb

Z jednoduchého zadania typu „Zadaj farbu a nájdi najbližší bod“ tak vzniká komplexný kognitívny proces, ktorý spája informatiku, matematiku, geometriu a dátovú analytiku. Inšpirácia Axonometria a 3D grafy XYZ v programe MS Excel (PAŠÁK, 2016).

MS Excel síce umožňuje všetko „naklikať“, ale **konštrukcia celého modelu je v skutočnosti malý 3D vizualizačný systém**, aký používajú počítačové hry alebo CAD softvér (v zjednodušenej podobe).

Video ukážky rotačných modelov sú dostupné na <https://lnk.sk/pny39>.

¹ **Trojrozmerná projekcia** alebo **3D projekcia** – je matematická transformácia požívaná na zobrazenie trojdimenzionálneho sveta na dvojdimenzionálnu plochu, napr. obrazovku. Tento proces sa v počítačovej terminológii nazýva aj renderovanie (Wikipédia, 2024).



Obrázok Ú6 - 7: rotačný model v MS Excel - 27 farieb

Keďže verzia s 27 farbami nebola na všetkých počítačoch spoľahlivá, pri prezentáciách sme využili aj webovú implementáciu (pomocou vibecoding) Obrázok Ú6 - 8.



Obrázok Ú6 - 8: webová implementácia

Model slúži ako interpretačný most medzi algebraickým výpočtom a geometrickou predstavou v 3D priestore. Nasledujúce otázky slúžia ako podpora riadenej diskusie a interpretácie modelu pod vedením učiteľa, nie ako samostatná úloha pre žiakov.



Otázky na zamyslenie:

1. Ako môže 3D model RGB priestoru lepšie pochopiť pojem „vzdialenosť medzi farbami“ v porovnaní s výpočtom iba zo vzorca?
2. Prečo je v modeli „najbližšia farba“ vždy tá, ktorá má najmenšiu vzdialenosť od zadaného bodu, aj keď sa farby vizuálne môžu zdať podobné viacerým referenčným farbám?
3. Čo sa zmení v polohe bodu v RGB priestore, ak upraviš iba jednu zložku (R, G alebo B)?

Riešenie:
 1. Keď vidíme farby ako body v priestore, ľahšie môžeme pochopiť, že vzdialenosť je vlastne geometrická vzdialenosť medzi bodmi, nie len číslo zo vzorca.
 2. Pretože v tomto modeli je podobnosť farieb definovaná práve najkratšou vzdialenosťou v RGB priestore.
 3. Bod sa posunie len v smere jednej osi, čo znamená, že sa mení iba jedna farebná zložka.

Návrh aktivity Ú7 Pravdepodobnosť a hod kockou alebo pravidelným mnohostenom Data Streamer a analýza dát – matematické modelovanie v IoT (BBC micro:bit + MS Excel)	
Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny	Typ aktivity: Projektová úloha / praktická aktivita – IoT a matematické modelovanie
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika Téma/tematický celok: <ul style="list-style-type: none"> • Náhodné javy, pravdepodobnosť, štatistika (frekvenčná tabuľka, histogram, relatívna početnosť). • Programovanie fyzického zariadenia (IoT – BBC micro:bit), práca s premennými, cyklami, generovaním náhodných čísel. • Zber dát zo senzora/zariadenia, prenos dát do tabuľkového procesora, ich vizualizácia a analýza. 	
Zadanie: Nasimulovať veľký počet hodov dvomi (príp. viacerými) kockami pomocou BBC micro:bitu, získať a analyzovať namerané dáta v prostredí MS Excel a overiť, či sa výsledky z experimentu zhodujú s teoretickým matematickým modelom (pravdepodobnosti súčtov pri hode kockami). Doplnková aktivita: rozšíriť na pravidelné mnohosteny a porovnať tvar rozdelenia.	
Kľúčové slová: IoT, BBC micro:bit, Data Streamer, MS Excel, náhodný jav, pravdepodobnosť, histogram, matematické modelovanie, STEM, digitálne zručnosti	
Vzdelávacie ciele: <ul style="list-style-type: none"> • chápe pojem náhodný jav a náhodná veličina, • určí možné súčty a ich pravdepodobnosti pri hode kockami, • vytvorí frekvenčnú tabuľku a histogram z nameraných dát, • interpretuje zvonovitý tvar rozdelenia a porovná ho s teóriou, • naprogramuje BBC micro:bit na generovanie náhodných hodov, • prepojí IoT zariadenie s MS Excelom a analyzuje dáta, • vysvetlí rozdiely medzi modelom a experimentom. 	
Obsahové štandardy: <ul style="list-style-type: none"> • náhodný pokus, náhodná veličina, • početnosť, relatívna početnosť, odhad pravdepodobnosti, • grafické znázornenie údajov (stĺpcový diagram / histogram), • interpretácia grafu • algoritmus, premenná, cyklus, náhodné číslo, • programovanie fyzického zariadenia (BBC micro:bit), • zber, spracovanie a vizualizácia dát (MS Excel, Data Streamer), • princíp IoT – zariadenie zbiera a posiela dáta na spracovanie. 	Výkonové štandardy: Žiak dokáže: <ul style="list-style-type: none"> • zostaviť program v MakeCode na generovanie hodov dvomi kockami a ich súčtov, • prepojiť BBC micro:bit s MS Excelom cez Data Streamer a spustí živý zber dát, • zozbierať aspoň 100 – 200 hodov a vytvorí tabuľku početností súčtov, • vytvorí v MS Exceli stĺpcový graf / histogram „Početnosť súčtov pri hode 2 kockami“, • vysvetlí, ktorý súčet je najpravdepodobnejší a zdôvodniť ho, • porovnať experimentálne dáta s teoretickým modelom, • vysvetlí vplyv počtu hodov, kociek a stien na rozdelenie.
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...): <ul style="list-style-type: none"> • Funkčný program v MakeCode pre BBC micro:bit (2 kocky, prípadne upravený pre x-stenné teleso), • MS Excel súbor s prijatými dátami (hod1, hod2, súčet) a vytvoreným grafom, • krátka prezentácia / plagát / poster v skupine – „Čo nám ukázal náš experiment s kockami?“, • vyplnený pracovný list s výpočtami a odpoveďami na otázky. 	
Zhrnutie aktivity (stručný opis a zhrnutie aktivity): Potrebne materiály: <ul style="list-style-type: none"> • 1× BBC micro:bit • PC s MS Excel + doplnok Data Streamer • Prepojovací kábel USB 	

Žiaci pracujú v malých tímoch. Najprv si teoreticky rozanalyzujú hody jednou kockou, dvomi kockami – aké sú všetky možné súčty, koľko spôsobov vedie k jednotlivým súčtom. V druhej fáze naprogramujú BBC micro:bit, aby náhodne generoval hody dvomi kockami a cez Data Streamer odosiela hodnoty do MS Excelu. V MS Exceli sledujú v reálnom čase prichádzajúce údaje a vytvárajú graf (histogram), frekvenčnú tabuľku početnosti, súčtov. Porovnávajú experimentálne a teoretické rozdelenie a skúmajú vplyv parametrov modelu (počet hodov, kociek, stien).

Geogebra:

Hod 1 kockou: <https://www.geogebra.org/m/C5dgvRUx>

Hod 2 kockami: <https://www.geogebra.org/m/UvEbmwxk>

Program v MakeCode: http://makecode.microbit.org/_3EP2y1X3w9fM

Matematické modelovanie:

V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:

- definovaním diskretnej náhodnej veličiny
- $x =$ súčet hodov na dvoch (resp. viacerých) kockách,
- analytickým určením teoretického modelu pravdepodobností súčtov,
- vytvorením experimentálneho modelu generovaním náhodných hodov v IoT zariadení,
- výpočtom početnosti a relatívnej početnosti,
- vizualizáciou dát pomocou histogramu,
- porovnaním experimentálneho rozdelenia s teoretickým modelom,
- sledovaním vplyvu parametrov (počet hodov, počet kociek, počet stien),
- reflexiou rozdielov medzi modelom a realitou.

Individuálne výstupy žiakov (ak počas aktivity žiaci odovzdávajú *čiasťkové úlohy alebo výstupy, ktoré môžu byť hodnotené individuálne*):

- Krátke písomné zdôvodnenie, prečo je určitý súčet najpravdepodobnejší.
- Stručná reflexia rozdielu medzi teoretickým modelom a experimentálnymi dátami (1–2 odchýlky).

Skupinová reflexia:

- Čo sa nám podarilo?
- Kde sme narazili na problém?
- Ako sme spolupracovali?

Individuálna reflexia:

- Čo som sa naučil/a?
- Čo mi robilo problém?
- Čo by som chcel/a nabudúce robiť inak?

Dôležité zdroje, materiály a dokumenty

Pracovný list – návrh otázok:

1. Aké všetky súčty môžu padnúť pri hode dvomi 6-stennými kockami?
2. Koľkými rôznymi dvojicami (kocka1, kocka2) možno získať súčet 7? A súčet 2? Súčet 12?
3. Ktorý súčet je najpravdepodobnejší? Vysvetli prečo.
4. Vypočítaj relatívnu početnosť tohto súčtu (počet výskytov / celkový počet hodov).
5. Porovnaj túto hodnotu s teoretickou pravdepodobnosťou (z úlohy 1).
6. Opíš slovami, ako vyzerá tvar grafu (histogramu) početností súčtov pri hode dvomi kockami.
7. Ako sa mení tvar rozdelenia súčtov pri zvyšovaní počtu stien kocky a prečo sa rozdelenie postupne „vyhladzuje“?
8. Čo by sa stalo s grafom, keby sme vykonali oveľa viac hodov (napr. 10 000)? Aký tvar by sme očakávali?

Odporúčania – voliteľná hodina:

Rozšírenie – x-stenné teleso (n-sten)

- pridajte premennú pocet_stien, nastavte ju napr. na 8, 10 alebo inú hodnotu,
- zmeňte randint(1, 6) na randint(1, pocet_stien).

Žiaci skúmajú, ako sa zmení rozdelenie súčtov pri rôznych počtoch stien.

Záver:

V tejto aktivite žiaci prepájajú teóriu pravdepodobnosti (súčty pri hode kockami) s reálnym zberom dát z IoT zariadenia. Na konkrétnom príklade zažijú, že matematický model (teoretické pravdepodobnosti) je možné overiť experimentom na veľkom množstve dát. Učia sa pracovať s digitálnymi technológiami (BBC micro:bit, Data Streamer, MS Excel) ako s nástrojmi na modelovanie a analýzu dát. Rozvíjajú STEM kompetencie – a je postavená na cykle: teória --> experiment (zber dát) --> analýza a vizualizácia --> porovnanie s modelom --> úprava parametrov, čím žiaci rozvíjajú porozumenie pravdepodobnosti na základe dát a skúsenosti.

Inšpirácia:

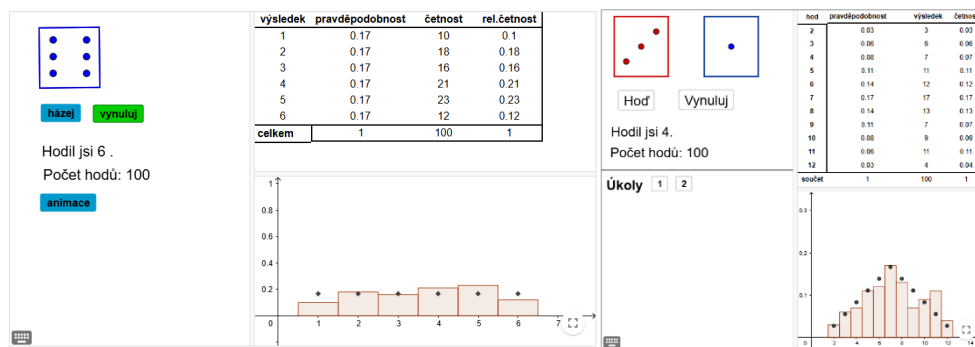
STEM krúžok - gymnazista Jakub Horváth

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú7:

Na úvod sme využili pripravené simulácie v prostredí GeoGebra Obrázok Ú7 - 1, aby si žiaci najprv vizuálne overili, že pri hode dvomi 6-stennými kockami nevzniká rovnomerné rozdelenie súčtov (ako pri jednej kocke), ale typický „zvonovitý“ tvar s maximom pri súčte 7.

Použité motivačné vizualizácie z prostredia Geogebra:

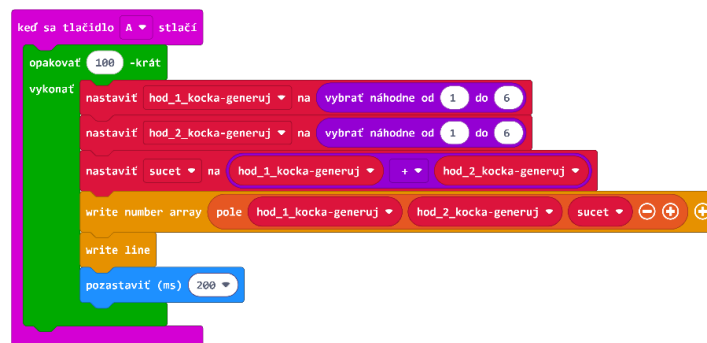
- hod 1 kockou <https://www.geogebra.org/m/C5dgvRUx>,
- hod 2 kockami <https://www.geogebra.org/m/UvEbmwxk>.



Obrázok Ú7 - 1: Geogebra - hod kockou, hod dvoma kockami

Spoločná diskusia sa prirodzene niesla v duchu hľadania dôvodov, prečo niektoré súčty vznikajú častejšie než iné, prečo má súčet 7 až šesť kombinačných možností a prečo sa extrémne hodnoty, ako súčty 2 a 12, objavujú len zriedkavo.

Po tejto teoretickej príprave sme prešli k praktickej časti, v ktorej žiaci naprogramovali BBC micro:bit tak, aby generoval dva náhodné hody, vypočítal ich súčet a všetky údaje posielal do MS Excelu cez doplnok Data Streamer. Po spustení programu žiaci pozorovali, ako im v MS Exceli v reálnom čase pribúdajú trojice hodnôt (K1, K2, súčet). Krátko sa oboznámili aj s tým, čo znamená pracovať so zariadením IoT typu „senzor --> prenos --> tabuľka --> analýza“, pričom BBC micro:bit v tomto prípade slúžil ako jednoduchý generátor dát Obrázok Ú7 - 2. V tejto fáze žiaci explicitne porovnávali **teoretický matematický model pravdepodobností súčtov s experimentálnym modelom vytvoreným zo zozbieraných dát**, čím prechádzali základným cyklom matematického modelovania.

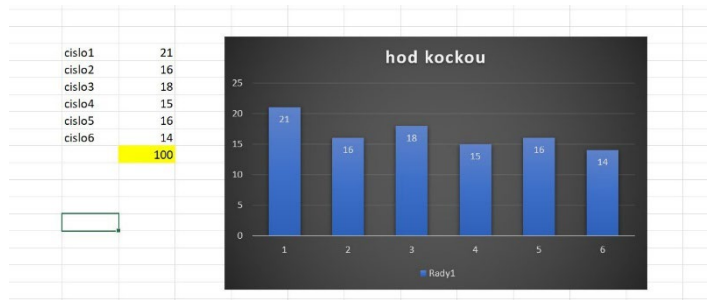


Obrázok Ú7 - 2: ukážka programu v prostredí MS MakeCode

V treťom kroku nasledovala analýza zozbieraných údajov. Na Obrázku Obrázok Ú7 - 3 je znázornená početnosť pri úvodnom pokuse – hode 1 kockou. V MS Exceli sme vytvorili jednoduchú frekvenčnú tabuľku. Histogram ukázal, že:

- početnosti pri 100 hodoch sú blízko rovnomerného rozdelenia,
- mierne odchýlky vznikajú vplyvom malého počtu pokusov.

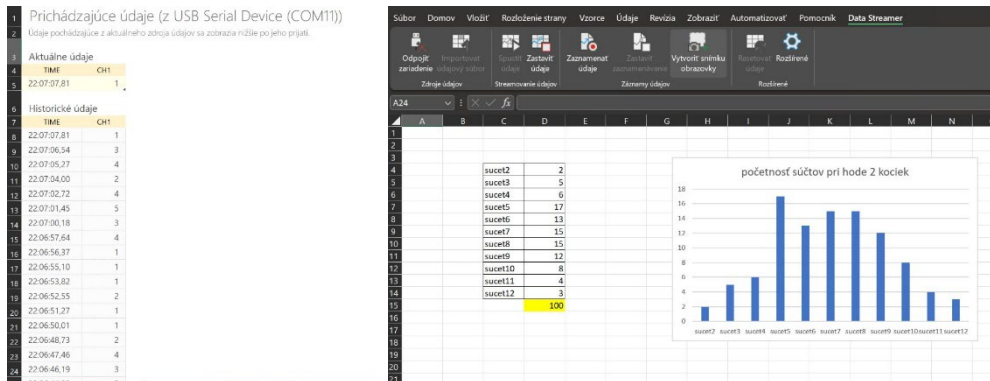
Prichádzajúce údaje (z USB Serial Device (COM1))		
TIME	CH1	
21:31:15,41	1	
21:30:57,59	4	
21:30:52,10	3	
21:30:50,31	3	
21:30:48,32	5	
21:30:46,18	1	
21:30:41,74	5	
21:30:37,36	2	
21:30:35,17	2	
21:30:32,58	1	
21:30:28,68	1	
21:30:26,40	3	
21:30:24,21	5	
21:30:22,07	5	
21:30:19,82	5	
21:30:17,68	1	



Obrázok Ú7 - 3: Histogram hodu 1 kockou

Pri hode dvoma kockami Obrázok Ú7 - 4, sme pomocou funkciu Frequency vytvorili tabuľku početnosti a histogram. Zozbierané dáta už jasne ukázali tvar rovnomerný nie je — vznikol typický zvonovitý tvar rozdelenia, ktorý sa pri väčšom počte hodov približuje k normálnemu rozdeleniu. Najčastejší súčet bol 7, čo zodpovedalo teoretickému modelu. Žiaci si zároveň vypočítali teoretickú pravdepodobnosť tohto súčtu ako pomer šiestich priaznivých kombinácií ku všetkým 36 možnostiam: počet kombinácií vedúcich k súčtu 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) → spolu 6 kombinácií.

$$P(S = 7) = \frac{6}{36} = 0,1667$$



Obrázok Ú7 - 4: Histogram hodu 2 kockami

Priamo v MS Exceli sme vytvorili aj kontingenčnú tabuľku všetkých kombinácií Kocka 1 × Kocka 2 Obrázok Ú7 - 5, pričom sme analyzovali, ako často padali napr. kombinácie (4,2) alebo (6,6). Žiaci rýchlo pochopili, že pri 100 pokusoch ešte nemožno očakávať rovnomerné rozdelenie 36 kombinácií, a že každý experiment obsahuje odchýlky. Diskusia sa prirodzene prehĺbila aj k tomu, prečo by sa pri 1 000 alebo 10 000 hodoch výsledky viac približovali teoretickým hodnotám.

		Kocka 2						Celkový súčet
		1	2	3	4	5	6	
Kocka 1	1	1	2	2	4	1	1	11
	2	5	3	2	1	5	7	23
	3	1		1		3	2	7
	4	4	4	3	3	3	3	20
	5	4	5	1	3	3	4	20
	6	5	3	4		2	5	19
Celkový súčet		20	17	13	11	17	22	100

Obrázok Ú7 - 5: kontingenčná tabuľka pre hody na 2 kockách

Príklady zo získaných dát:

Otázka: Koľkokrát padlo $K1 = 4$ a zároveň $K2 = 2$? Odpoveď: 4 krát

Otázka: Koľkokrát padlo $K1 = 6$ a $K2 = 6$? Odpoveď: 5 krát

Pri hode dvomi kockami existuje $6 \times 6 = 36$ možných dvojíc (kombinácií) Každá z týchto 36 kombinácií má rovnakú pravdepodobnosť: $1/36 \approx 2,78 \%$

Pri 100 hodoch sa síce jednotlivé kombinácie nevyskytovali presne trikrát (ako by teoreticky mali), no to otvorilo prirodzenú diskusiu o zákone veľkých čísel, o náhodných odchýlkach a o tom, prečo sa experimentálne dáta pri malom počte pokusov nezhodujú dokonale s teóriou.

Zo zozbieraného datasetu sme vypočítali aj základné štatistické ukazovatele. Priemer súčtov bol 7,26, modus bol 7, rozptyl 5,8105 a smerodajná odchýlka 2,4105. Žiaci si všimli, že priemer sa približuje teoretickej hodnote a najčastejší súčet zodpovedá matematickému modelu. Žiaci tak mohli pozorovať, že štatistické charakteristiky vypočítané z reálnych dát sa s rastúcim počtom pokusov približujú k hodnotám predpovedaným matematickým modelom. Vďaka tomu bolo jednoduché ukázať, že reálny experiment dokáže potvrdiť teoretické predpovede pravdepodobnosti, najmä pri väčších množstvách dát.

Záverečná časť hodiny patrila skupinovej a individuálnej reflexii. Žiaci hodnotili, ako sa im darilo pri programovaní, ako pracovali s MS Excelom, čo pre nich bolo nové a ktoré kroky boli náročné. Boli schopní pomenovať rozdiel medzi simuláciou a reálnym experimentom, uvedomili si význam množstva dát a dokázali vysvetliť, prečo sa frekvencie pri malom počte hodov odchyľujú od teórie. Aktivita tak splnila cieľ: žiaci si prepojili pravdepodobnosť, štatistiku a IoT technológie do jedného celku a zažili reálne matematické modelovanie založené na dátach.

Rozšírenie aktivity – pravidelný mnohosten:

Toto rozšírenie nebolo určené pre všetkých žiakov, ale slúžilo ako nadstavbová aktivita pre motivovaných žiakov so záujmom o programovanie a dátovú analýzu. Úloha bola predložená na STEM krúžku na PF UPJŠ, ktorý navštevovali gymnazisti košických škôl.

Žiak Gymnázia Jakub Horváth, Alejová 1 pripravil vlastnú simuláciu hodu kockami v jazyku Python s použitím knižnice tkinter. Program umožňuje zadať počet hodov aj počet kociek a automaticky zobrazuje meniaci sa histogram súčtov v reálnom čase. Obrázok Ú7 - 6. Žiaci môžu doplniť aj voľbu počtu stien kocky a porovnávať, ako sa mení tvar rozdelenia pri rôznych parametroch modelu. Toto rozšírenie prirodzene prepája pravdepodobnosť, programovanie a vizualizáciu dát a poskytuje priestor pre kreatívne experimentovanie nad rámec základnej aktivity. Video ukážky simulácií sú dostupné na <https://lnk.sk/pny39>.



Obrázok Ú7 - 6: Prezentácia projektu na STEM klube



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Pri realizácii aktivity Ú7 sa potvrdilo, že práca žiakov má výrazne iteratívny charakter. Žiaci opakovane prechádzali cyklom teoretický model \rightarrow experiment \rightarrow analýza dát \rightarrow interpretácia \rightarrow úprava parametrov, pričom každá iterácia viedla k hlbšiemu porozumeniu pravdepodobnosti a náhodných javov.

Pozorované iterácie modelu:

- Iterácia 1 – počet hodov: Pri malom počte hodov (napr. 50–100) sa experimentálne rozdelenie výrazne líšilo od teoretického modelu; so zvyšujúcim sa počtom hodov (500, 1 000 a viac) sa histogram postupne približoval k očakávanému zvonovitému tvaru.
- Iterácia 2 – počet kociek: Prechod od jednej kocky k dvom a trom kockám umožnil žiakom sledovať, ako sa mení tvar rozdelenia a poloha maxima súčtov.
- Iterácia 3 – počet stien kocky (pravidelný mnohosten): Zmena počtu stien (6-sten → 8-sten → x-sten) viedla k vyhladzovaniu rozdelenia a k diskusii o vplyve parametrov modelu na výsledky.
- Iterácia 4 – porovnanie teórie a experimentu: Žiaci porovnávali teoretické pravdepodobnosti so zistenými relatívnymi početnosťami a hľadali príčiny rozdielov (náhodné fluktuácie, konečný počet hodov).
- Iterácia 5 – interpretácia štatistických ukazovateľov: Výpočet priemeru, modusu a smerodajnej odchýlky umožnil žiakom overiť, že experimentálne dáta sa so zvyšujúcim sa počtom pokusov približujú k hodnotám predpovedaným matematickým modelom.

Odporúčania pre výučbu:

- nehodnotiť „správne čísla“, ale argumentáciu a interpretáciu výsledkov,
- podporovať opakované experimentovanie a porovnávanie iterácií,
- viesť žiakov k uvedomeniu si rozdielu medzi modelom a realitou,
- zdôrazňovať význam veľkého množstva dát pri rozhodovaní.

Doplnková úloha 1: Vplyv počtu hodov na rozdelenie – Vykonajte experiment s rôznym počtom hodov (napr. 100, 500, 1 000). Pre každý prípad vytvorte histogram súčtov.

Výstup žiaka: histogramy pre rôzne počty stien, stručný opis rozdielov.



Otázky na zamyslenie:

1. Ako sa mení tvar histogramu pri zvyšovaní počtu hodov?
2. Prečo sa rozdelenie pri väčšom počte hodov viac podobá teoretickému modelu?

Riešenie:
1. Pri väčšom počte hodov sa rozdelenie vyhladzuje a približuje k zvonovitému tvaru.
2. Pretože náhodné odchýlky sa pri veľkom počte pokusov navzájom vyrovnávajú.

Doplnková úloha 2: Zmena počtu stien kocky (pravidelný mnohosten) – Upravte program tak, aby simuloval hod pravidelného mnohostena (napr. 8-sten, 10-sten) a porovnajete rozdelenie súčtov s 6-stennou kockou.

Výstup žiaka: výpočet teoretickej pravdepodobnosti, výpočet relatívnej početnosti, krátke porovnanie.



Otázky na zamyslenie:

1. Zhodujú sa experimentálne výsledky s teoretickou pravdepodobnosťou?
2. Ak nie, aké môžu byť príčiny rozdielu?

Riešenie:
1. Pri malom počte hodov sa výsledky nemusia presne zhodovať, pri väčšom počte sa však približujú k teoretickým hodnotám.
2. Rozdiely spôsobujú náhodné výkyvy a konečný počet pokusov.

Ú8 Trojuholníková nerovnosť a rozpoznávanie tvarov

Návrh aktivity Ú8	
Trojuholníková nerovnosť a rozpoznávanie tvarov (AI Smart Lens Kit)	
Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ	Typ aktivity: prepájanie geometrie, náhodných javov a zberu dát s IoT (BBC micro:bit), Data Streamerom a jednoduchým AI senzorom (AI Lens – Learn mód).
Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny	
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika	
Téma/tematický celok:	
<ul style="list-style-type: none"> • Trojuholníková nerovnosť • Náhodné generovanie dát (strany a, b, c od 1–20) • Overovanie podmienok pomocou algoritmu (if–else) • Vizualizácia rozhodovania a zber dát (Data Streamer + MS Excel) • Úvod do práce s Smart AI Lens – režim Learn ako klasifikátor 	
Zadanie:	
<p>Žiaci pracujú s BBC micro:bitom (pripravený funkčný program), ktorý náhodne generuje tri dĺžky strán a, b, c a ukladá ich do premenných A, B, C (hodnoty 1–20). Pomocou algoritmu overia platnosť trojuholníkovej nerovnosti (program rozhodne, či tieto tri dĺžky môžu tvoriť trojuholník). Výsledok sa pošle rádiovou komunikáciou na druhý BBC micro:bit, kde sa zobrazí obrázok trojuholníka (ak trojuholníková nerovnosť platí) alebo znak X (ak trojuholníková nerovnosť neplatí) a v oboch prípadoch sa prehrá zodpovedajúca melódia.</p>	
<p>Doplnková aktivita:</p> <p>Žiaci pomocou doplnku Data Streamer odosielať vygenerované hodnoty do MS Excel, kde sú v aktuálnom čase analyzované a vyhodnocované, či trojuholníková nerovnosť platí alebo neplatí.</p> <p>Žiaci pomocou Smart AI Lens v režime Learn modelujú klasifikáciu objektov – ako rozhodovacie pravidlá fungujú aj pri geometrii.</p>	
Kľúčové slová:	
IoT, BBC micro:bit, Data Streamer, MS Excel, náhodný jav, pravdepodobnosť, algoritmus, STEM, Smart AI Lens	
Vzdelávacie ciele:	
<ul style="list-style-type: none"> • pochopiť podmienky trojuholníkovej nerovnosti, • aplikovať rozhodovacie pravidlá (if/else), • analyzovať výsledky náhodných pokusov (koľkokrát vznikne/nevznikne trojuholník), • prepájať matematické modelovanie s programovaním a IoT zariadeniami (MS Excel + Data Streamer) - voliteľné, • pochopiť základný princíp klasifikácie cez AI Lens (Learn mód) 	
Obsahové štandardy:	Výkonové štandardy:
<ul style="list-style-type: none"> • Trojuholníková nerovnosť • Geometrické vzťahy v rovine • Náhodné javy a jednoduchá pravdepodobnosť • Tvorba algoritmov, podmienky a logika rozhodovania • Základy práce s dátami (MS Excel + Data Streamer) • princíp klasifikácie objektov v režime Learn (Smart AI Lens) 	<p>Žiak dokáže:</p> <ul style="list-style-type: none"> • overiť platnosť trojuholníkovej nerovnosti, • vytvoriť a upraviť jednoduchý program na generovanie trojíc A,B,C (dĺžky strán), • odoslať a prijať informácie cez rádiovú komunikáciu dvoch BBC micro:bitov, • vizualizuje výsledky (graf/histogram v MS Exceli), • vysvetlí, ako funguje rozhodovací algoritmus a jeho podobnosť s AI klasifikátorom.
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...):	
<ul style="list-style-type: none"> • Funkčný program – vysielateľ a prijímač (rádiová komunikácia), • dátový záznam v MS Excel cez Data Streamer (koľko pokusov dalo trojuholník), • krátka reflexia alebo vysvetlenie pravidiel rozhodovania, • voliteľné: demonštrácia režimu Learn v AI Lens. 	
Zhrnutie aktivity (stručný opis a zhrnutie aktivity):	
<p>Potrebné materiály:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2× BBC micro:bit • PC s MakeCode 	

- MS Excel + Data Streamer
- AI Smart Lens Kit (režim Learn)
- Reproduktry/hudobný modul (voliteľné)

V úvode môže učiteľ začať jednoduchou motiváciou – použije tri rôzne dlhé paličky (napr. 10 cm, 3 cm, 4 cm) – s otázkou, či je možné z nich vytvoriť trojuholník. Následne použije iné dĺžky paličiek (napr. 10 cm, 7 cm, 5 cm) – diskusia o pravidle pre vznik trojuholníka – objavovanie podmienky o Trojuholníkovej nerovnosti. **Súčet ľubovoľných dvoch strán musí byť väčší ako tretia strana.**

Program vysielateľ po stlačení tlačidla A náhodne vygeneruje dĺžky strán a, b, c v rozsahu hodnôt od 1 do 20. Rádiovou komunikáciou odosiela do druhého BBC micro:bitu informáciu, či trojuholníková nerovnosť platí, alebo neplatí. Prijímač po prijatí informácie zobrazí trojuholník (ak trojuholníková nerovnosť platí) alebo znak X (ak trojuholníková nerovnosť neplatí) a v oboch prípadoch sa prehrá zodpovedajúca melódia.

Voliteľná úloha – získané dáta žiaci ukladajú (zapisujú, alebo zbierajú cez Data Streamer), vytvoria histogram (vznik trojuholníka – áno/nie), plus ďalšie analýzy. Aktivita prepája geometrickú teóriu (trojuholníková nerovnosť) s programovaním, náhodnými javmi a IoT technológiami. Žiaci generujú dáta, testujú podmienky a vizualizujú výsledky v MS Exceli.

Doplňková časť – Prepojenie AI – Smart AI Lens – režim Learn – žiaci skúmajú Smart AI Lens ako nástroj klasifikácie, ktorý im pomáha pochopiť, že mnoho algoritmov – vrátane trojuholníkovej nerovnosti – je založených na rozhodovaní podľa pravidiel.

Programy v MakeCode:

Vysielač https://makecode.microbit.org/_4Ac9hVK2H7ug

Prijímač https://makecode.microbit.org/_19XDb8f5cLMc

Smart AI Lens – režim Learn: https://makecode.microbit.org/_cgpgdCA7z5YY

Matematické modelovanie:

V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:

- modelovaním geometrického problému rozhodovania, či trojica dĺžok strán a, b, c môže tvoriť trojuholník,
- formalizáciou reálneho problému do matematického pravidla – trojuholníkovej nerovnosti, pričom rozhodovanie je založené na splnení troch podmienok súčasne (logická spojka AND) $(a + b > c) \text{ AND } (a + c > b) \text{ AND } (b + c > a)$
- reprezentáciou vstupných dát ako náhodne generovaných čísel (strany trojuholníka),
- vizualizáciou výsledkov (histogram „áno/nie“),
- interpretáciou výsledkov a porovnávaním pravidlového rozhodovania v geometrii s princípom klasifikácie v Smart AI Lens (Learn mód) s reflexiou obmedzení modelu (diskrétny hodnoty, konečný počet pokusov, náhodnosť).

Skupinová reflexia:

- Čo sa nám podarilo?
- Kde sme narazili na problém?
- Ako sme spolupracovali?

Individuálna reflexia:

- Čo som sa naučil/a?
- Čo mi robilo problém?
- Čo by som chcel/a nabadúce robiť inak?

Dôležité zdroje, materiály a dokumenty

Pracovný list – návrh otázok:

1. Aké podmienky musí spĺňať trojica strán, aby vznikol trojuholník?
2. Prečo nie všetky náhodné trojice a, b, c tvoria trojuholník?
3. Ako je možné rozhodovací proces zobrazit' v grafe alebo tabuľke?
4. V čom je podobnosť medzi rozhodovaním v geometrii a klasifikáciou objektov v Smart AI Lens? (výhody, nevýhody)

Odporúčania – voliteľná hodina:

- Analýza zhromaždených dát – vytvorenie histogramu „vznikol/nevznikol trojuholník“.
- Rozšírenie: „Aký trojuholník som?“ – klasifikácia podľa typu (ostrý/pravouhlý/tupý)

Záver:

V tejto aktivite žiaci skúmajú geometrický jav pomocou dát, algoritmov a IoT. Kombinujú matematické modelovanie s praktickým programovaním a pochopia, že aj rozhodovací proces v geometrii je možné analyzovať ako klasifikačnú úlohu – podobne, ako pracuje Smart AI Lens.

Inšpirácia:

Pani učiteľka Mgr. Eva Kovalčíková (Stredná Odborná Škola ŠACA)

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú8:

Aktivita bola predstavená na záverečnej prezentácii ERUDO - jeseň 2023 pod názvom „Využitie BBC micro:bitov v geometrii“. Učiteľka Mgr. Eva Kovalčíková predstavila dvojicu krátkych matematicko-informatických projektov (Trojuholníková nerovnosť a Stredová a osová súmernosť), ktoré dokázala realizovať aj napriek obmedzenému technickému vybaveniu školy. Žiaci pracovali s dvomi základnými sadami BBC micro:bitov a PC/tabletmi.

Cieľová skupina: žiaci 1. ročníka strednej odbornej školy (SOŠ)

Predmet: matematika (časová dotácia 40 minút)

Učiteľka využila praktický prístup: ukázať, ako môže BBC micro:bit uľahčiť pochopenie vybraných geometrických pojmov a ako môže nahradiť chýbajúce pomôcky. Námet čerpala z Diplomovej práce Kristíny Vackovej s názvom „Využití micro:bitů ve výuce matematiky“. (VACKOVÁ, 2022)

Rádiová komunikácia - Trojuholníková nerovnosť

Aktivita prebehla nasledovne, žiaci dostali BBC micro:bity s nahratým programom:

1. BBC micro:bit **náhodne vygeneruje tri čísla** (1–20), ktoré sa priradia do premenných A, B, C.
2. Po stlačení tlačidla B program **overí splnenie trojuholníkovej nerovnosti**:
 - súčet ľubovoľných dvoch strán musí byť väčší ako tretia
3. Druhý BBC micro:bit v roli prijímača **zobrazí výsledok**:
 - obrázok na LED matici **trojuholník + pozitívna melódia**, ak platí trojuholníková nerovnosť
 - obrázok na LED matici **kríž + negatívna melódia**, ak neplatí trojuholníková nerovnosť

Použité programy v MakeCode:



Vysielač <https://makecode.microbit.org/4Ac9hVK2H7ug>

Prijímač <https://makecode.microbit.org/19XDb8f5cLMc>

Žiaci si precvičili:

- digitálne zručnosti (práca s jednoduchým softvérom MakeCode),
- matematické zručnosti (overovanie podmienok, práca s premennými),
- geometrické predstavy (kedy z trojice strán dostaneme trojuholník),
- kreatívne a tímové riešenie problémov ,
- prenášanie reálnych situácií do algoritmu.

MEDZIPREDMETOVÉ VZŤAHY: matematika (geometria, nerovnosti), informatika (algoritimizácia, podmienky, premenné), aplikovaná informatika (rádiová komunikácia zariadení)

Žiaci hodnotili prácu s BBC micro:bitmi veľmi pozitívne a aj napriek tomu, že overovanie trojuholníkovej nerovnosti patrí medzi jednoduchšie učivo, prepojenie s reálnym skúmaním, opakovaným pozorovaním výsledkov a premýšľaním nad dátami vnímali ako zmysluplné a motivujúce.

Doplnková úloha 1: Ako často vznikne trojuholník? Vygenerujte aspoň 100 náhodných trojíc strán a zistite, v koľkých prípadoch vznikol trojuholník a v koľkých nie (použite Data Streamer). Výstup žiaka: tabuľka alebo histogram „vznikol / nevznikol trojuholník“, krátke zhodnotenie výsledkov.



Otázky na zamyslenie:

1. Je počet prípadov, keď vznikne trojuholník, väčší alebo menší než počet prípadov, keď nevznikne?
2. Ako ovplyvní výsledok zmena spôsobu generovania strán?

Riešenie:
 1. Pri rovnomernom výbere z rovnakého intervalu sú oba počty približne rovnaké; pri iných modeloch (rozdelenie úsečky na tri časti) môže byť počet vzniku menší.
 2. Zmena spôsobu generovania strán vedie k odlišným výsledkom, čo ukazuje, že záver závisí od zvoleného matematického modelu a jeho predpokladov.

Doplnková úloha 2: AI aktivita: Aký trojuholník som? – využitie AI Smart Lens (Learn mód)

V nadväznosti na aktivitu s trojuholníkovou nerovnosťou (rádiová komunikácia dvoch BBC micro:bitov) môže učiteľ žiakom ukázať, ako je možné využiť Smart AI Lens pri rozpoznávaní tvarov trojuholníkov. Aktivita nevyžaduje programovanie AI modelu – využíva vstavaný režim Learn, v ktorom žiaci sami „učia“ kameru rozpoznávať jednotlivé triedy objektov. Tento režim umožňuje žiakom experimentovať so základmi počítačového videnia a rozpoznávania objektov bez toho, aby museli programovať zložitý AI model alebo pracovať s externými nástrojmi.

Cieľom AI aktivity je:

- ukázať, že aj pri geometrických objektoch (trojuholníkoch) môžeme namiesto striktných pravidiel (nerovnosti) použiť klasifikáciu na základe príkladov (čím viac obrazov kamera pri učení dostane, tým presnejšia klasifikácia bude), a
- vysvetliť rozdiel medzi:
 - algoritmom (trojuholníková nerovnosť implementovaná cez if/else) a
 - „učením z príkladov – z obrazu“ (AI Lens Learn).

Žiaci trénujú AI Lens na rozpoznávanie troch typov trojuholníkov (ostrý, tupý, pravouhlý). Pre každý typ si pripraví niekoľko kartičiek alebo obrázkov. Pomocou tlačidiel na BBC micro:bit postupne učia kameru („ukazujú“ obrázky AI kamere pri učení), ako jednotlivé trojuholníky vyzerajú. Obrázok Ú8 - 1. Kamera Smart AI Lens musí byť umiestnená kolmo na snímaný objekt, inak môže dôjsť k perspektívnemu skresleniu a nesprávnej klasifikácii trojuholníkov. V ukážkovom programe sú využité tri triedy (ID1, ID2, ID3), ale žiaci ich dopĺňali a testovali postupne:

- ID1 – „O“ → ostrý trojuholník
- ID2 – „T“ → tupý trojuholník
- ID3 – „P“ → pravouhlý trojuholník (pozor obr. by mal obsahovať jasný znak pravého uhla)

Učiteľ žiakom zdôrazní, že je vhodné ukázať viac rôznych príkladov z každého typu (rôzne veľkosti, polohy), aby klasifikácia bola spoľahlivejšia.

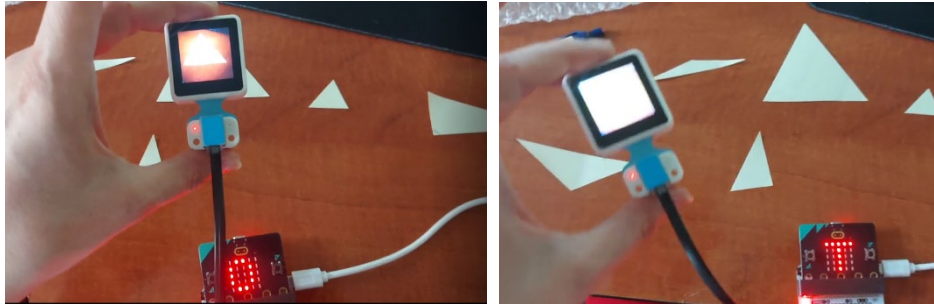
LED maticu nastavujeme na prázdnu, aby nezostal nápis trvalo – žiaci si ju môžu doplniť vlastnými piktogramami (napr. malý trojuholník, šípka, symbolický tvar).

Týmto spôsobom žiaci vidia kontrast medzi pravidlovým rozhodovaním a klasifikáciou na základe naučených príkladov (AI Lens Learn).

Aktivita podporuje diskusiu o tom, kedy je vhodnejšie použiť presné matematické pravidlá a kedy je užitočnejšie spoliehať sa na učenie z množstva príkladov – podobne ako to robia moderné systémy umelej inteligencie.



Program v Make Code: https://makecode.microbit.org/_cgpgdCA7z5YY



Obrázok Ú8 - 1: Smart AI Lens - identifikácia Ostrouhlého a Tupouhlého trojuholníka

Možnosti využitia Smart AI Lens boli predstavené na webinári pre učiteľov informatiky - Umelá inteligencia v informatickom vzdelávaní (25.6.2025) **AI Lens a BBC micro:bit v praxi**. Aktivita vznikla v rámci projektu KEGA 010UPJŠ-4/2024 Využitie umelej inteligencie vo vyučovaní školskej informatiky na stredných školách (2024-2026) dostupné na (di.ics.upjs.sk, 2025).



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Pri realizácii aktivity Ú8 sa potvrdilo, že práca žiakov má výrazne iteratívny charakter. Žiaci opakovane prechádzali cyklom generovanie dát --> rozhodovanie podľa pravidla --> vizualizácia --> interpretácia --> úprava parametrov, čím si postupne prehľbovali porozumenie geometrickému pravidlu aj princípu klasifikácie.

Pozorované iterácie modelu:

- Iterácia 1 – náhodné generovanie strán: Žiaci sledovali, že nie každá náhodná trojica dĺžok strán tvorí trojuholník, čo viedlo k pochopeniu významu trojuholníkovej nerovnosti.
- Iterácia 2 – rozsah hodnôt: Zmena intervalu generovaných hodnôt (napr. 1–10, 1–20) ovplyvnila pomer prípadov, keď trojuholník vznikol alebo nevznikol.
- Iterácia 3 – počet pokusov: Pri väčšom počte generovaných trojíc sa výsledky v MS Exceli stabilizovali a pomer „vznikol/nevznikol“ sa vyhladzoval.
- Iterácia 4 – vizualizácia dát: Histogram (áno/nie) v MS Exceli umožnil žiakom lepšie interpretovať výsledky než samotné číselné výpisy.
- Iterácia 5 – porovnanie s AI klasifikáciou: Porovnanie pravidlového algoritmu (if-else) s učením v režime Learn v AI Lens viedlo k diskusii o rozdieloch medzi presným matematickým pravidlom a učením z príkladov.

Odporúčania:

- klásť dôraz na porozumenie rozhodovaciemu pravidlu, nie len na výsledok,
- podporovať opakované generovanie dát a porovnávanie iterácií,
- viesť žiakov k uvedomeniu si rozdielu medzi deterministickým algoritmom a klasifikáciou založenou na učení,
- prepájať výsledky s reálnymi situáciami (meranie, nepresnosť, náhodnosť).

Návrh aktivity Ú9 Osová a stredová súmernosť a robotický tanec	
<p>Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ</p> <p>Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny</p>	<p>Typ aktivity: Praktická aktivita – prepájanie geometrických zobrazení (osová, stredová súmernosť) s programovaním BBC micro:bitu a riadením robotov. Zážitkové učenie - „tanec robotov“ na zvolenú hudbu.</p>
<p>Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika</p> <p>Téma/tematický celok:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Geometrické zobrazenia – osová a stredová súmernosť • Zobrazovanie bodov a útvarov v súradnicovej rovine (LED matica BBC micro:bitu) • Programovanie pohybu robotov a práca s periódou (opakujúci sa pohyb / choreografia) • Synchronizácia pohybu IoT zariadení (robotov) • Vizualna reprezentácia súmernosti a symetrie v pohybe 	
<p>Zadanie:</p> <p>1. Časť A – BBC micro:bit a súmernosť: Vytvoriť program (alebo testovať hotový program), ktorý:</p> <ul style="list-style-type: none"> • po stlačení tlačidla A zobrazí útvar (bod, úsečka, trojuholník, štvorec) a jeho osovo súmerný obraz, • po stlačení tlačidla B zobrazí stredovo súmerný obraz toho istého útvaru, • pracujú s pracovným listom, kde vypisujú súradnice a zobrazujú ich obrazy, zistené hodnoty nahadzujú do BBC micro:bitového programu. <p>2. Časť B – Synchronizovaný tanec robotov: Žiaci</p> <ul style="list-style-type: none"> • na zvolenú hudbu navrhnu jednoduchú choreografiu pre 2 (alebo viac) robotov (Ring:bit Car, Maqueen). • naprogramujú synchronizovaný pohyb tak, aby bol pohyb robotov „symetrický“ (napr. zrkadlový pohyb, stretnutie v strede dráhy). • pre lepší efekt použijú LED NeoPixel pásiky – vizuálne efekty. 	
<p>Kľúčové slová:</p> <p>osová súmernosť, stredová súmernosť, geometrické zobrazenia, súradnice, LED matica, synchronizácia, perióda, choreografia, BBC micro:bit, robotika, NeoPixel</p>	
<p>Vzdelávacie ciele:</p> <ul style="list-style-type: none"> • chápe pojem osovej a stredovej súmernosti na príkladoch zobrazenia bodov a útvarov, • prepája súradnicové vyjadrenie bodov so zobrazením na LED matici BBC micro:bitu, • vytvorí jednoduchý program s podmienkami a funkciami na zobrazenie útvarov a ich obrazov, • navrhne a naprogramuje základnú choreografiu „tanca robotov“ so synchronizovaným pohybom, • uvedomuje si periodickosť pohybov a vie ju popísať (opakujúci sa vzor). 	
<p>Obsahové štandardy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Geometrické zobrazenia v rovine – osová súmernosť, stredová súmernosť • Zobrazovanie bodov, úsečiek a jednoduchých útvarov v súradnicovej rovine • Symetria v prírode, technike a umení • Programovanie v prostredí MS MakeCode • Práca s LED maticou 5x5 BBC micro:bitu – súradnice [x, y] • Funkcie, podmienky, premenné • Riadenie robotov (pohyb, rýchlosť, smer) a vizualizácia pomocou NeoPixel LED pásikov 	<p>Výkonové štandardy:</p> <p>Žiak dokáže:</p> <ul style="list-style-type: none"> • určiť obraz bodu/útvaru v osovej a stredovej súmernosti, • vytvoriť program, ktorý na LED matici BBC micro:bitu zobrazí bod, útvar a jeho súmerný obraz, • vysvetlí, ktoré súradnice sa pri danom type súmernosti menia a ako, • navrhne a naprogramuje jednoduchý „tanec“ robota, • koordinovať pohyb dvoch robotov tak, aby pôsobili synchronizovane alebo zrkadlovo.
<p>Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funkčný program v MakeCode na zobrazovanie útvarov a ich obrazov v súmernosti - podľa vzoru programu s funkciami BOD(), ČIARA(), TROJUHLNÍK(), ŠTVOREC() a ich súmerných verzii. • Synchronizovaný „tanec robotov“ na zvolenú hudbu (ukážka v triede alebo krátke video). • Pracovný list so súradnicami a náčrtmi predlôh (pred zadaním do programu). 	

Zhrnutie aktivity (stručný opis a zhrnutie aktivity):

Potrebné materiály:

- 2× BBC micro:bit,
- roboty (Ring:bit Car, Maqueen alebo iné BBC micro:bit roboty),
- LED NeoPixel pásiky (voliteľné),
- reproduktor / hudobný zdroj,
- MS MakeCode.

V aktivite žiaci prepájajú abstraktný pojem osovej a stredovej súmernosti s veľmi konkrétnou vizualizáciou na LED matici BBC micro:bitu a s pohybom robotov v priestore. Najprv pracujú „na papieri“, kde určujú súradnice bodov a ich obrazy, potom svoje riešenia prenású do programu a overia priamo na BBC micro:bite. Následne nadviažu tvorivou časťou – návrhom synchronizovaného tanca robotov – v ktorej pracujú s periodickým pohybom, symetriou a časovaním krokov. Aktivita rozvíja geometrické myslenie, algoritmické myslenie aj tímovú spoluprácu.

Program v MakeCode: https://makecode.microbit.org/_17895LHAtfMd

Matematické modelovanie:

V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:

- modelovaním geometrických zobrazení bodov a útvarov v rovine pomocou osovej a stredovej súmernosti,
- formalizáciou súmernosti pomocou súradnicových pravidiel (zmena súradníc bodu pri osovej a stredovej súmernosti),
- reprezentáciou bodov a útvarov v diskretnej súradnicovej mriežke LED matice BBC micro:bitu,
- overovaním správnosti modelu vizuálnym porovnaním predlohy a jej obrazu,
- rozšírením geometrického modelu do dynamického prostredia – symetrického pohybu robotov v priestore,
- interpretáciou synchronizovaného a zrkadlového pohybu ako prejavu súmernosti v čase (periodický pohyb).

Skupinová reflexia:

- Čo sa nám podarilo?
- Kde sme narazili na problém?
- Ako sme spolupracovali?

Individuálna reflexia:

- Čo som sa naučil/a?
- Čo mi robilo problém?
- Čo by som chcel/a nabudúce robiť inak?

Dôležité zdroje, materiály a dokumenty*Pracovný list – návrh otázok:*

1. Ako sú na LED matici BBC micro:bitu orientované osi X a Y?
2. Aké sú súradnice bodu A, ak sa nachádza v treťom stĺpci a druhom riadku?
3. Urči osovo súmerný obraz bodu $A[x, y]$, ak os súmernosti je vertikálna, horizontálna alebo diagonálna os LED matice.
4. Urči stredovo súmerný obraz bodu $A[x, y]$ pri strede súmernosti $[2, 2]$.
5. Dopln tabuľku súradníc pre útvar (bod / úsečka / štvorec) a jeho osovo súmerný obraz.
6. Čo sa stane, ak by obraz bodu ležal mimo LED matice? Môže BBC micro:bit taký bod zobrazíť?
7. Čo znamená „zrkadlový pohyb“ dvoch robotov v praxi?
8. Ako ovplyvní synchronizáciu robotov to, že jeden ide rýchlejšie (alebo má nevycentrované koliesko)?

Odporúčania – voliteľná hodina:

- Rozšíriť počet útvarov (iné tvary, písmená, ikony) a skúmať ich súmernosti (na rozširujúcom HW - Displej).
- Rozšíriť choreografiu robotov – práca s periódou, opakovaním, fázovým posunom.
- Prepojenie s hudbou – skúmať rytmus, takt a opakujúce sa motívy ako „symetriu v čase“.

Záver:

V tejto aktivite žiaci nielen formálne riešia úlohy z geometrie, ale aj „oživujú“ súmernosť v podobe svetelných vzorov na BBC micro:bite a pohybov robotov. Uvedomia si, že symetria nie je len obrázok v učebnici, ale aj vlastnosť pohybu, choreografie či vizuálnych efektov. Prepájanie matematiky, informatiky a robotiky podporuje tvorivosť, medzipredmetové vzťahy a motivuje žiakov k aktívnemu objavovaniu.

Inšpirácia:

Námet vychádza z projektu Mgr. Evy Kovalčíkovej (SOŠ Košice), ktorý predstavila v rámci inovačného vzdelávania „Učíme s hardvérom“, a bol overený aj v prostredí PF UPJŠ (tábor STEAM).

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú9:

Aktivita bola predstavená na záverečnej prezentácii ERUDO - jeseň 2023 pod názvom „Využitie BBC micro:bitov v geometrii“. Učiteľka Mgr. Eva Kovalčíková (SOŠ Šaca) predstavila dvojicu krátkych matematicko-informatických projektov, ktoré realizovala aj napriek obmedzenému technickému vybaveniu školy (Trojuholníková nerovnosť a Stredová a osová súmernosť). Žiaci pracovali s dvomi základnými sadami BBC micro:bitov a s PC/tabletmi. Aktivita bola overená aj autorkou so žiakmi na ZŠ a na PF UPJŠ počas tábora STEAM vytvorili aktivitu Synchronizovaný tanec robotov.

Cieľová skupina a predmet: žiaci 1. ročníka strednej odbornej školy (SOŠ), matematika (2x40 min.).

Učiteľka zvolila praktický, názorný prístup, ktorého cieľom bolo ukázať, ako môže BBC micro:bit uľahčiť pochopenie vybraných geometrických pojmov a zároveň nahradiť chýbajúce učebné pomôcky. Námet čerpana z Diplomovej práce Kristíny Vackovej s názvom „Využití micro:bitů ve výuce matematiky“, v ktorej sa nachádzajú aj pracovné listy pre žiakov (VACKOVÁ, 2022).

Stredová a osová súmernosť – LED matica BBC micro:bitu

V prvej fáze žiaci pracovali s pracovnými listami, na ktorých bola zobrazená LED matica 5x5 BBC micro:bitu a rôzne variované úlohy na osovú a stredovú súmernosť. Najdôležitejšou úvodnou úlohou bolo zistiť aké majú jednotlivé LEDky súradnice (ktorá LED sa rozsvieti ak máme súradnicu [3, 2] a ktorá sa rozsvieti, keď máme súradnicu [2, 3]). Žiaci následne identifikovali súradnice bodov jednotlivých útvarov (bod, úsečka, trojuholník, štvorec). Narysovali/načrtli v pracovnom liste obrazy jednotlivých bodov a doplnili **súradnice obrazov** týchto bodov pri osovej a stredovej súmernosti do vopred pripraveného kódu alebo tabuľky. Po vyriešení pracovných listov, žiaci tieto riešenia preniesli do pripraveného programu v MakeCode a riešenia vizualizovali Obrázok Ú9 - 1.

Učiteľka pripravila **kostru programu** s premennou *riešenie* a s funkciami:

- BOD(), ČIARA(), TROJUHLNÍK(), ŠTVOREC()
- a ich súmerné verzie BODS(), CIARAS(), TROJUHLNIKS(), STVORECS()

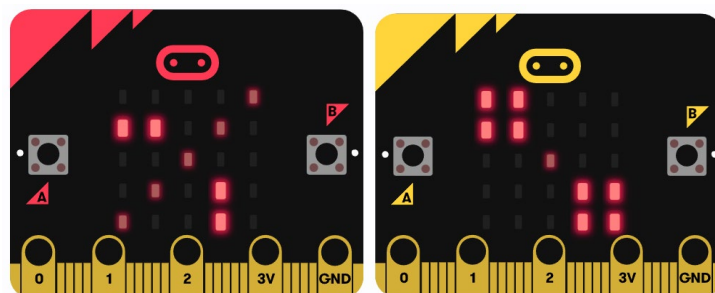
Tlačidlo A → zobrazí útvar a jeho **osovo súmerný** obraz

Tlačidlo B → zobrazí **stredovo súmerný** obraz

Žiaci vďaka tomu priamo videli vzor a obraz geometrického útvaru. Reflexia žiakov ukázala, že práca s LED maticou im výrazne pomohla upevniť pojmy osovej a stredovej súmernosti.



Program v MakeCode: https://makecode.microbit.org/_17895LHAtfMd



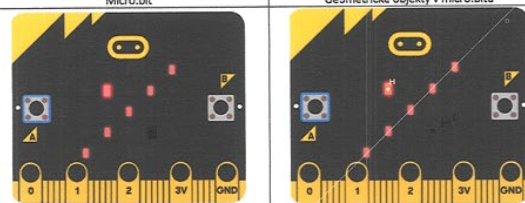
Obrázok Ú9 - 1: Osová a Stredová súmernosť na BBC micro:bitu

Analýza 10 pracovných listov ukázala, že žiaci mali najväčšie ťažkosti s geometrickou presnosťou náčrtov a správnym určením súradníc na LED matici, čo spôsobovalo posuny pri zobrazovaní útvarov v MakeCode. Výber riešení ponúka Obrázok Ú9 - 2 a Obrázok Ú9 - 3. Častým javom bolo, že si žiaci **mýlili osovú súmernosť so stredovou**, čo sa prejavilo nesprávnym zakreslením obrazov jednotlivých vzorov a v nesprávnom zápise súradníc v tabuľkách. Odporúčame upraviť pracovné listy tak, aby LEDky na matici mali biele pozadie, aby žiaci mohli zreteľne zaznačiť obrazy.

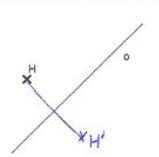
Micro:bit - Osová súmernosť

1. úloha
Kliknutím na tlačítko A vyberete zadanie pro zobrazení bodu H v dané osové souměrnosti. Najdi a rozsviť bod H', který je osově souměrný s bodem H. Osa o souměrnosti je vyznačena slaběji.

Micro:bit Geometrické objekty v micro:bitu



Převedení problému na geometrický



Napište souřadnice
[3,3]

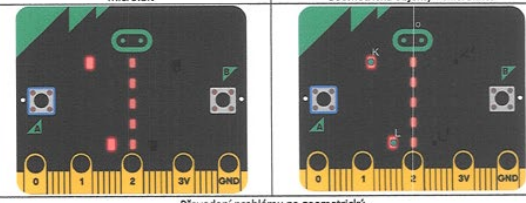
Doplňte souřadnice do kódu tak, aby se po kliknutí na tlačítko B zobrazil obraz H' bodu H.

rozsviť x 3 y 3

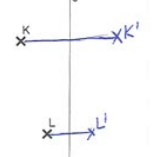
Micro:bit - Osová souměrnost

2. úloha
Po druhém kliknutí na tlačítko A vyberete zadání pro zobrazení úsečky KL v osové souměrnosti. Zobraz úsečku K'L v osové souměrnosti. Osa o je vyznačena slaběji.

Micro:bit Geometrické objekty v micro:bitu



Převedení problému na geometrický



Napište, na jakých souřadnicích se rozsvítí obrazy krajních bodů dané úsečky.
[3,0] [3,4]

Doplňte do kódu blokové příkazy tak, aby se rozsvítilo řešení úlohy.

jinak když? řešení 2 tak

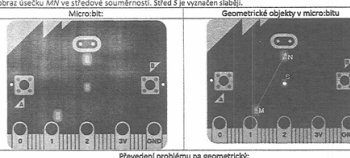
vykreslit x 4 y 0
vykreslit x 3 y 4

Obrázok Ú9 - 2: Ukážka žiackeho riešenia pracovného listu – Osová súmernosť

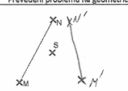
Micro:bit - Středová souměrnost

2. úloha
Po druhém kliknutí na tlačítko A vyberete zadání pro zobrazení úsečky MN v dané středové souměrnosti. Zobraz úsečku M'N' ve středové souměrnosti. Střed S je vyznačen slaběji.

Micro:bit Geometrické objekty v micro:bitu



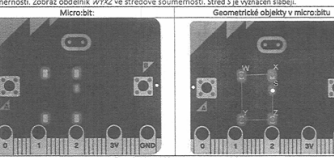
Převedení problému na geometrický:



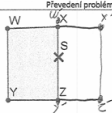
Micro:bit - Středová souměrnost

3. úloha
Po třetím kliknutí na tlačítko A vyberete zadání pro zobrazení obdélníka WXYZ v dané středové souměrnosti. Zobraz obdélník W'X'Y'Z' ve středové souměrnosti. Střed S je vyznačen slaběji.

Micro:bit Geometrické objekty v micro:bitu



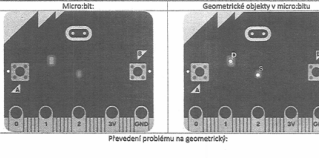
Převedení problému na geometrický:



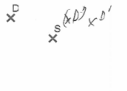
Micro:bit - Středová souměrnost

1. úloha
Kliknutím na tlačítko A vyberete zadání pro zobrazení bodu v středové souměrnosti. Najdi bod D', který je středově souměrný s bodem D. Střed S je vyznačen slaběji.

Micro:bit Geometrické objekty v micro:bitu



Převedení problému na geometrický:



Napište, na jakých souřadnicích se rozsvítí středově souměrný bod.

Obrázok Ú9 - 3: Ukážky nesprávnych žiackych riešení pracovného listu - Stredová súmernosť



Otázky na zamyslenie:

1. Ktorá os súmernosti sa ti počítala najľahšie a prečo?
2. Prečo je diagonálna os na matici 5x5 náročnejšia?

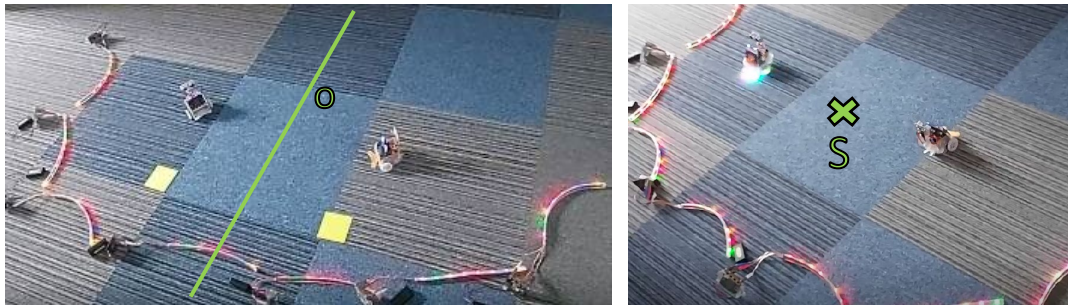
Riešenie:
1. Najľahšia je zvyčajne vertikálna alebo horizontálna os, lebo sa mení len jedná súradnica.
2. Diagonálna os je náročnejšia, lebo sa pri zobrazení často "vymieňajú" súradnice a ľahko vznikne chyba v orientácii!

Synchronizovaný tanec robotov (STEAM tábor UPJŠ)

Nezávisle od tejto aktivity prebiehala tvorivá úloha na UPJŠ na STEAM tábore – synchronizovaný tanec robotov. Členovia skupín po 3–4 žiakoch si zvolili krátku hudbu (napr. 20–30 sekúnd) a navrhli jednoduchú choreografiu pre dva roboty (Ring:bit Car alebo Maqueen). Cieľom bolo, aby pohyb robotov bol symetrický:

- zrkadlový pohyb (osová súmernosť – roboty idú oproti sebe, robia rovnaké pohyby „do zrkadla“),
- alebo pohyb voči spoločnému stredú (stredová súmernosť – roboty sa rozbiehajú od stredu a vracajú sa späť).

Na zvýraznenie efektu niektoré skupiny použili LED NeoPixel pásiky, ktorých farbu menili v rytme hudby a pohybu robotov Obrázok Ú9 - 4. Program v MakeCode obsahoval opakujúce sa sekvencie pohybov (periódy), takže sa žiaci prirodzene stretli s pojmom „opakujúci sa vzor“ – v geometrii aj v čase. Video ukážka tanca robotov na <https://lnk.sk/pny39>.



Obrázok Ú9 - 4: Synchronizovaný tanec robotov - Osová a Stredová súmernosť

Počas záverečných prezentácií jednotlivé tímy predviedli svoj „tanec robotov“. Spolužiaci mali za úlohu určiť, kde je os súmernosti alebo kde by bol stred súmernosti, ak by sme si dráhu robotov nakreslili do súradnicového systému. V diskusii sa ukázalo, že žiaci lepšie rozumejú tomu, že symetria nie je len obrázok v učebnici, ale aj vlastnosť pohybu, rytmu a choreografie.

Programovanie symetrického tanca robotov bolo náročnejšie na koordináciu (časovanie, rýchlosť, smer), ale zároveň veľmi motivujúce, žiaci prezentovali projekt aj pred rodičmi, ktorý aktivitu hodnotili veľmi kladne. Dôležité bolo rozdeliť si úlohy v tíme – niekto riešil geometriu a súradnice, niekto programovanie pohybu, iný hudbu a LED efekty.

Pri tanci robotov nastal technický problém s nedostatočnou kalibráciou motorčekov a koliesok, kvôli čomu sa roboty začali pohybovo odlišovať a choreografia strácala synchronnosť. Napriek týmto odchýlkam sa v istom momente podarilo zachytiť fascinujúci vizuálny jav, kedy sa osová súmernosť prirodzene transformovala na stredovú. Celkovo sa potvrdilo, že kým teóriu žiaci ovládali, najväčšou výzvou bol presný prenos pravidiel do digitálneho prostredia a koordinácia hardvéru v reálnom priestore.

Aktivita tak prirodzene prepájala matematiku, informatiku a techniku a ukázala, že geometrické zobrazenia možno zmysluplne preniesť do robotiky a kreatívneho pohybu.

Doplnková úloha: Kalibrácia synchronizácie robotov (technická iterácia) – Zistite, či oba roboty prejdú za rovnaký čas rovnakú vzdialenosť. Ak nie, upravte rýchlosť ľavého/pravého motora alebo časy krokov tak, aby sa ich pohyb čo najviac zosúladi. Výstup žiaka: krátka tabuľka „pred úpravou / po úprave“ (čas, vzdialenosť alebo odchýlka), video predvedenia synchronizácie.



Otázky na zamyslenie:

1. Prečo sa dva roboty s rovnakým programom môžu správať odlišne?
2. Čo je efektívnejšie: upraviť rýchlosť alebo upraviť časovanie krokov?

Riešenie:
 1. Lebo hardvér nie je identický (motorčeky, trenie, kolieska), takže vznikajú malé rozdiely v pohybe.
 2. Často je efektívnejšie upraviť rýchlosť motorov, pretože tým priamo znižujeme systematickú odchýlku v pohybe, ktorá spôsobuje drift.



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Pri realizácii aktivity Ú9 sa potvrdilo, že učenie prebieha v prirodzených cykloch: model (na papieri) --> implementácia (MakeCode/robot) --> overenie (vizualizácia/pohyb) --> oprava (úprava súradníc, času, rýchlosti). Tieto cykly podporujú porozumenie súmernosti ako statického zobrazenia aj ako vlastnosti pohybu v čase.

Pozorované iterácie modelu (LED matica – osová/stredová súmernosť):

- Iterácia 1 – orientácia súradníc $[x,y]$: žiaci si najprv museli overiť, ako sú osi na LED matici orientované a kde je $[0,0]$ / $[2,2]$.
- Iterácia 2 – oprava posunov a „zrkadlenia“: nesprávne určené súradnice v pracovnom liste viedli k posunom v MakeCode, čo nútilo žiakov iterovať: opraviť zápis --> znovu vizualizovať --> porovnať.
- Iterácia 3 – zámennosť osovej a stredovej súmernosti: časté miešanie typov súmernosti sa odhalilo práve vizualizáciou (vzor \neq obraz), čo podporilo spätné prepočítanie pravidla.
- Iterácia 4 – rozšírenie osi súmernosti: po zvládnutí vertikálnej/horizontálnej osi sa prirodzene objavila potreba skúmať diagonálne osi (náročnejšie na pravidlo).

Pozorované iterácie modelu (tanec robotov – symetria v pohybe):

- Iterácia 1 – synchronizácia času: aj pri rovnakom programe sa roboty rozchádzali, preto tímy doladzovali časovanie krokov (dĺžka pohybu, pauzy, opakovanie).
- Iterácia 2 – rozdielna rýchlosť hardvéru: nevycentrované kolieska a rôzny výkon motorčekov spôsobovali drift; riešením bola úprava rýchlostí (ľavý/pravý motor) alebo skrátenie úsekov.
- Iterácia 3 – symetria „v priestore“ vs. „v čase“: žiaci odhalili, že zrkadlosť nemusí znamenať len opačný smer, ale aj rovnakú periódu a prípadný fázový posun.
- Iterácia 4 – stabilizácia choreografie: pri opakovaní sekvencie sa malé chyby kumulovali, čo viedlo k úprave choreografie na kratšie cykly alebo „reset“ do východiskovej polohy.

Odporúčania pre výučbu:

- začať riešením úlohy v pracovnom liste/na papieri (náčrt súradníc, výpočet podmienky) a až potom prejsť k počítačom. Tým sa dramaticky znižuje počet chýb v programe spôsobených nepochopením matematickej logiky,
- pri LED matici explicitne ošetriť: orientáciu osi, stred $[2,2]$, hranice 0–4,
- pri robotoch zaradiť krátku „technickú iteráciu“: test motorov a kalibrácia rýchlosti,
- hodnotiť najmä argumentáciu a porozumenie pravidlu, nie „dokonalú estetiku“ pohybu,
- podporovať tímové roly (geometria / program / hudba-efekty) – znižuje to chaos a zvyšuje kvalitu výstupu a efektivitu práce.

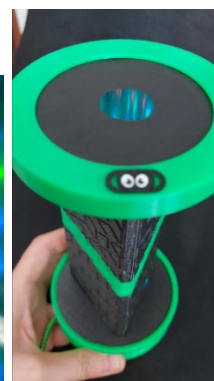
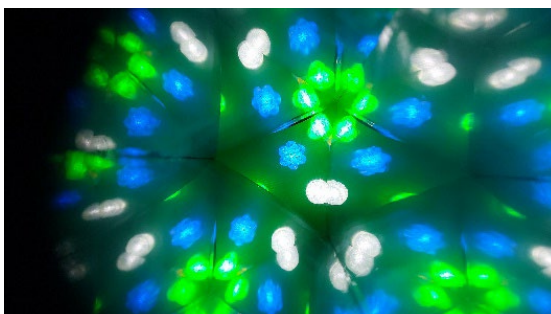
Ú10 Osová a stredová súmernosť a indukčný kaleidoskop

Návrh aktivity Ú10 Osová a stredová súmernosť a indukčný kaleidoskop	
Ročník: 9. ročník ZŠ / 1. ročník SŠ Hodinová dotácia: 2 vyučovacie hodiny + čas na 3D tlač (cca 11 hod)	Typ aktivity: Praktická aktivita – prepájanie optiky, elektromagnetickej indukcie, geometrickej súmernosti a konštrukcie technického modelu.
Vzdelávacia oblasť: Matematika a informatika Téma/tematický celok: <ul style="list-style-type: none"> • optické javy – odraz svetla, lom svetla, šírenie svetla • princíp elektromagnetickej indukcie, bezdrôtové napájanie • geometrické transformácie – osová a stredová súmernosť • optické vzory v kaleidoskope, symetrické obrazce • technické myslenie, konštruovanie modelu, práca s 3D tlačou 	
Zadanie: Žiaci vytvoria funkčný indukčný kaleidoskop: <ul style="list-style-type: none"> • 3D tlačená konštrukcia kaleidoskopu podľa online návodu , • použitie zrkadlovej fólie alebo zrkadiel, • osvetlenie pomocou bezdrôtovej LED diódy napájanej indukčnou cievkou, • identifikácia osovej a stredovej súmernosti v optických obrazoch. Doplnková aktivita: LED diódy napájané indukčnou cievkou je možné nahradiť iným svetelným zdrojom napr. rozširujúcim hardvérom pre BBC micro:bit ZIP Tile.	
Kľúčové slová: kaleidoskop, optika, odraz, lom, BBC micro:bit, LED, indukcia, elektromagnetizmus, technika, fyzika, osová súmernosť, stredová súmernosť	
Vzdelávacie ciele: <ul style="list-style-type: none"> • Žiaci si prakticky overia poznatky o optických javoch (lom a odraz svetla). • Rozvíjajú technické zručnosti pri práci s 3D tlačnými dielmi. • Pochopia princíp bezdrôtového napájania LED diód pomocou elektromagnetickej indukcie • Rozvíjajú tímovú spoluprácu a tvorivé myslenie pri konštrukcii kaleidoskopu. • Žiaci identifikujú a aplikujú osovú a stredovú súmernosť pri pozorovaní obrazcov v kaleidoskope • Prepájajú teoretické poznatky fyziky a matematiky s praktickým využitím v technike 	
Obsahové štandardy: <ul style="list-style-type: none"> • Šírenie svetla, odraz a lom svetla • Elektromagnetická indukcia a bezdrôtové napájanie • Využitie optických javov v technike • Geometrické transformácie: osová a stredová súmernosť. • Bezpečnosť pri práci s elektronickými komponentmi. • Základy elektrických obvodov a bezdrôtového napájania 	Výkonové štandardy: Žiak dokáže: <ul style="list-style-type: none"> • vysvetliť a prakticky predvedie odraz a lom svetla. • zostaviť jednoduché zariadenie využívajúce optické javy (ak nemá možnosť použiť 3D tlač na výrobu použije výkres alebo kartón, lepidlo, zrkadlo alebo zrkadlové fólie). • pracovať s technickými materiálmi a dodržiava bezpečnostné pravidlá.
Výstupy žiakov (produkt, prezentácia, experiment...): <ul style="list-style-type: none"> • Zostavený funkčný elektronický kaleidoskop (3D tlačný alebo alternatívny) • Krátka prezentácia skupiny o princípe fungovania zariadenia a optických javoch • Pracovný list s otázkami k optickým javom a geometrickým súmernostiam pozorovaných počas aktivity 	
Zhrnutie aktivity (<i>stručný opis a zhrnutie aktivity</i>): Potrebne materiály: <ul style="list-style-type: none"> • Online návod z portálu Instructables: 3D Printed Light-Up Kaleidoscope + 3D tlačené diely (STL súbory) a podrobný návod Overview 3D Printed Light-Up Kaleidoscope Adafruit Learning System (autorky Becky Stern a Debra Ansell, zdroj Instructables a Geek Mom Projects) https://www.instructables.com/3D-Printed-Light-Up-Kaleidoscope/ a https://learn.adafruit.com/3d-printed-light-up-kaleidoscope?view=all#3d-printing • Zrkadlová fólia (školské zrkadielká), LED diódy a indukčná cievka, 	

- Pracovný list k optike a súmernosti
- Bezpečnostné pokyny k práci s elektronikou

Poznámka: Indukčná cievka funguje na princípe elektromagnetickej indukcie. Keď cez cievku prechádza striedavý elektrický prúd, vytvára sa okolo nej meniace sa magnetické pole. Ak sa do tohto poľa umiestni druhá cievka (napr. v LED svetle), v nej sa indukuje elektrický prúd, ktorý napája LED diódu – bez nutnosti fyzického spojenia. Tento princíp sa využíva aj v bezdrôtových nabíjačkách pre mobilné telefóny.

V aktivite sme použili komponent: 0~70mm USB 5V Wireless Power Supply Transmitter Coil 10pcs Inductor Led Receiver Lamp Lighting Light Gundam Robot Model Lights (cena cca 5€).



Žiaci v skupinách zostavujú 3D tlačný kaleidoskop podľa návodu z portálu Instructables. Využívajú zrkadlové fólie a bezdrôtové LED diódy napájané indukčnou cievkou. Počas aktivity pozorujú optické javy – odraz a lom svetla – a diskutujú o ich využití v praxi. V obrazcoch vznikajúcich v kaleidoskope identifikujú osovú a stredovú súmernosť, čím prepájajú fyziku s geometriou. Aktivita prepája teóriu s praktickým zážitkom a podporuje záujem o techniku, fyziku a matematiku.

Matematické modelovanie:

V tejto aktivite sa matematické modelovanie realizuje najmä:

- modelovaním šírenia svetla a jeho odrazu v systéme rovinných zrkadiel,
- interpretáciou optických obrazcov ako výsledku opakovaného geometrického zobrazenia (osovej a stredovej súmernosti),
- reprezentáciou vznikajúcich obrazcov ako symetrických útvarov v rovine,
- skúmaním vzťahu medzi uhlom zrkadiel a počtom vznikajúcich obrazov,
- identifikáciou osí a stredov súmernosti v pozorovaných obrazcoch,
- prepájaním fyzikálneho modelu (odraz svetla, indukcia) s geometrickým modelom súmernosti,
- reflexiou obmedzení modelu (ideálne zrkadlá, rozptyl svetla, technické prevedenie).

Skupinová reflexia:

- Čo sa nám podarilo?
- Kde sme narazili na problém?
- Ako sme spolupracovali?

Individuálna reflexia:

- Čo som sa naučil/a?
- Čo mi robilo problém?
- Čo by som chcel/a nabadúce robiť inak?

Dôležité zdroje, materiály a dokumenty

Pracovný list – návrh otázok:

1. Aký je rozdiel medzi odrazom a lomom svetla?
2. Prečo sa v kaleidoskope vytvára viacnásobný obraz?
3. Ako vplýva uhol medzi zrkadlami na počet obrazov?
4. Nájdite v kaleidoskope obraz s osovou súmernosťou – nakreslite ho.
5. Nájdite príklad stredovej súmernosti – aký je jej stred?
6. Prečo sa v kaleidoskope často objavujú opakujúce sa vzory?
7. Prečo dokáže LED svietiť bez batérie?
8. Čo by sa stalo, ak by sme LED oddialili od cievky príliš ďaleko?

Odporúčania – voliteľná hodina:

Vlastný digitálny kaleidoskop: pre učiteľov, ktorí chcú aktivitu prepojiť s programovaním, odporúčame rozšírenie pomocou BBC micro:bit + Kitronik ZIP Tile:

Programy v MakeCode: <https://makecode.microbit.org/aojPssKY2eYJ>

- Tlačidlo A: zobrazí náhodne umiestnený a farebný štvorec 2×2 bodov.
- Tlačidlo B: vykreslí šikmú čiaru (diagonálu).
- Tlačidlo A+B: nastaví jas displeja na vyššiu hodnotu (20) – vyššie hodnoty sú pre oko oslepujúce – odporúčame prekryť ZIP Tile bielym papierom.
- Gesto „naklonenie doprava“: zobrazí náhodne rozmiestnené farebné body (v rozsahu 3–10).
- Gesto „naklonenie doľava“: zobrazí veľké množstvo bodov (v rozsahu 40–64), rozdelené do 4 farebných skupín.
- Gesto „3G“ (prudký pohyb): podobne ako pri naklonení doprava – zobrazí náhodné body.

Tento program je výborný na:

- pozorovanie náhodnosti (náhodné súradnice, farby, počet bodov),
- analýzu dát (koľko bodov, aké farby, kde sa nachádzajú),
- matematické modelovanie (súradnice, pravdepodobnosť, symetria),
- reakciu na vstupy (tlačidlá, pohyb),
- programovanie vizuálnych vzorov (štvorce, body, farby).

Záver:

V tejto aktivite žiaci na praktickom modeli kaleidoskopu objavili prepojenie medzi optickými javmi (odraz a lom svetla), elektromagnetickou indukciou a geometrickou súmernosťou. Porozumeli tomu, ako sa svetlo odráža v systéme zrkadiel a ako tento fyzikálny jav vytvára pravidelné, často dokonale symetrické obrazce. Zároveň videli, že typ súmernosti závisí od geometrického usporiadania zrkadiel, a nie od svetelného zdroja. Indukčné LED diódy v nich vyvolali záujem o moderné technológie a umožnili im pochopiť princíp bezdrôtového napájania. Práca s 3D tlačenými dielmi rozvíjala ich technické myslenie a manuálne zručnosti, pričom riešenie problémov počas skladania podporilo spoluprácu v tíme. Aktivita spojila fyziku, matematiku a techniku do jedného uceleného zážitku, ktorý žiakov motivoval ďalej objavovať zákonitosti svetla, súmernosti a technických riešení v reálnom svete.

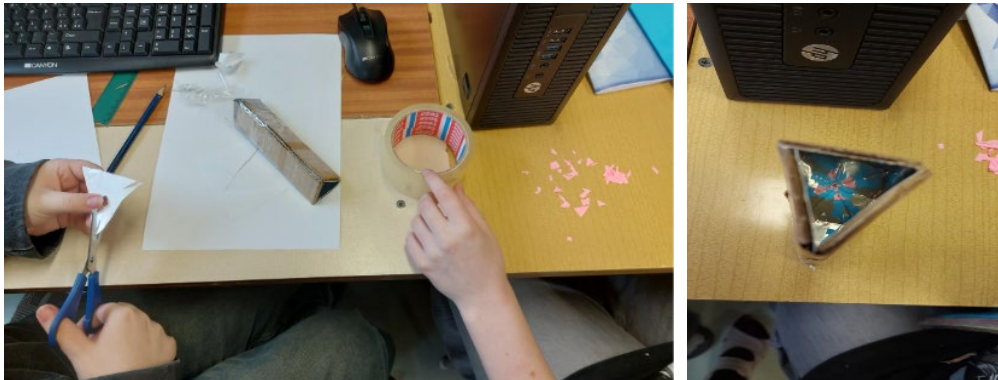
Inšpirácia:

Nino Abesadze – gruzínska učiteľka

Skúsenosti a zistenia z realizácie projektu Ú10:

Aktivita bola vytvorená ako súčasť medzipredmetového projektu prepájajúceho **fyziku, matematiku a technické vzdelávanie**. Vychádza z medzinárodnej spolupráce so zahraničnou učiteľkou **Nino Abesadze** v rámci projektu **Science on Stage – JOINT projekt „Harmony of Science“**, ktorý podporuje praktické experimentálne učenie a využívanie technológií vo výučbe.

Žiaci pracovali s papierovým modelom kaleidoskopu Obrázok Ú10 - 1 a neskôr aj s 3D tlačenými modelmi kaleidoskopu, optickými prvkami a elektronickými komponentmi na báze **elektromagnetickej indukcie**, ktoré umožňovali vytvoriť **bezdrôtovo napájaný svetelný zdroj** vo vnútri kaleidoskopu.



Obrázok Ú10 - 1: : papierová verzia kaleidoskopu

Aktivita bola realizovaná na 2 vyučovacích blokoch + s časom navyše určeným na prípravu dielov na 3D tlač. Detailný popis (pre učiteľov) aj doplnkové materiály sú zverejnené na webovej stránke ERUDO: <https://erudo.sk/projekt/kaleidoskop-optika-v-pohybe/>

Priebeh aktivity:

Práca s 3D tlačou a konštrukciou modelu: Učiteľ so žiakmi (podľa možností) pripraví alebo vytlačí jednotlivé diely kaleidoskopu z online návodu (Instructables / Adafruit Learning System). Pre školy bez 3D tlače môže byť použitá alternatíva: kartón + zrkadlová fólia + lepidlo.

Žiaci spájali diely podľa návodu, upravovali rozmery fólií alebo zrkadiel, konzultovali technické riešenie upevnenia indukčných LED diódy (potrebné „obaly“ z priesvitného filamentu), preverovali mechanickú stabilitu modelu (na prvom 3D modeli sa nám hneď zlomil závit).

Bezdrôtové napájanie LED – elektromagnetická indukcia: Žiaci pozorovali, že LED dióda svieti **bez batérie**. Učiteľ ukázal „kúzlo“: podal indukčnú LED žiakom, v ich rukách nesvietili, lebo boli ďaleko od zdroja. Hneď ako žiaci položili LED do rúk učiteľa, LED svietili. Bol to veľmi silný moment. Svietiace indukčné LED znázorňuje Obrázok Ú10 - 2 .



Obrázok Ú10 - 2: nesvieti / svieti

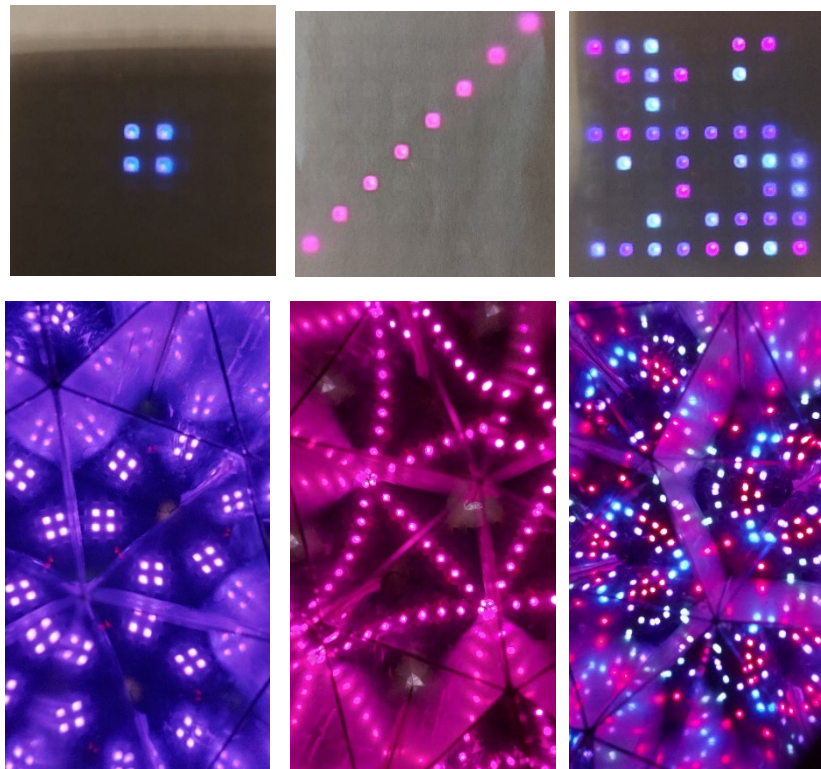
Po odhalení „kúzla“ učiteľ vysvetlil princíp: napájacia cievka vytvára **striedavé magnetické pole**, prijímacia cievka pri LED indukuje prúd, LED dióda sa rozsvieti bez akéhokoľvek fyzického kontaktu.

Tento jav vyvolal u žiakov výrazný záujem – prirodzene nadviazali otázkami o tom, prečo LED svieti iba „v blízkosti“ vysielača a prečo slabo svieti pri väčšej vzdialenosti.

Zostavenie a testovanie kaleidoskopu: Po nainštalovaní LED svetla a zrkadiel žiaci pozorovali optické efekty: viacnásobné odrazy, rozklad svetla, vznik pravidelných obrazcov v dôsledku odrazov medzi zrkadlami. Pre väčšinu žiakov bolo prekvapením, že tvar a počet obrazov závisí výlučne od geometrie – uhla medzi zrkadlami, a nie od zdroja svetla.

Objavovanie súmerností v kaleidoskope: V tejto časti žiaci analyzovali vytvorené obrazce. Identifikovali: osovú súmernosť v zrkadlových obrazcoch, stredovú súmernosť v centrálnych útvaroch, periodické vzory, ktoré sú výsledkom opakovaného odrazu v zrkadlovom systéme.

Tým prirodzene prepájali fyziku svetla s matematikou – priamo videli, že kaleidoskop je dokonalý reálny model geometrických transformácií. A keď sme úlohu rozšírili o ZIP Tile 8x8 so samostatne programovateľnými LED - čo sme videli? Obrázok Ú10 - 3



Obrázok Ú10 - 3: Osová a Stredová súmernosť v Kaleidoskope

Žiaci hodnotili aktivitu ako mimoriadne zaujímavú — ocenili najmä to, že „videli geometriu v reálnom svete“ a pochopili, ako odraz svetla vytvára pravidelné vzory. Pre mnohých bolo atraktívne aj bezdrôtové svietenie LED diód, ktoré vnímali ako niečo „magické“, no zároveň technicky fascinujúce. Najväčšie ťažkosti spôsobovala presná manipulácia so zrkadlami, rozlíšenie osovej a stredovej súmernosti v rýchlo sa meniacich obrazcoch a správne umiestnenie indukčnej cievky, avšak práve tieto problémy prispeli k lepšiemu pochopeniu optiky aj súmernosti. Celkovo aktivita podporila ich technické myslenie, záujem o fyziku a matematiku a zároveň rozvíjala spoluprácu v tímoch.



Otázky na zamyslenie:

1. Aký je rozdiel medzi odrazom a lomom svetla?
2. Prečo sa v kaleidoskope vytvára viacnásobný obraz?
3. Ako vplýva uhol medzi zrkadlami na počet obrazov v kaleidoskope?
4. Prečo sa v kaleidoskope objavujú pravidelné a opakujúce sa vzory?
5. Ako možno v obrazoch kaleidoskopu rozpoznať osovú súmernosť?
6. Prečo dokáže LED dióda v kaleidoskope svietiť bez batérie?

Riešenie:

1. Odraz svetla nastáva, keď sa svetlo vracia späť od rozhrania, zatiaľ čo pri lome svetlo mení smer pri prechode do iného prostredia.
2. Pretože svetlo sa opakovanne odráža medzi zrkadlami, čím vznikajú viaceré obrazy pôvodného. Čím menší je uhol medzi zrkadlami, tým viac obrazov vzniká, pretože sa opakovanne odráža „zmesť“ do celého uhla 360° objektu.
4. Pretože opakované odrazy svetla realizujú rovnaké geometrické zobrazenie, ktoré vytvára symetrické a periodické obrazy.
5. Osová súmernosť je prítomná vtedy, keď existuje priamka, podľa ktorej sú časti obrázca zrkadlovými obrazmi.
6. Pretože v blízkosti indukčnej cievky sa v prijímacej cievke LED indukuje elektrický prúd pôsobením meniaceho sa magnetického poľa.



Iterácie modelu, návrhy rozšírení a odporúčania pre výučbu

Pri realizácii aktivity Ú10 sa potvrdilo, že učenie prebieha v cykle: konštrukcia --> testovanie --> pozorovanie --> interpretácia --> úprava, pričom žiaci prirodzene iterovali medzi fyzikálnym javom (odraz/indukcia) a geometrickou interpretáciou (súmernosť).

Pozorované iterácie modelu:

- Iterácia 1 – papierový model --> 3D model: Papierová verzia umožnila rýchlo pochopiť princíp viacnásobných odrazov a následne sa poznatky preniesli do stabilnejšej 3D konštrukcie.
- Iterácia 2 – geometria zrkadiel (uhol a zarovnanie): Žiaci doladzovali uhol a presnosť osadenia zrkadiel/fólie; malé nepresnosti menili pravidelnosť a „čistotu“ obrazcov.
- Iterácia 3 – poloha svetelného zdroja: Zmeny polohy LED (vzdialenosť od indukčnej cievky, centrálné/bočné umiestnenie) výrazne ovplyvnili jas a výsledný vizuálny efekt.
- Iterácia 4 – technická stabilita konštrukcie: Praktické problémy (napr. zlomený závit, fixácia fólie, uchytenie prijímacej cievky) viedli k úpravám návrhu alebo materiálu (obaly z priesvitného filamentu).
- Iterácia 5 – interpretácia súmernosti v rýchlo sa meniacich obrazoch: Žiaci sa učili rozlišovať osovú a stredovú súmernosť aj pri dynamicky sa meniacich vzoroch; pomohlo „zastavenie“ obrazu (krátke pozorovanie konkrétneho rámca, náčrt).

Odporúčania pre výučbu:

- začať papierovým modelom (rýchle pochopenie princípu), až potom prejsť na 3D verziu,
- explicitne viesť žiakov k tomu, že počet a pravidelnosť obrazov závisí od geometrie zrkadiel, nie od typu LED zdroja (zdroj ovplyvní jas, nie symetriu),
- zaradiť krátku „technickú iteráciu“: test LED pri rôznych vzdialenostiach od cievky (aby žiaci pochopili dosah indukcie),
- hodnotiť najmä interpretáciu javov a argumentáciu, nie estetiku výsledného vzoru,
- pri bezpečnosti zdôrazniť opatrnosť pri práci s elektronikou a ostrými hranami zrkadiel/fólie.

2.2 Odporúčania

Na základe realizácie a overovania aktivít Ú1 až Ú10 sa ukázalo, že najväčší prínos pre žiakov prinášajú aktivity, v ktorých sa matematika a informatika prirodzene prepájajú prostredníctvom riešenia konkrétnych problémov vychádzajúcich z reálneho sveta. Ako kľúčový sa ukázal postup, pri ktorom výučba začína **konkrétnou skúsenosťou žiaka** – meraním, pozorovaním javu, manipuláciou s objektom alebo experimentom – a až následne prechádza k zovšeobecneniu vo forme matematického modelu alebo formálnej definície.

Takto koncipovaný postup podporuje hlbšie porozumenie pojmov, obmedzuje povrchné memorovanie vzorcov a umožňuje žiakom prirodzene prepájať matematiku s realitou a s dátami získanými prostredníctvom IoT zariadení. Z didaktického hľadiska zodpovedá tomuto prístupu cyklus

skúsenosť → pozorovanie → model → interpretácia → spätná úprava,

ktorý je v súlade s cyklickým charakterom učenia zdôrazňovaným v novej kurikulárnej reforme a zároveň prirodzene korešponduje s procesom matematického modelovania aj s iteratívnym charakterom práce s dátami v IoT projektoch.

Ďalším dôležitým odporúčaním je budovať vzťah medzi matematikou a programovaním prostredníctvom problémov, nie prostredníctvom dvoch oddelených predmetov, ale ako dva nástroje riešenia toho istého problému. Sensory, BBC micro:bit či roboty by mali byť pre žiaka **prostriedkom na pochopenie matematického princípu** (napr. vzdialenosť, súmernosť, pravdepodobnosť) a nemali by sa používať len ako technologická atrakcia. Keď žiak vidí, že matematika „pohybuje robotom“, že farba v RGB priestore je naozaj bod v trojrozmernom modeli alebo že trojuholníková nerovnosť rozhoduje o výsledku algoritmu, porozumenie sa stáva hlbším a trvalejším a matematika prestáva byť abstraktná a stáva sa funkčnou súčasťou riešenia.

Dôležitou súčasťou práce je aj postupnosť krokov: najprv pochopiť úlohu a riešiť ju matematicky na papieri, až potom pristúpiť k jej prevedeniu do programového jazyka, v našom prípade to bolo v blokovom prostredí MakeCode. Pracovné listy (napr. list so súradnicami a úlohami osovej a stredovej súmernosti) poskytujú žiakom nevyhnutný priestor rozmyšľať matematicky bez tlaku okamžite programovať. Tento most medzi „myslením“ a „programovaním“ je kľúčový najmä pre žiakov, ktorí majú z programovania obavy, a zároveň výrazne znižuje počet technických chýb spôsobených nepochopením matematického modelu.

Technológie je vhodné používať vo výučbe len vtedy, keď majú jasný didaktický význam. Digitálne nástroje ako SENColor, Smart AI Lens, Data Streamer či LED NeoPixel pásy, indukčný kaleidoskop umožňujú vizualizovať matematické javy, ale ich zaradenie do aktivity má byť vždy cielene premyslené. Žiaci pracujú oveľa efektívnejšie, ak rozumejú, prečo danú technológiu používajú, čo presne ňou skúmajú a aký matematický cieľ tým sledujú.

Veľkým prínosom je vytváranie priestoru pre tvorivosť, najmä pri otvorených úlohách, kde žiaci navrhujú vlastné riešenia, experimentujú s parametrami, testujú, opravujú a porovnávajú svoje postupy. Tieto tvorivé aktivity ako vlastná farebná cesta, návrh

choreografie „tancujúcich“ robotov alebo vlastný algoritmus klasifikácie farieb, prirodzene podporujú motiváciu, experimentovanie, angažovanosť, tímovú spoluprácu a schopnosť reflektovať vlastné riešenia. Práve tieto otvorené, projektové časti sú miestom, kde sa žiaci učia najviac – riešia problémy, diskutujú, testujú, opravujú chyby v programoch, overujú predpoklady a spoločne tvoria. Práve v týchto úlohách sa najviac prejavuje cyklický charakter učenia: **pokúsím sa → zlyhám → opravím → zlepším.**

V neposlednom rade je dôležité zaradiť reflexiu ako súčasť každej aktivity. Žiaci potrebujú pomenovať, čo urobili správne, čo im robilo problém, čo by pri opätovnom riešení zmenili a čo si z úlohy odnášajú ďalej. Reflexia podporuje metakognitívne procesy a je jedným z pilierov učenia v novom kurikule, ktoré kladie dôraz aj na sebahodnotenie a schopnosť plánovať vlastné učenie, čo je jeden zo základných pilierov nového kurikula.

Počas overovania aktivít sa ukázalo niekoľko opakujúcich sa situácií, na ktoré je vhodné upozorniť. Žiaci často potrebujú viac času na pochopenie prechodu od nameraných hodnôt ku grafu a k interpretácii trendu. Pri modelovaní sa môže objaviť zámena medzi opisom zmeny a funkčným modelom; pomáha najskôr kvalitatívne vysvetlenie javu. Technický problém predstavuje najmä slabé pripojenie senzorov, chýbajúce dáta alebo nesprávne zoradené bloky v MakeCode; užitočné je preto používať krátky kontrolný zoznam pred spustením programu. Súčasťou každej aktivity by mala byť aj kalibrácia senzorov a diskusia o jej vplyve na presnosť a spoľahlivosť nameraných dát. Pri skupinovej práci sa osvedčilo jasné rozdelenie rolí, aby každý žiak prispel k riešeniu. Za pozornosť stojí aj sklon ignorovať extrémne alebo nekonzistentné merania – je vhodné vysvetliť, čo znamená odchýlka a prečo je prirodzenou súčasťou dát.

Tieto situácie nie sú chybou výučby, ale prirodzenou súčasťou práce s reálnymi dátami a mali by byť využité ako zdroj diskusie o presnosti, odchýlkach a obmedzeniach modelu.

Učiteľ môže aktivity upravovať podľa úrovne žiakov. V jednoduchšej verzii možno aktivitu redukovať na meranie, tvorbu tabuľky a jednoduchého grafu bez požiadavky na modelovanie. Pri pokročilejších žiakoch je možné aktivity rozšíriť o tvorbu jednoduchého matematického modelu, úvahy o presnosti merania, analýzu variability dát alebo tvorbu vlastného riadiaceho algoritmu. Pre nadaných žiakov či infromaticky zamerané triedy možno doplniť prácu s dvoma senzormi naraz alebo kombináciu dvoch dátových zdrojov.

Uvedené odporúčania by mali poskytnúť jasné usmernenie, ako aktivity realizovať prakticky, zmysluplne a tak, aby podporovali porozumenie matematickým aj infromatickým konceptom, rozvoj tvorivosti, experimentovania a reflexie. Zároveň vytvárajú pevné prepojenie medzi teóriou a praxou v duchu DBR a cyklického učenia, ktoré je základným východiskom novej kurikulárnej reformy na Slovensku.

ZÁVER

Súbor aktivít Ú1 – Ú10 predstavuje ucelenú metodickú podporu pre učiteľov matematiky a informatiky v súlade s novým Štátnym vzdelávacím programom. Navrhnuté aktivity rozvíjajú matematické modelovanie, prácu s dátami, algoritmické myslenie a schopnosť aplikovať matematické poznatky v reálnych technologických kontextoch.

Využitie BBC micro:bitu, senzorov, AI Smart Lens, robotov Ring:bit či Maqueen alebo indukčného kaleidoskopu, ako aj nástrojov MS Excel a Data Streamer umožňuje žiakovi vidieť matematiku „v akcii“. Abstraktné pojmy sa menia na zmysluplné a uchopiteľné reprezentácie – farba sa stáva bodom v trojrozmernom priestore, teplota časovou krivkou, súmernosť pohybom robotov, trojuholníková nerovnosť rozhodovacím algoritmom. Matematika prestáva byť izolovaným predmetom a stáva sa nástrojom porozumenia sveta.

Realizácie aktivít v školských triedach aj v prostredí PF UPJŠ potvrdili, že zážitkové a experimentálne učenie zvyšuje motiváciu žiakov, podporuje logické a algoritmické myslenie a umožňuje im vnímať matematiku v praktických kontextoch – vo farbách, pohybe, rytme, robotoch či svetelných vizualizáciách. Ukázalo sa, že práve prepojenie matematiky s fyzickým zariadením a reálnymi dátami vedie k hlbšiemu a trvalejšiemu porozumeniu.

Vďaka prepájaniu matematiky, informatiky, techniky a tvorivého myslenia vytvorené aktivity prirodzene napĺňajú ciele vzdelávania 21. storočia: zmysluplné využívanie digitálnych technológií, rozvoj kompetencií, práca s dátami, schopnosť spolupráce a reflexie vlastného učenia. Zároveň podporuje cyklický charakter učenia, v ktorom žiaci prechádzajú fázami skúsenosti, modelovania, overovania, interpretácie a úpravy riešenia, čo je základným princípom novej kurikulárnej reformy.

Predložená didaktická príručka nepredstavuje len súbor technických návodov, ale dôkazom, že **medzi matematikou a informatikou existuje hlboká prepojenosť – harmónia**. Jedna disciplína dodáva druhej zmysel – matematika poskytuje analytický aparát a jazyk modelovania a informatika umožňuje tieto modely realizovať, testovať a vizualizovať v reálnom prostredí. Obe disciplíny sa tak navzájom dopĺňajú a spoločne vytvárajú zmysluplné a funkčné riešenia.

Materiály tak môžu slúžiť ako:

- praktický návod pre učiteľov,
- zdroj projektových a bádateľských úloh,
- inšpirácia pre integráciu matematiky a informatiky,
- základ pre tvorbu školských inovačných a STEAM aktivít.

Veríme, že táto didaktická príručka bude pre vás – pre učiteľov, lektorov – užitočným sprievodcom a oporou. Je možné ich ďalej upravovať, rozširovať a dopĺňať o vlastné nápady či skúsenosti – tak, ako to učiteľská profesia prirodzene prináša. **Želáme vám, aby žiaci prostredníctvom týchto aktivít zažívali radosť z objavovania, zvedavosť pri experimentovaní a hrdosť pri tvorbe vlastných riešení.**

**Ďakujeme všetkým učiteľom, ktorí sa rozhodli rozvíjať
matematické, informatické a digitálne myslenie žiakov spôsobom,
ktorý ich bude sprevádzať nielen počas školských rokov,
ale aj v ďalšom osobnom a profesijnom živote.**



PodĎakovanie za inšpiráciu a spoluprácu pri iterovaní aktivít:

RNDr. Jana Hvizdošová
Mgr. Kornélia Kardos
Mgr. Ivana Sajková
Mgr. Eva Kovalčíková
Mgr. Lucia Krištofičová
PaedDr. Nika Kvaššayová, PhD.
Mgr. Marcela Padyšáková
doc. RNDr. Ľubomír Šnajder, PhD.
doc. PaedDr. Patrik Voštinár, PhD.

Bibliografia

- BRINZIKOVÁ, K. a KOVALOVA, O. 2024.** Joint Projects. Science on Stage 2024. *(J5) Integrated Dragon*. [Online] 2024. [cit. 15. 12. 2025]. Dostupné na internete: <<https://www.sons2024.eu/joint-projects/>>
- BRINZIKOVÁ, K. a žiaci ZŠ Ždaňa. 2023.** Dráčik Integráčik. *Enter.study: databáza „Ako na to“*. [Online] 1. 5. 2023. [cit. 5. 12. 2025]. Dostupné na internete: <<https://enter.study/navod/dracik-integracik/>>
- **2022.** Ždaňa-City: The Next Generation. *Základná škola, Jarmočná 96, Ždaňa*. [Online] 2022. [cit. 12. 6. 2024.]. Dostupné na internete: <<https://zszdana.edupage.org/a/projekty?eqa=dGV4dD10ZXh0L3RleHQyNCZzdWJwYWdlPTEz>>
- di.ics.upjs.sk. 2025.** Umelá inteligencia v informatickom vzdelávaní: AI Lens a BBC micro:bit v praxi. [Online] 2025. [cit. 10. 11. 2025]. Dostupné na internete: <https://di.ics.upjs.sk/kega_ai/ui_v_inf_vzdelavani/>
- FOX, Jen. 2019.** Visualize Data in Excel with micro:bit and MakeCode. *Hackster.io*. [Online] 18. 9. 2019. [cit. 11. 8. 2025]. Dostupné na internete: <<https://www.hackster.io/HackingSTEM/visualize-data-in-excel-with-micro-bit-and-makecode-be21fb>>
- KALAŠ a kol. autorov. 2011.** Základy pedagogického výskumu. [Online] 2011. [cit. 3. 5. 2024]. Dostupné na internete: <https://www.statpedu.sk/files/sk/o-organizacii/projekty/projekt-dvui/publikacie/zaklady_pedagogickeho_vyskumu.pdf>
- KALAŠ, I. 2009.** Pedagogický výskum v informatike a informatizácii (2. časť). [Online] 2009. [cit. 3. 5. 2024]. Dostupné na internete: <<https://www.fpv.umb.sk/app/cmsSiteBoxAttachment.php?ID=2906&cmsDataID=0>>
- MATHWORKS Embedded Coder Team. 2025.** Simulink Coder Support Package for BBC micro:bit Board. *MATLAB Central File Exchange*. [Online] 2025. [cit. 10. 10. 2025]. Dostupné na internete: <<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/60273-simulink-coder-support-package-for-bbc-micro-bit-board>>
- MICROSOFT. 2022.** Create a data table using Data Streamer. *Microsoft Learn*. [Online] 2022. [cit. 11. 9. 2025]. Dostupné na internete: <<https://learn.microsoft.com/en-us/microsoft-365/education/data-streamer/create-data-table>>
- **2019.** Tutorial: Using micro:bit and Make Code with Data Streamer. [Online] Microsoft Learn, 2019. [cit. 2. 12. 2025]. Dostupné na internete: <<https://learn.microsoft.com/en-us/microsoft-365/education/data-streamer/using-microbit-and-makecode>>
- **2022.** What is Data Streamer? *Microsoft Support*. [Online] 2022. [cit. 11. 8. 2025]. Dostupné na internete: <<https://support.microsoft.com/en-us/office/what-is-data-streamer-1d52ffce-261c-4d7b-8017-89e8ee2b806f>>
- MICROSOFT. 2025.** Enable the Data Streamer add-in. [Online] 2025. [cit. 25. 4. 2025]. Dostupné na internete: <<https://support.microsoft.com/en-us/office/enable-the-data-streamer-add-in-70052b28-3b00-41e7-8ab6-8a9f142dffe2>>
- MIT App Inventor. 2025.** BluetoothLE Extension. [Online] 2025. [Dátum: 4. 11. 2025]. Dostupné na internete: <<https://iot.appinventor.mit.edu/iot/reference/bluetoothle>>

—. **2012-2025**. The Internet of Things: Data Acquisition and Analysis. [Online] 2012-2025. [cit. 26. 11. 2025]. Dostupné na internete: <https://appinventor.mit.edu/explore/ai2/IoT_unit>

MŠVVaM SR. 2023. Vzdelávacie štandardy: Vzdelávacia oblasť Matematika a informatika. [Online] 2023. [cit. 15. 12. 2025]. Dostupné na internete: <https://www.minedu.sk/data/files/11820_marematika-a-informatika.pdf>

PALMA Junior, autorské riešenie. 2025. Autorské riešenie - Úloha o menách farieb. [Online] 2025. [cit. 15. 12. 2025]. Dostupné na internete: <https://di.ics.upjs.sk/palmaj/zadania/2024_2025/2/riesenia_komentare/uloha3.html>

PALMA junior, PF UPJŠ. 2025. PALMA junior. *Úloha o menách farieb*. [Online] 2025. [cit. 15. 12. 2025]. Dostupné na internete: <https://di.ics.upjs.sk/palmaj/zadania/2024_2025/2/3.pdf>

PAŠÁK, Matej. 2016. Axonometria a 3D súradnice XYZ v Exceli. *Maclab.sk*. [Online] 2016. [cit. 20. 11. 2025]. Dostupné na internete: <<https://www.maclab.sk/clanky/3d-graf-excel.php>>

RapidTables. 2025. RGB Color Codes Chart. [Online] 2025. [cit. 10. 11. 2025]. Dostupné na internete: <https://www.rapidtables.com/web/color/RGB_Color.html>

VACKOVÁ, Krystýna. 2022. Využití micro:bitů ve výuce matematiky. *Diplomová práce*. Liberec : s.n., 2022.

Vzdelávanie 21.storočia. 2023. Sprievodca zmenami vo vzdelávacej oblasti Matematika a informatika. [Online] 2023. [cit. 15. 12. 2025]. Dostupné na internete: <https://vzdelavanie21.sk/wp-content/uploads/2024/12/Matematika-a-informatika_matematika.pdf>

Wikipédia. 2024. Trojrozmerná projekcia. [Online] 16. 5 2024. [cit. 10. 11. 2025]. Dostupné na internete: <https://sk.wikipedia.org/wiki/Trojrozmern%C3%A1_projekcia>

Zdieľaný priečinok: <https://lnk.sk/pny39>



MS MakeCode programy aktivít Ú1 – Ú10, videá, PL

*Motivačným rámcom didaktickej príručky je myšlienka, že **matematika** dáva informatike presnosť, štruktúru a logiku, **informatika** dáva matematike život v podobe algoritmov, dynamiky a technológií. Spolu vytvárajú **harmonický základ** pre porozumenie a riešenie problémov sveta 21. storočia prostredníctvom modelovania, práce s dátami a iteratívneho hľadania riešení v autentických situáciách.*

„Matematika myslí. Informatika tvorí. Spolu inovujú.“

**Výučba programovania internetu vecí
s využitím matematického modelovania a analýzy dát**
Didaktická príručka

Autor: RNDr. Katarína Brinziková

Vydavateľ: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach
vo Vydavateľstve ŠafárikPress

Rok vydania: 2026

Počet strán: 108

Rozsah: 9,64 AH

Vydanie: prvé

DOI: <https://doi.org/10.33542/PKV-0528-3>

ISBN 978-80-574-0528-3 (elektronická publikácia)

