UNIVERZITA PAVLA JOZEFA ŠAFÁRIKA V KOŠICIACH
Prírodovedecká fakulta

Kmity, vlny a optika

Ján Füzer

Košice 2023

Kmity, vlny a optika
Vysokoškolský učebný text

Autor:
doc. RNDr. Ján Füzer, PhD.
Prírodovedecká fakulta UPJŠ v Košiciach

Recenzenti:
doc. RNDr. Mária Kladivová, PhD.
Technická univerzita v Košiciach

RNDr. Samuel Dobák, PhD.
Prírodovedecká fakulta UPJŠ v Košiciach

Za odbornú a jazykovú stránku tejto publikácie zodpovedá autor. Rukopis neprešiel redakčnou ani jazykovou úpravou.

Dostupné od: 28.04.2023
Umiestnenie: www.unibook.upjs.sk

ISBN 978-80-574-0195-7 (e-publikácia)

Obsah

ÚVOD

Pomocný učebný text pre predmet Všeobecná fyzika III – Kmity, vlny a optika slúži študentom jednoodborového štúdia a medziodborového štúdia fyziky. Obsahom je základná osnova preberaného učiva bez príslušných podrobností s dôrazom na fyzikálnu metódu myslenia s vyžitím najjednoduchších poznatkov vyššej matematiky. Predkladaný text nemá ambíciu nahradiť odporúčané učebnice, skôr pomôcť študentom pri orientácii v preberanej látke. Odporúčaná literatúra sa nachádza na konci textu. Učebný text obsahuje základnú kostru prednášok a každý rok dochádza k určitým jeho doplneniam, úpravám a prednášky sú obohatené o podporujúce demonštračné experimenty.

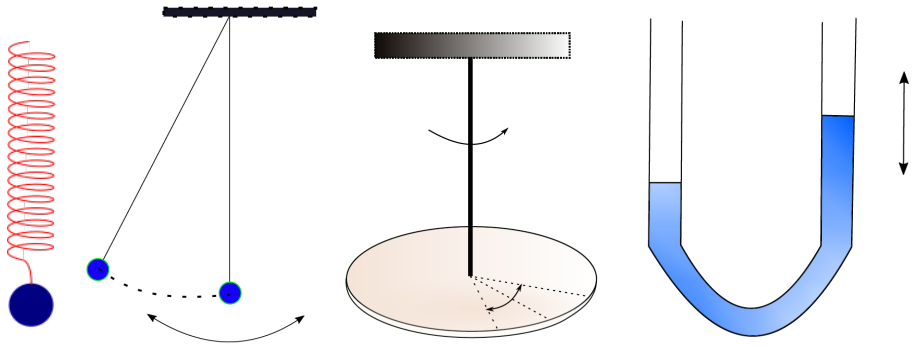
Prvé kapitoly sa venujú kmitavému opakujúcemu sa pohybu, ktorý pozorujeme prakticky denne, a to nielen tlmený kmitavý pohyb, ale aj harmonický periodický pohyb spôsobený vonkajšou silou. Všetky mechanické sústavy vykazujú jednu alebo viac tzv. vlastných frekvencií. Pôsobením vonkajšej budiacej sily s frekvenciou, ktorá je blízka vlastnej frekvencii sústavy, môžu vznikajúce vynútené kmity spôsobiť mechanické poškodenie, s čím musia počítať konštruktéri strojov, alebo mostov. V ďalších kapitolách sa popisuje vlnenie a jeho základné vlastnosti. Podstatu vlnenia pochopil už Leonardo da Vinci, keď píše o vlnách na vodnej hladine: „Často sa stáva, že vlna uniká z miesta svojho vzniku, zatiaľ čo voda nie, podobne ako vetrom vytvorené vlny bežia cez obilné pole, zatiaľ čo jednotlivé klasy ostávajú na mieste“. Zoznámime sa s vlnami mechanickými, elektromagnetickými, ale aj s vlnami hmoty – de Broglieho vlnami.

Optika patrí medzi najstaršie odbory fyziky s dlhou históriou od čias študovania základných svetelných javov, geometrickej optiky až po súčasnú kvantovú optiku. Súvisí to určite aj s tým, že človek získava viac ako 80 % informácii o svete zrakom. Vďaka optike sa poznávanie mikrosveta a ďalekého vesmíru ešte zdokonalilo používaním optických prístrojov mikroskopu a ďalekohľadu. Počas tohto obdobia dochádza aj k postupnému poznávaniu zákonitostí optiky, od svetelných lúčov v zmysle klasickej fyziky až po svetlo ako elektromagnetické vlnenie, čo bolo jedným z kľúčových úspechov Jamesa Clerka Maxwella. A odvtedy sa optika študujúca viditeľné svetlo stáva súčasťou elektromagnetizmu. Zákony žiarenia na začiatku 20. storočia predznamenali novú éru kvantových teórií vo fyzike a súčasný vedecko-technický pokrok si už nevieme predstaviť bez využitia kvantovej fyziky v medicíne, technológiách alebo pri skúmaní jadrových častíc a hviezd.

V histórii merania rýchlosti svetla bolo použitých viac ako sto rôznych metód. Následné pozorovania v období modernej fyziky ukázali, že rýchlosť svetla vo vákuu je dôležitá fyzikálna konštanta a má dôležité postavenie aj v teórii relativity, kde svet objektov pohybujúcich sa rýchlosťami blízkymi rýchlosti svetla je podobne ako v kvantovej mechanike ďaleko od našich obvyklých skúseností. Niektoré predpovede kvantovej fyziky sa zdajú zvláštne, ale množstvo experimentov ich bez problémov potvrdilo.

Ďakujem recenzentom za všetky pripomienky, ktoré pomohli zlepšiť rukopis a budem vďačný každému, kto vecnými pripomienkami upozorní na nedostatky a pomôže k ich odstráneniu pri prípadnom ďalšom vydaní textu.

1 KMITAVÝ POHYB



Obr. 1.1 Príklady mechanických oscilátorov.

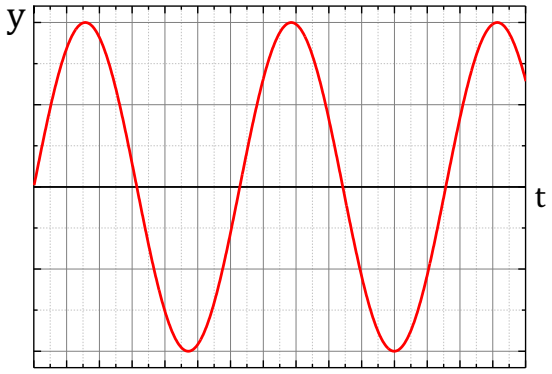
Kmitavý pohyb alebo mechanické kmitanie hmotného bodu (telesa) je charakteristický pohyb, pri ktorom hmotný bod (teleso) neprekročí konečnú vzdialenosť od istej polohy, nazývanej rovnovážna poloha. Kmitavý pohyb môže vykonávať závažie na pružine, teleso zavesené na pevnom vlákne, otáčajúce teleso na vlákne vykonávajúce torzné kmity alebo kmitanie vodného stĺpca, obr. 1.1 Kmity alebo oscilácie môžeme rozdeliť na mechanické (hmotný bod, teleso) a elektromagnetické – napríklad kmitanie vektora elektrickej intenzity ***E*** alebo vektora magnetickej intenzity ***H.***

Kmit definujeme ako časovú periodickú zmenu fyzikálnej veličiny. Delíme ich na netlmené, tlmené alebo vynútené. Hmotný bod (teleso), ktorý koná kmitavý pohyb nazývame **oscilátor** a vo všeobecnosti môže byť priestorový – 3D, rovinný – 2D alebo lineárny – 1D.

1.1 Netlmené kmity

Periodický pohyb telesa, pri ktorom by nedochádzalo ku tlmeniu, čiže ku zmenšovaniu veľkosti výchylky z rovnovážnej polohy a zároveň by sme mu nemuseli dodávať pravidelne budiacu silu, je čisto teoretický a takéto kmity nazývame netlmené kmity. Jeden kmit predstavuje pohyb hmotného bodu z rovnovážnej polohy do 1. krajnej polohy, potom do 2. krajnej polohy a naspäť do rovnovážnej polohy. *Perióda, T,* je čas, za ktorý hmotný bod vykoná 1 kmit. Frekvencia kmitania, *f*, je počet kmitov za 1 sekundu, $f = \frac{1}{T}$, $[f] = \mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$. Hz –

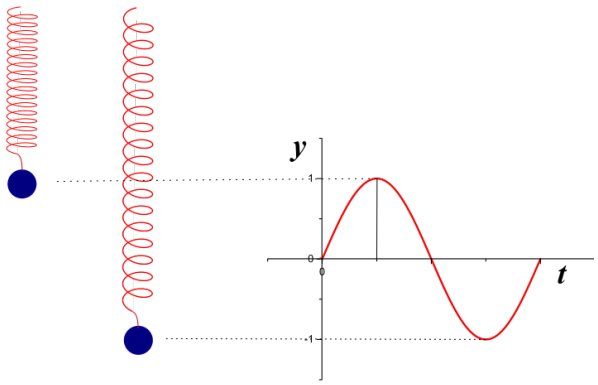
hertz. Kmitavý pohyb, pri ktorom sa hmotný bod pohybuje pôsobením sily, ktorá je úmerná výchylke a smeruje stále do rovnovážnej polohy, nazývame aj **harmonický kmitavý pohyb** a analogicky **harmonický oscilátor** je hmotný bod, ktorý vykonáva harmonický kmitavý pohyb, obr. 1.2.



Obr. 1.2 Časový diagram výchylky harmonického oscilátora.

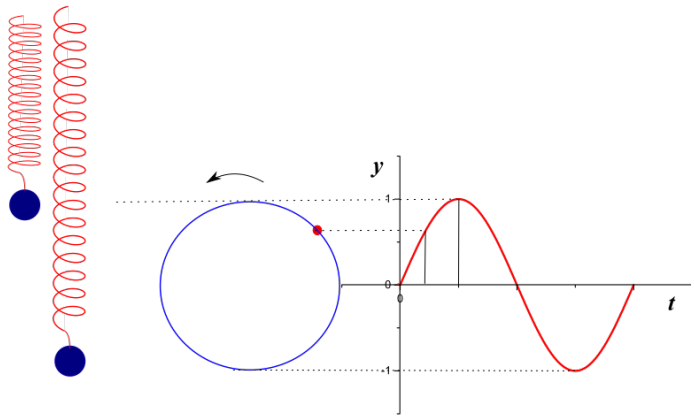
1.1.1 Kinematika kmitavého pohybu

Základný opis kmitavého pohybu z hľadiska kinematiky spočíva vo vyjadrení okamžitej polohy kmitajúceho telesa ako funkcie času – periodickej zmeny výchylky y. Výchylka y nadobúda maximálne kladné a záporné hodnoty y_m, kde y_m sa nazýva amplitúda výchylky, obr .1.3.



Obr. 1.3 Kladná a záporná maximálna výchylka a jej zobrazenie v čase.

Časový diagram harmonického kmitavého pohybu je možné zobraziť ako funkciu sínus – najjednoduchší periodický pohyb. Vzťah pre výchylku ako funkciu času vyjadríme porovnaním kmitavého pohybu s rovnomerným pohybom po kružnici. Kmitavému pohybu zodpovedá priemet polohy bodu pri rovnomernom pohybe po kružnici do zvislého smeru, obr. 1.4.



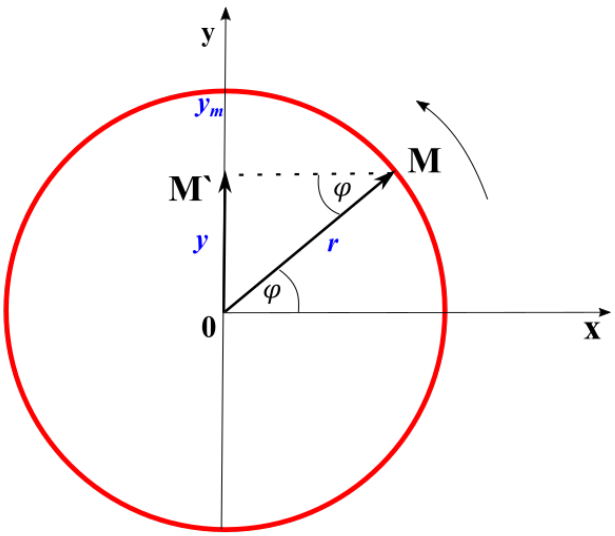
Obr. 1.4 Analógia kmitavého pohybu a rovnomerného pohybu po kružnici.

Predpokladajme rovnomerný pohyb bodu M po kružnici stálou uhlovou rýchlosťou ω, obr. 1.5. Môžeme písať:

$\varphi = \omega t$, pre výchylku kyvadla: $y = r\sin(\omega t)$, $y = y_m \sin(\omega t)$

Pre kmitavý pohyb budeme omega nazývať uhlová frekvencia, je daná vzťahom

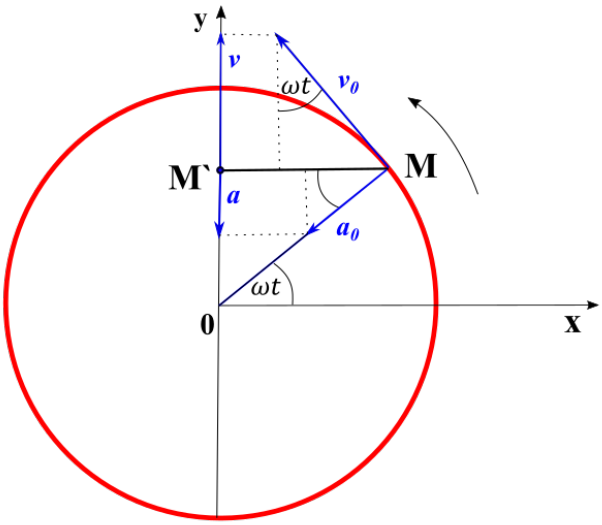
$\omega = 2\pi / T = 2\pi f$, $[\omega] = \mathrm{s}^{-1}$



Obr. 1.5 Pohyb bodu *M* po kružnici a jeho priemet do osi y.

Rýchlosť a zrýchlenie kmitavého pohybu

Základné veličiny opisujúce kinematiku kmitavého pohybu sú aj rýchlosť a zrýchlenie. Na odvodenie vzťahov znovu názorne ukážeme súvis s pohybom bodu po kružnici, obr. 1.6.



Obr. 1.6 Rýchlosť a zrýchlenie pohybu bodu *M* po kružnici.

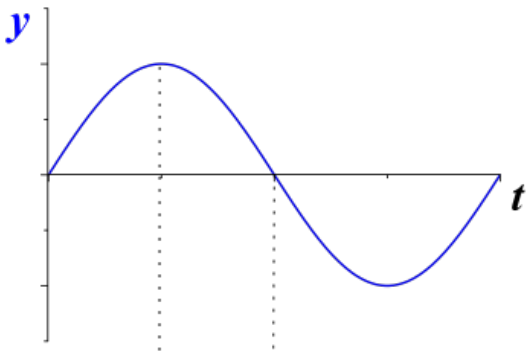
Vektor rýchlosti pohybu po kružnici v_0 má smer dotyčnice v bode trajektórie a veľkosť rýchlosti $v_0 = \omega r$. Priemet vektora v_0 do osi y je potom vyjadrený:

$$v = v_0 \cos(\omega t) = \omega\, r \cos(\omega t) = \omega\, y_m \cos(\omega t)$$

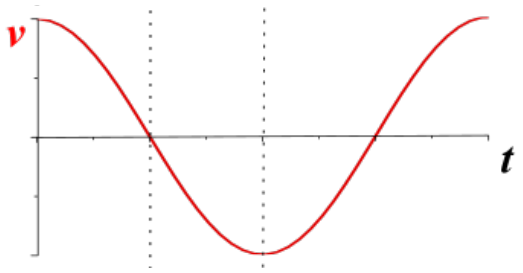
Vektor zrýchlenia pohybu po kružnici a_0 smeruje do stredu kružnicovej trajektórie a jeho veľkosť je $a_0 = \omega^2 r$. Priemet vektora a_0 do osy y zobrazuje zrýchlenie a:

$$a = a_0 \sin(\omega t) = -\omega^2 r \sin(\omega t) = -\,\omega^2 y_m \sin(\omega t) = -\omega^2 y$$

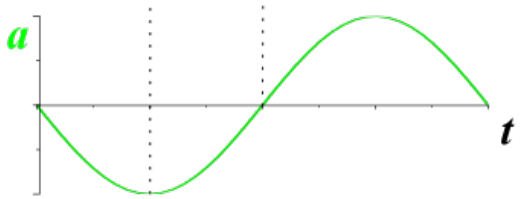
Na nasledujúcom obrázku, obr. 1.7, sú zobrazené časové priebehy výchylky, rýchlosti a zrýchlenia harmonického kmitavého pohybu.



Výchylka: $y = y_m \sin(\omega t)$



Rýchlosť: $v = v_m \cos(\omega t)$, $\quad v_m = \omega y_m$, $\quad (v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \quad v = \omega y_m \cos(\omega t))$



Zrýchlenie: $a = -a_m \sin(\omega t) = -\omega^2 y$, $\quad a_m = \omega^2 y_m$, $\quad (a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, \quad a = -\omega^2 y_m \sin(\omega t))$

Obr. 1.7 Znázornenie časových priebehov výchylky, rýchlosti a zrýchlenia harmonického kmitavého pohybu.

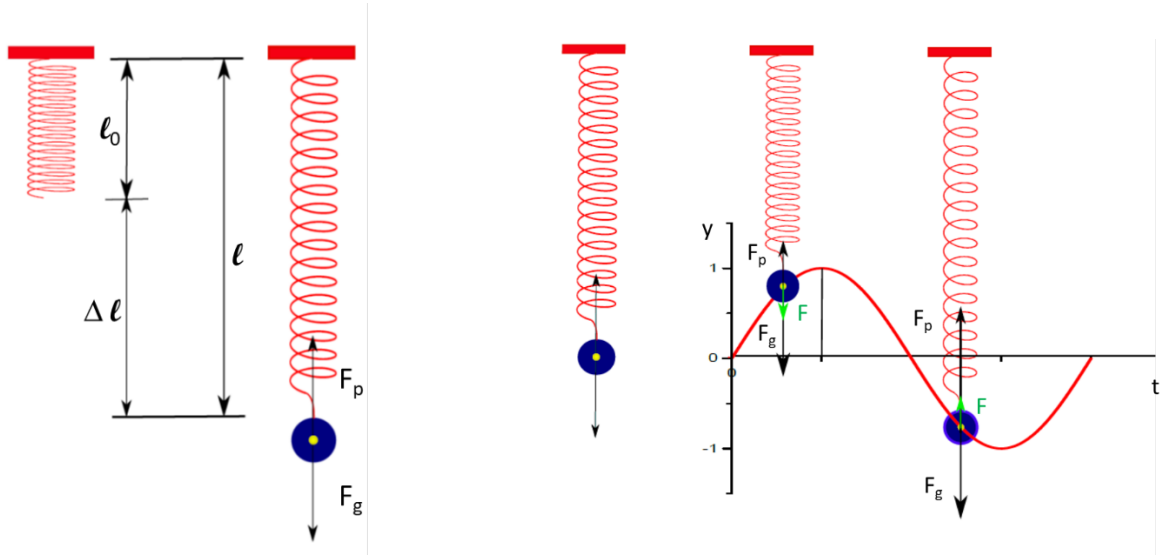
Ak má kmitavý pohyb počiatočnú fázu φ_0 rovnica výchylky má tvar:

$$y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Analogicky to platí aj pre rýchlosť a zrýchlenie. Z posledného vzťahu vyplýva, že popis polohy môže byť ekvivalentne popísaný aj funkciou kosínus.

1.1.2 Dynamika kmitavého pohybu

Dynamika sa zaoberá príčinami pohybu. Príčinou kmitania mechanického oscilátora – závažie s pružinou je sila pružnosti. Ak závažie na pružine visí, obr. 1.8, je potrebné započítať aj vplyv tiažovej sily.



Obr. 1.8 Znázornenie síl pri kmitavom pohybe.

Ak uvažujeme, že hmotnosť pružiny je zanedbateľne malá voči hmotnosti zaveseného telesa, potom na základe 2. Newtonovho pohybového zákona ($F = ma$) a vyjadrenia zrýchlenia harmonického kmitavého pohybu ($a = -\omega^2 y$) dostávame **pohybovú rovnicu pre harmonický oscilátor:**

$F = -m\omega^2 y$ čiže $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$

Sily pôsobiace na kmitajúce teleso zavesené na pružine sú sila pružnosti vyjadrená Hookovým zákonom: $F_p = k\,\Delta l$ a tiažová sila, pre ktorú platí: $F_g = m\,g$, kde k je konštanta úmernosti - tuhosť pružiny, Δl je predĺženie pružiny, m je hmotnosť telesa a g je tiažové zrýchlenie.

Pre rovnovážnu polohu platí: $F_p = F_g$, čiže $k\Delta l = m\,g$

Pre výslednicu síl kmitavého pohybu s uvedomením si smerovania pôsobiacich síl F_p a F_g môžeme písať: $F = F_p + F_g \Longrightarrow k(\Delta l - y) - m\,g = k\Delta l - m\,g - k\,y = -k\,y$

Na oscilátor pôsobí výsledná sila $F = -k\,y$ - **sila pružinového oscilátora**.

Porovnaním vzťahov pre silu: $-k\,y = -m\,\omega^2 y$ dostávame: $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

Uhlová frekvencia voľne kmitajúceho netlmeného mechanického oscilátora – vlastná uhlová frekvencia závisí len od jeho parametrov: hmotnosti telesa a tuhosti pružiny. Vlastnú uhlovú frekvenciu kmitov vyjadrujeme: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

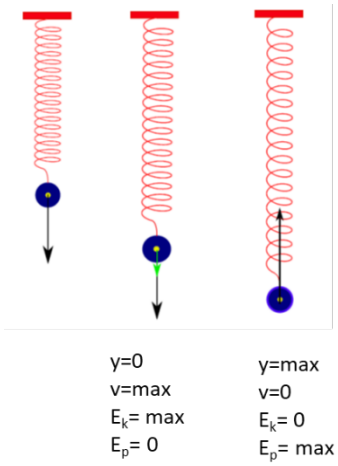
Úpravou vyjadríme vzťahy pre periódu a frekvenciu kmitania netlmeného pružinového oscilátora:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Z týchto vzťahov vyplýva, že tieto veličiny nezávisia od dĺžky pružiny. Niekedy sa vlastné doby kmitu a vlastné frekvencie označujú aj s indexom nula.

1.1.3 Energia harmonického pohybu

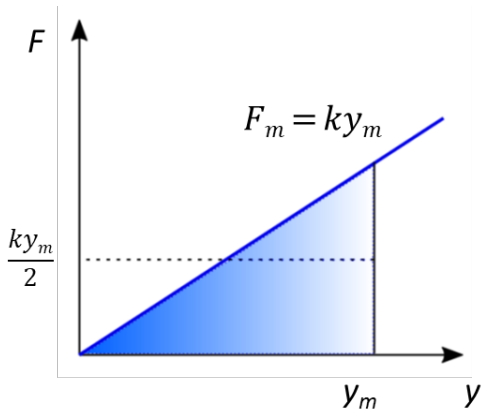
Počas kmitavého pohybu mechanického oscilátora platí zákon zachovania mechanickej energie. Dochádza ku periodickej zmene kinetickej energie E_k a potenciálnej energie E_p, obr. 1.9.



Obr. 1.9 K odvodeniu energie kmitania mechanického oscilátora.

Pri pohybe závažia od rovnovážnej polohy sa pôsobiaca sila postupne zvyšuje z nulovej hodnoty až na maximálnu hodnotu: $F_m = ky_m$.

Túto skutočnosť vieme vyjadriť grafom na obr. 1.10.



Obr. 1.10 Potenciálna energia pružnosti oscilátora.

Potenciálnu energiu vieme určiť ako prácu, ktorú musíme vykonať proti silám, aby sme teleso vychýlili z rovnovážnej polohy. Takáto práca je daná obsahom trojuholníka. Pre maximálne hodnoty potenciálnej a kinetickej energie platí:

$$E_p = \frac{ky_m}{2} y_m = \frac{1}{2} k y_m^2 \qquad \text{a} \qquad E_k = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \, y_m^2$$

Pri prechode rovnovážnou polohou má oscilátor maximálnu rýchlosť: $v_m = \omega y_m$

Celková energia kmitania v ľubovoľnom okamihu je: $E = E_k + E_p$

$$E = \frac{1}{2} k y^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k y_m^2 \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2} m v_m^2 \cos^2(\omega t)$$

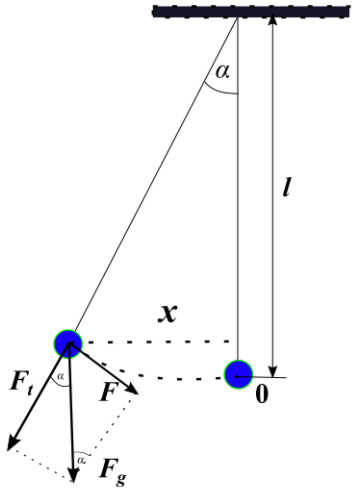
Po úprave dostávame:

$$E = \frac{1}{2} k y_m^2 = \frac{1}{2} m v_m^2 = \text{konšt.}$$

z čoho vyplýva, že celková energia mechanického oscilátora je konštantná, platí zákon zachovania energie.

1.1.4 Matematické kyvadlo

Hmotný bod zavesený na vlákne dĺžky l zanedbateľnej hmotnosti predstavuje najjednoduchšie kyvadlo, ktoré nazývame matematické kyvadlo, obr. 1.11.



Obr. 1.11 Matematické kyvadlo.

Pre výpočet periódy vlastných kmitov matematického kyvadla predpokladajme, že oblúk, po ktorom sa pohybuje teleso, budeme považovať za úsečku. Toto je dostatočne splnené pre malé uhly kmitov od rovnovážnej polohy - menšie ako 5°, kde platí $\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\,\alpha \approx \alpha$,

ak uhol alfa vyjadrujeme v radiánoch. Potom podľa Obr.1.11 platí:

$$\sin\alpha = \alpha = F / F_g = x / l$$

Pohybová rovnica kyvadla: $F = -mg\sin\alpha = -m\,\frac{g}{l}x = -m\omega^2\,x$

kde znamienko mínus vyjadruje, že sila smeruje proti smeru nárastu výchylky a pre uhlovú frekvenciu a periódu vlastného kmitania kyvadla dostávame:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad\qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

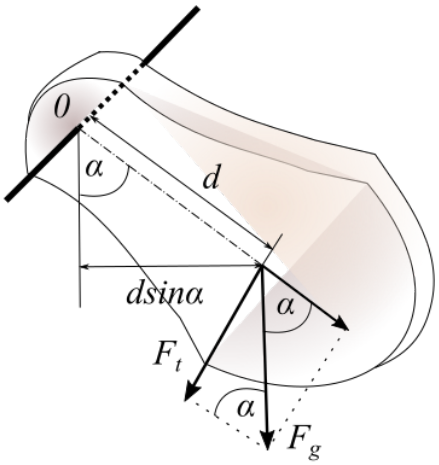
Z toho vyplýva pozoruhodný záver, že perióda kmitania matematického kyvadla nezávisí ani od hmotnosti, ani od výchylky.

1.1.5 Fyzikálne kyvadlo

Fyzikálne kyvadlo je každé teleso, ktoré sa môže otáčať bez trenia okolo vodorovnej osi neprechádzajúcej ťažiskom, obr. 1.12. Sila spôsobujúca pohyb telesa je $F_t = -mg\sin\alpha$, kde znamienko mínus vyjadruje, že sila smeruje proti smeru nárastu výchylky. Jeho pohyb sa riadi pohybovou rovnicou vyjadrujúcou otáčanie takéhoto telesa okolo osi:

$$M = J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = J\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2},$$

kde $M = F_t d = -mgd\sin\alpha$ je moment sily a J – moment zotrvačnosti.



Obr. 1.12 Fyzikálne kyvadlo.

Využitím zjednodušenia – predpokladaním malých uhlov vychyľovania sa od rovnovážnej polohy dostávame: $M = -mgd\alpha = -D\alpha$, kde D je direkčný moment.

Pohybová rovnica tohto systému má tvar:

$$J\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -mgd\alpha \qquad \text{alebo} \qquad \frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} + \frac{mgd}{J}\alpha = 0$$

Ak položíme $\frac{mgd}{J} = \omega^2$ dostávame diferenciálnu rovnicu popisujúcu harmonický pohyb:

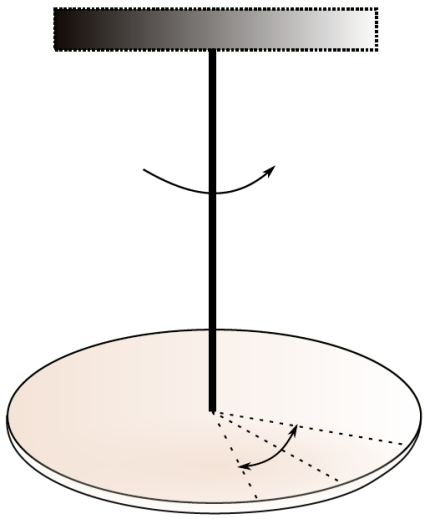
$$\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2\alpha = 0$$

Riešením dostávame periódu a frekvenciu vlastného kmitania fyzikálneho kyvadla:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}} \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{J}}$$

1.1.6 Torzné kyvadlo

Ak teleso zavesené na skrútenom drôte pustíme, torzné sily skrúteného drôtu ho budú vracať do rovnovážnej polohy a teleso sa rozkmitá rotačnými (torznými) kmitmi okolo osi symetrie idúcej osou periodicky skrúcaného drôtu, obr. 1.13.



Obr. 1.13 Torzné kyvadlo.

Pohybová rovnica tohto systému má tvar: $M = -D\alpha$, kde M – moment sily a D – direkčný moment (moment sily potrebný na vytočenie pružného závesu o jednotkový uhol).

Dostávame:

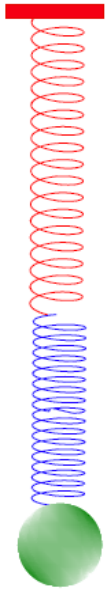
$$J\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -D\alpha \qquad \text{alebo} \qquad \frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} + \frac{D}{J}\alpha = 0$$

a riešením dostávame: $\frac{D}{J} = \omega^2$

Úpravou pre dobu kmitov torzného kyvadla teda platí: $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$

1.1.7 Skladanie kmitov

Ak by sme spojili dve rôzne pružiny, obr. 1.14, tak výsledný pohyb telesa sa bude riadiť princípom superpozície, ktorý zadefinoval už **Galileo Galilei:** ak má hmotný bod z rôznych príčin 2 alebo viac pohybov súčasne, zaujme takú výslednú polohu, akoby konal všetky pohyby postupne za sebou a v akomkoľvek poradí.



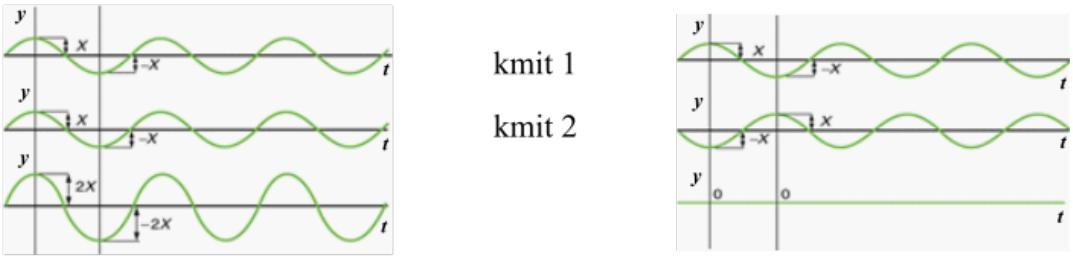
Obr. 1.14 Dve spojené pružiny a závažie.

Rozoberieme dva základné druhy skladania 2 kmitaní:

1. smery oboch kmitaní sú rovnaké,
2. smery kmitaní sú na seba kolmé.

Skladanie dvoch kmitov rovnakého smeru s rôznymi frekvenciami

Časový priebeh výchylky zloženého kmitania závisí od amplitúdy, uhlovej frekvencie a počiatočnej fázy jednotlivých zložiek. Najjednoduchší výsledok dostaneme superpozíciou dvoch totožných harmonických kmitov, obr. 1.15.

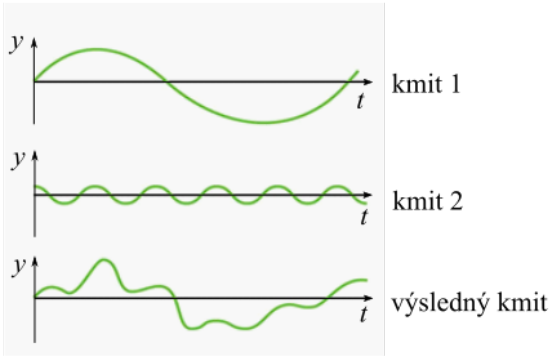


Obr. 1.15 Časový priebeh superpozície dvoch rovnakých kmitov s rovnakou (vľavo) a opačnou fázou (vpravo).

Vo všeobecnosti pre výslednú výchylku dvoch rôznych kmitov, obr. 1.16., platí:

$$y = y_1 + y_2 = A_1 \sin\,(\omega_1\, t + \varphi_1) + A_2 \sin\,(\omega_2\, t + \varphi_2)$$

Výsledná amplitúda pohybu bude v intervale: $\langle -A_1 - A_2, A_1 + A_2 \rangle$



Obr. 1.16 Časový priebeh superpozície dvoch rôznych kmitov.

Analytický výpočet skladania dvoch kmitov rovnakého smeru s rovnakými frekvenciami

Nech je výsledná výchylka dvoch rôznych kmitov daná rovnicou:

$$y = y_1 + y_2 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Využijeme pravidlo pre goniometrickú funkciu sínus:

$$\sin\,(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\ \beta$$

Po úprave dostaneme:

$$y = \sin\omega t\,(A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2) + \cos\omega t (A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2)$$

Upravme výraz na tvar:

$$y = A\sin(\omega t + \varphi) = A\sin\omega t\cos\varphi + A\cos\omega t\sin\varphi$$

Porovnaním oboch výrazov dostaneme:

$$A\cos\varphi = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2$$

$$A\sin\varphi = A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2$$

Umocníme obe rovnice a sčítame príslušné strany:

$$A^2\cos^2\varphi + A^2\sin^2\varphi = {A_1}^2\cos^2\varphi_1 + 2A_1A_2\cos\varphi_1\cos\varphi_2 + {A_2}^2\cos^2\varphi_2 + {A_1}^2\sin^2\varphi_1 + 2A_1A_2\sin\varphi_1\sin\varphi_2 + {A_2}^2\sin^2\varphi_2$$

Využijúc vzťah pre goniometrické funkcie sínus a kosínus:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

dostávame:

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$A = \sqrt{{A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Ak vydelíme ľavé a pravé strany rovníc, pre $A\sin\varphi$ a $A\cos\varphi$ dostávame vzťah pre tg φ:

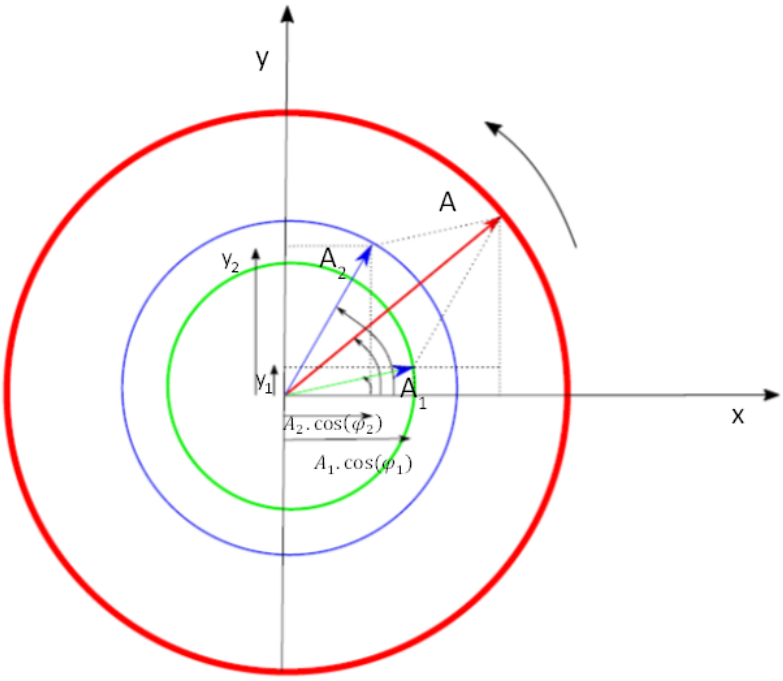
$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

V špeciálnych prípadoch pre fázový rozdiel, obr. 1.15., je výsledná amplitúda:

I. $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 0 \quad \rightarrow \quad A = A_1 + A_2$

II. $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \pi \quad \rightarrow \quad A = A_1 - A_2$

Grafické skladanie kmitov využitím časových vektorov



Obr. 1.17 Skladanie kmitov pomocou časových vektorov.

Skladanie kmitov rovnakého smeru je možné riešiť aj graficky pomocou časových vektorov, obr. 1.17. Výsledný vektor A je súčtom vektorov A_1 a A_2. Oba časové vektory rotujú s rovnakou uhlovou frekvenciou ω a zvierajú spolu stále rovnaký uhol. Pre výslednú výchylku platí: $y = y_1 + y_2 \implies y = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$

Pre absolútnu hodnotu A a pre tgφ vyplýva z trojuholníka podľa kosínusovej vety:

$$A = \sqrt{{A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

Dostávame rovnaké vzťahy ako boli odvodené analyticky.

Skladanie dvoch kmitov rovnakého smeru a s blízkymi frekvenciami

Dôležitým príkladom je superpozícia dvoch kmitov, ktorých frekvencie f_1 a f_2 sa od seba veľmi málo líšia, uvažujme $f_1 > f_2$.

Pre jednoduchosť výpočtu predpokladajme: $A_1 = A_2 = A$ a $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

Pre okamžitú výchylku výsledného kmitania dostaneme: $y = A \sin(2\pi f_1 t) + A \sin(2\pi f_2 t)$

Využitím vzťahu: $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ dostávame rovnicu:

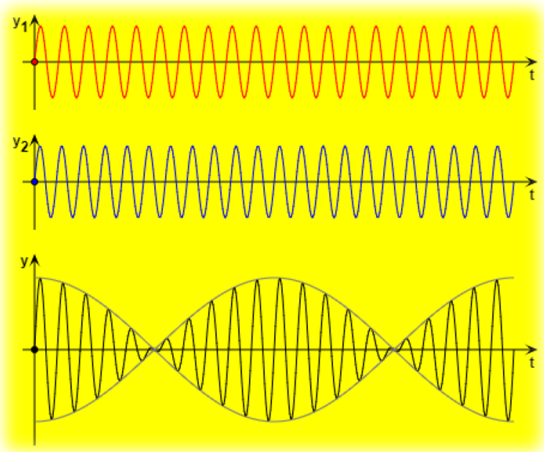
$$y = 2A\cos\left(2\pi\frac{f_1 - f_2}{2}t\right)\sin\left(2\pi\frac{f_1 + f_2}{2}t\right) = A'\sin\left(2\pi\frac{f_1 + f_2}{2}t\right)$$

kde $A' = 2A\cos(2\pi\frac{f_1-f_2}{2}t)$.

Amplitúda A' sa mení s malou frekvenciou $f' = \frac{f_1-f_2}{2}$, druhý člen $\sin(2\pi\frac{f_1+f_2}{2})$ sa mení s veľkou frekvenciou $f = \frac{f_1+f_2}{2}$.

Výchylka výsledného kmitu: $y = A'\sin(2\pi f t)$

V akustike tento jav nazývame **rázy,** obr. 1.18.



Obr. 1.18 Skladanie dvoch sínusových kmitov veľmi blízkych frekvencií.

Harmonická analýza (Fourierova analýza)

Rovnako dôležité ako skladanie harmonických kmitov do výsledného kmitu je aj rozklad periodického pohybu na súčet harmonických kmitov. Takýmto rozkladom sa zaoberá harmonická analýza alebo tiež Fourierova analýza.

Majme periodický kmitavý pohyb $y = f_{(t)} = f_{(t+T)}$.

Joseph Fourier ukázal, že periodickú funkciu viem rozvinúť na nekonečne veľa harmonických čiastkových kmitov, pričom frekvencie čiastkových kmitov (harmonické frekvencie) budú násobkom frekvencie periodického pohybu:

$$f_{(t)} = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(\omega\, t) + a_2 \cos(2\omega\, t) + \cdots \ldots\ldots + a_k \cos(k\omega\, t) \quad +$$
$$\cdots \ldots\ldots + b_1 \sin(\omega\, t) + b_2 \sin(2\omega\, t) + \ldots\ldots + b_k \sin(k\omega\, t) + \cdots$$

To vieme zapísať v tvare:

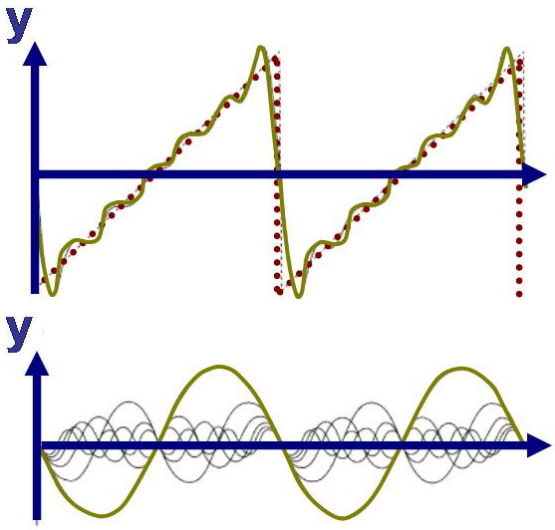
$$f_{(t)} = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega\, t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega\, t)$$

Koeficienty v danom rozvoji sa vypočítajú podľa vzorcov:

$a_{\mathrm{k}} = \frac{2}{T}\int_{\mathrm{T}} f_{(t)} \cos k\omega t\, dt,$ k = 0, 1, 2,.....

$b_{\mathrm{k}} = \frac{2}{T}\int_{\mathrm{T}} f_{(t)} \sin k\omega t\, dt,$ k = 1, 2,.....

V praxi zvyčajne stačí použiť niekoľko prvých členov, aby funkcia vyjadrujúca kmit bola vyjadrená s dostatočnou presnosťou, obr. 1.19.



Obr. 1.19 Harmonická analýza.

https://en.wikipedia.org/wiki/Convergence_of_Fourier_series.

Skladanie kmitov na seba kolmých

Ak hmotný bod koná súčasne dva kmity v rôznych smeroch, potom výsledná výchylka v každom okamžiku je daná vektorovým súčtom obidvoch zložiek. Vo všeobecnom prípade opisuje bod výsledného vektora zložitú krivku. Názornejší výsledok dostaneme, ak budeme uvažovať dva kmity, ktoré sú na seba kolmé.

Skladanie kmitov na seba kolmých s rovnakou frekvenciou

Majme dva kmity na seba kolmé, ktoré nie sú vo fáze:

$$x = A_1 \sin(\omega t)$$

$$y = A_2 \sin(\omega t + \varphi)$$

Môžeme ďalej upraviť: $x = A_1 \sin(\omega t)$ → $\sin(\omega t) = \frac{x}{A_1}$ a ďalej:

$$\cos \omega t = \sqrt{1 - sin^2(\omega t)} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}}$$

Využitím goniometrických vzťahov dostávame:

$$y = A_2 \sin \omega t \cos \varphi + A_2 . \cos \omega t \sin \varphi = \frac{A_2}{A_1} x \cos\varphi + A_2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \sin \varphi$$

Po úprave: $$A_1 y - A_2 x \cos\varphi = A_2 \sqrt{A_1^2 - x^2} \sin\varphi$$

umocnením a úpravami dostávame:

$$A_1^2 y^2 - 2A_1 A_2 xy \cos \varphi + A_2^2 x^2 \cos^2\varphi = A_2^2 (A_1^2 - x^2) \sin^2\varphi = (A_2^2 A_{1.}^2 \sin^2\varphi - A_2^2 x^2 \sin^2\varphi)$$

Predelením rovnice členom: $(A_2^2 A_1^2)$ dostávame:

$$\frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy \cos \varphi}{A_1 A_2} + \frac{x^2}{A_1^2} = \sin^2\varphi$$

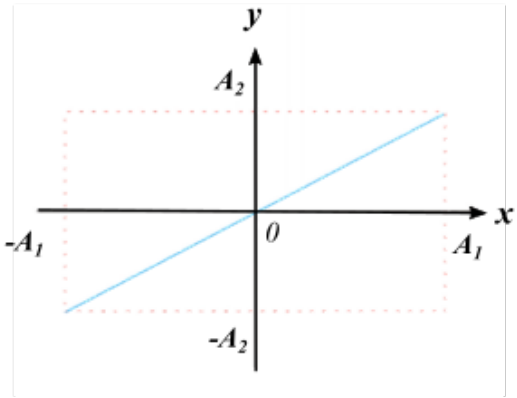
Vektor opisuje elipsu a výsledný pohyb závisí od fázového rozdielu φ:

1.) ak $\varphi = 0 \ldots\ldots \left(\frac{y}{A_2} - \frac{x}{A_1}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{y}{A_2} = \frac{x}{A_1}$

$$y = \frac{A_2}{A_1} x$$

- to je rovnica priamky, obr. 1.20, idúca počiatkom a zvierajúca s osou x uhol, pre ktorý platí:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{A_2}{A_1}$$

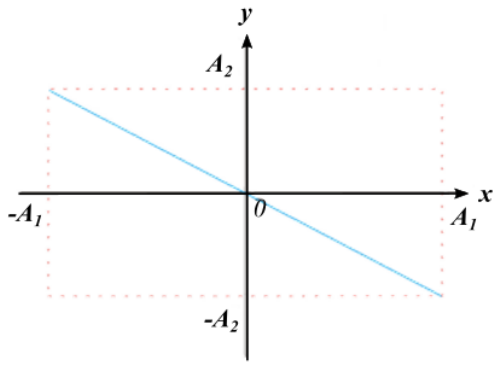


Obr. 1.20 Skladanie sínusových kmitov na seba kolmých pre $\varphi = 0$.

2.) ak $\varphi = \pi \ldots \left(\frac{y}{A_2} + \frac{x}{A_1}\right)^2 = 0$

$$y = -\frac{A_2}{A_1}x$$

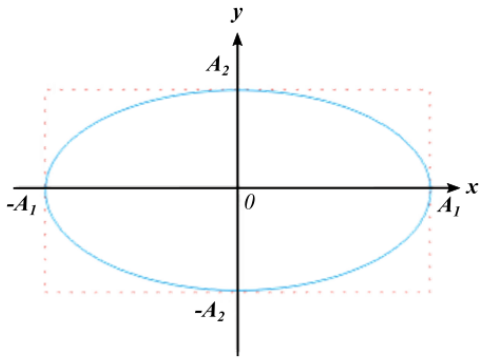
-takisto rovnica priamky, idúca počiatkom, ale s opačnou smernicou, obr. 1.21.



Obr. 1.21 Skladanie sínusových kmitov na seba kolmých pre $\varphi = \pi$.

3.) ak $\varphi = \mp\frac{\pi}{2}$ ... $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$

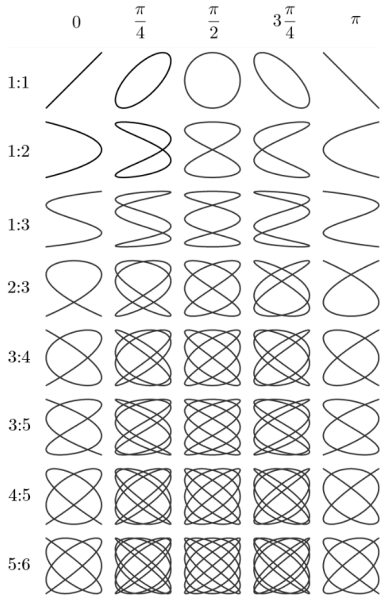
- rovnica elipsy, ktorej osi splývajú s osami súradníc, obr. 1.22.



Obr. 1.22 Skladanie sínusových kmitov na seba kolmých pre $\varphi = \frac{\pi}{2}$, eliptické kmity.

Skladanie vzájomne kolmých kmitov s rôznou frekvenciou

Ak majú vzájomne kolmé kmity rôzne frekvencie, tak vznikajú Lissajousove obrazce (krivky), obr. 1.23. Môžeme rozlišovať dva prípady. Ak je pomer frekvencií pomerom celých čísel, stretnú sa po určitej dobe obidva priebehy s rovnakou fázou ako na začiatku a celý priebeh sa opakuje. Výsledné kmitanie je periodické a Lissajousova krivka je uzavretá krivka. Ak nie je pomer frekvencií pomerom celých čísel vznikajú neuzavreté obrazce a ich tvar sa stále mení.



Obr. 1.23 Lissajousove obrazce pre určité pomery frekvencií a určité fázové posunutie.

https://en.wikipedia.org/wiki/Lissajous_curve

1.2 Tlmené kmity

V reálnom svete sú všetky kmity tlmené a vždy existuje trenie a rôzne iné odporové sily, ktoré spôsobujú, že oscilujúci systém postupne stráca energiu a jeho amplitúda sa s časom zmenšuje.

Sily pôsobiace na hmotný bod:

$F_1 = -k\,y$ .....sila pružnosti

$F_2 = -R\,v$.....sila tlmenia, ktorá je vždy proti smeru pohybu.

Výslednica všetkých síl: $F = F_1 + F_2$ udeľuje zrýchlenie $\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$ a môžeme písať:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky - R\frac{dy}{dt}$$

Pričom už vieme, že platí: $\omega^2 = \frac{k}{m}$ a definujeme δ ako koeficient tlmenia, kde: $2\delta = \frac{R}{m}$ a kde R je koeficient odporu.

Predelením rovnice členom m a po úprave dostávame:

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \omega^2 y = 0$$

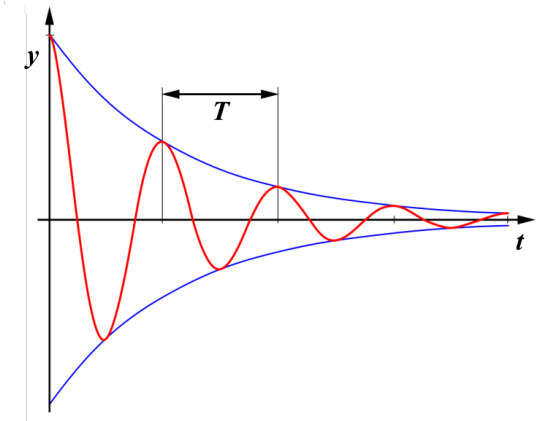
- táto rovnica vyjadruje pohybovú rovnicu tlmených kmitov.

Riešenie diferenciálnej rovnice je v tvare :

$$y = A\,e^{-\delta t}\sin\,(\omega_1 t + \varphi)$$

kde $A\,e^{-\delta t}$ je amplitúda tlmených kmitov.

Tlmenie ovplyvňuje nielen amplitúdu výchylky, ale aj periódu kmitania a platí: $\omega < \omega_1$, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \delta^2}$. Výchylka tlmených kmitov je znázornená na obr. 1.24.



Obr. 1.24 Exponenciálny pokles amplitúdy oscilácií tlmených kmitov s narastajúcim časom.

1.3 Vynútené kmity

Ak kmitajúce teleso neprijíma, alebo neodovzdáva energiu, tak koná vlastné kmity. V prípade, že na kmitajúcu sústavu pôsobí odpor prostredia, tak sústava koná tlmený kmitavý pohyb. Ak na sústavu (rezonátor) pôsobí nejaká vonkajšia sila (oscilátor), ktorá ju núti kmitať, hovoríme o vynútenom kmitaní. Spôsob prenosu energie medzi sústavami sa nazýva väzba oboch sústav.

Uvažujme pôsobenie vonkajšej sily na teleso zavesené na pružine. Nech je vonkajšia budiaca sila harmonická funkcia času. Na teleso pôsobia tieto tri sily:

$$F_1 = -k\,y \qquad - \; sila\,pružnosti$$
$$F_2 = -R\,v \qquad - \; sila\,tlmenia$$
$$F_3 = F_0 \sin(\Omega t) \qquad - \; budiaca\,sila$$

Výslednica všetkých síl: $F = F_1 + F_2 + F_3$ udeľuje zrýchlenie $\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$ a môžeme písať rovnicu:

$$m\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = -ky - R\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + F_0 \sin(\Omega t)$$

využijúc vzťahy $\omega^2 = \frac{k}{m}$, $2\delta = \frac{R}{m}$, $a_0 = \frac{F_0}{m}$, predelením členom m a po úprave dostávame:

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \omega^2 y = a_0 \sin(\Omega t)$$

čo je pohybová rovnica vynútených kmitov.

Riešenie tejto diferenciálnej rovnice druhého rádu môžeme zapísať v tvare:

$$y = Ae^{-\delta t}\sin(\omega_1 t + \varphi) + A_v \sin(\Omega t + \psi)$$

Po určitej dobe tlmené kmity vymiznú a ostanú len netlmené kmity:

$$y = A_v \sin(\Omega t + \psi)$$

Toto riešenie musí vyhovovať aj pôvodnej diferenciálnej rovnici:

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \omega^2 y = a_0 \sin(\Omega t)$$

Aby sme určili amplitúdu A_v *a* fázové posunutie ψ vynútených kmitov, vypočítame prvú a druhú deriváciu funkcie $y = A_v \sin(\Omega t + \psi)$ podľa času:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = A_v\Omega\ \cos(\Omega t + \psi)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = -A_v\Omega^2\ \sin(\Omega t + \psi)$$

Obidva výsledky dosadíme do pohybovej rovnice a dostaneme:

$$-A_v\Omega^2\ \sin(\Omega t + \psi) + 2\delta A_v\Omega\ \cos(\Omega t + \psi) + \omega^2 A_v \sin(\Omega t + \psi) = a_0 \sin(\Omega t)$$

Výrazy $\sin(\Omega t + \psi)$ a $\cos(\Omega t + \psi)$ rozvinieme podľa goniometrických vzorcov.

Po úprave dostávame:

$$A_v[(\omega^2 - \Omega^2)\cos\psi - 2\delta\Omega\sin\psi]\sin(\Omega t) + A_v[(\omega^2 - \Omega^2)\sin\psi + 2\delta\Omega\cos\psi]\cos(\Omega t) =$$
$$= a_0 \sin(\Omega t)$$

Koeficienty pri funkcii času ($\sin(\Omega t)$ a $\cos(\Omega t)$) sa musia rovnať pre obe strany rovnice, čiže musí platiť:

$$A_v(\omega^2 - \Omega^2)\cos\psi - 2\delta\Omega A_v \sin\psi = a_0$$

$$(\omega^2 - \Omega^2)\sin\psi + 2\delta\Omega\cos\psi = 0$$

Z prvej rovnice vyplýva fázový posun: $\mathrm{tg}\psi = -\frac{2\delta\Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$

Pre vyjadrenie amplitúdy A_v upravujeme obe rovnice:

Rovnice umocníme na druhú, spočítame ich, odmocníme a dostávame pre amplitúdu:

$$A_v = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}}$$

Po určitom čase je amplitúda daná len vlastnosťami sústavy oscilátor + rezonátor a nezávisí od počiatočných podmienok. Zaujíma nás, pri akej frekvencii budiacej sily bude amplitúda vynútených kmitov maximálna. Je to pri splnenej podmienke, keď bude menovateľ najmenší (výpočet extrémov), teda deriváciu položíme rovnú nule.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Omega}[(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2] = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Omega}[(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2] = -2(\omega^2 - \Omega^2)2\Omega + 8\delta^2\Omega$$

$$4\Omega(2\delta^2 - \omega^2 + \Omega^2) = 0$$

1. koreň rovnice: $\Omega = 0$.....nevzniknú vynútené kmity,

2. koreň rovnice: $\Omega_r = \sqrt{\omega^2 - 2\delta^2}$.

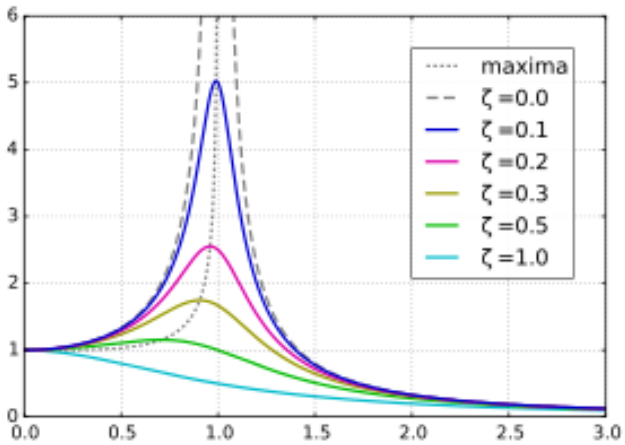
Pre túto uhlovú frekvenciu budiacej sily budú mať vynútené kmity najväčšiu amplitúdu:

$$A_{v\,max} = \frac{a_0}{2\delta\sqrt{\omega^2 - \delta^2}} = \frac{F_0}{m2\delta\sqrt{\omega^2 - \delta^2}} = \frac{F_0}{2m\delta\omega_1}$$

kde ω_1 je uhlová frekvencia tlmených kmitov, keby nepôsobila budiaca sila.

Ak $\delta = 0$, potom $\Omega_r = \omega$ a nastáva **rezonancia** $A_v \to \infty$.

Na obr. 1.25 je závislosť amplitúdy vynútených kmitov pre niekoľko hodnôt tlmenia.



Obr. 1.25 Rezonančná krivka pre rôzne hodnoty tlmenia.

https://en.wikipedia.org/wiki/Resonance

Rezonancia je jav, keď sa frekvencia vynútených kmitov rovná vlastnej frekvencii oscilátora. Počas rezonancie dochádza k maximálnemu odovzdávaniu energie oscilátora – amplitúda aj celková energia oscilátora sú maximálne a nastáva rezonančné zosilnenie kmitania oscilátora. Aj malou, periodicky pôsobiacou silou, možno v oscilátore vybudiť kmitanie s veľkou amplitúdou, ak je frekvencia vonkajšieho pôsobenia zhodná s frekvenciou vlastného kmitania oscilátora.

Žiaduce rezonančné zosilnenie využívame pri hudobných nástrojoch a reproduktoroch, v elektronických prístrojoch a využíva ho aj náš orgán sluchu – ucho. Nežiaduce rezonančné zosilnenie sa prejavuje v strojoch, ktorých časti sa otáčajú, (pozor na frekvenciu 50 Hz), pri chvení okenných tabúľ, pri prelete lietadiel alebo pri kmitaní mostov pri prechode vojenských jednotiek.

2 VLNENIE

Vlnou vo fyzike nazývame časovú a priestorovú zmenu nejakej fyzikálnej veličiny. Napríklad vlny na vodnej hladine, obr. 2.1. Súbor vĺn nazývame vlnením.

Obr. 2.1 Vlnenie vodnej hladiny.

Vlny môžeme rozdeliť na tri skupiny:

a. mechanické vlny:

- napr. vodná hladina, zvuk, seizmické vlny,
- riadia sa Newtonovými zákonmi,
- vo vákuu sa nevedia šíriť (potrebujú hmotné prostredie),

b. elektromagnetické vlny:

- napr. viditeľné svetlo, mobilný signál,
- nepotrebujú hmotné prostredie na šírenie,
- môžu sa šíriť maximálnou rýchlosťou - rýchlosťou svetla, $c = 299\ 792\ 458$ m/s,

c. vlny hmoty:

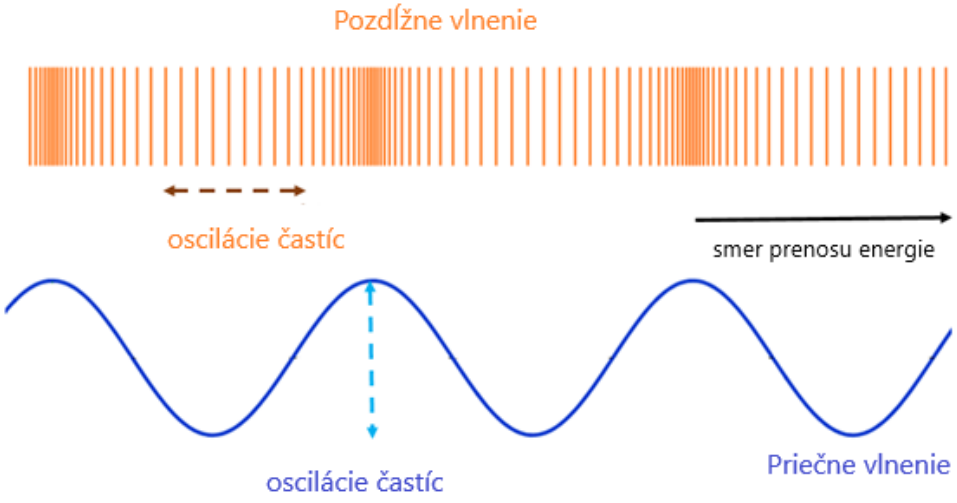
- De Broglieho vlny, elementárne častice (e^-, p^+),
- šíria sa konečnou rýchlosťou.

2.1 Postupné vlnenie

Majme teleso, ktoré sa skladá z hmotných bodov a medzi nimi je väzba. Ak je hmotný bod súčasťou hmotného prostredia, tak jeho kmitanie sa prenáša na všetky častice a ak je to prostredie homogénne a izotropné, tak tento prenos je s rovnakou rýchlosťou na všetky častice. Takýto pohyb celej sústavy hmotných bodov sa nazýva postupné vlnenie.

Smer kmitov, ako je znázornené na obr. 2.2, môže byť:

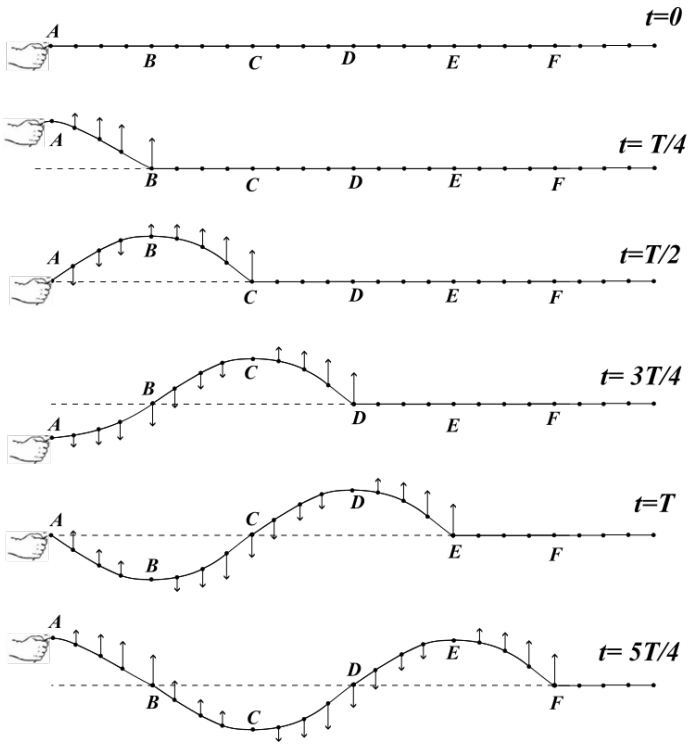
a. **kolmo** na smer šírenia sa vlny – postupné priečne vlnenie,
b. **rovnobežne** so smerom šírenia – postupné pozdĺžne vlnenie.



Obr. 2.2 Pozdĺžne a priečne vlnenie.

2.1.1 Lineárne priečne vlnenie

Majme teleso, ktoré sa skladá z hmotných bodov a medzi nimi je väzba. Ak uvedieme 1. hmotný bod (HB) do kmitu, odovzdá časť energie 2. HB (časť odovzdá 3. HB a časť vráti 1. HB), potom sa šíri vzruch a prostredím sa šíri vlnenie, obr. 2.3.



Obr. 2.3 Šírenie postupnej priečnej vlny.

2.1.2 Lineárne pozdĺžne vlnenie

Pre lineárne pozdĺžne vlnenie zhustenie a zriedenie postupujú tak, ako u priečnej vlny postupuje maximum a minimum. Jedno zhustenie a jedno zriedenie tvorí jednu vlnu – vlnu pozdĺžnu. Nezávisle od typu vlnenia definujeme:

λ –*vlnová dĺžka* - vzdialenosť, ktorú prejde vzruch za periódu kmitu: $\lambda = vT$

v – *rýchlosť šírenia vlnenia* - funkcia prostredia (väzieb): $v = \frac{\lambda}{T}$

Pri vlnení sa neprenáša hmota, ale prenáša sa energia. *Vlnočet* $1/\lambda$ definujeme ako počet vlnových dĺžok na 1 meter.

2.1.3 Matematické vyjadrenie postupnej vlny

Odvodíme vzťah pre výchylku ξ vlny v ľubovoľnom bode v závislosti od jej polohy a času. Nech sa vlna pohybuje v kladnom smere osi *x* rýchlosťou *v* s počiatkom v bode *O*.

bod *O* [0,0]: výchylka: $\xi(t) = \mathrm{A}\sin(\omega t), \quad \varphi = 0$

Do ľubovoľného bodu *M* so súradnicou *x* sa vlnenie dostane za dobu $\tau = \frac{x}{v}$.

Pre výchylku v bode *M* postupne platí:

$$\xi(t) = \mathrm{A}\sin[\omega\,(t-\tau)],$$

$$\xi(t) = \mathrm{A}\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right], \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\xi(t) = \mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right] \qquad \lambda = vT$$

$$\xi(t) = A\,sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Táto rovnica popisuje priečne aj pozdĺžne vlnenie a obsahuje dve premenné *x* a *t*. Vlnenie je dvojnásobne periodicky premenný jav – v čase a v priestore.

Ak sa šíri v smere osi *x* , potom vo vzťahu je **mínus.** Ak sa šíri v smere osi -*x* , potom vo vzťahu je **plus.**

Po úprave dostávame: $\xi(t) = \mathrm{A}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \mathrm{A}\sin(\omega t - kx)$,

kde zadefinujeme vlnové číslo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Vo všeobecnosti je vyjadrenie postupnej vlny v 3D priestore:
$\xi(t, \vec{r}) = \mathrm{A}\sin(\omega t \mp \boldsymbol{kr})$, kde $\boldsymbol{k} = \left(k_x, k_y, k_z\right)$ je vlnový vektor.

Fázový a dráhový rozdiel vlnení

Majme vlnenie vyjadrené rovnicou: $\xi(t,x) = \mathrm{A}\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right) = \mathrm{A}\sin(\omega t - \varphi)$

Fázový posun vieme vyjadriť ako $\varphi = \frac{\omega x}{v} = \frac{2\pi x}{\lambda} = kx$

Dva body vzdialené od seba o $\Delta x = x_2 - x_1$ budú kmitať s fázovým rozdielom $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x.$$

Z toho vyplýva, že fázový rozdiel je úmerný dráhovému rozdielu.

Špeciálne prípady:

1.) $\Delta x = k\lambda \Rightarrow \Delta\varphi = 2k\pi$, $k \in Z$, body kmitajú vo fáze,

2.) $\Delta x = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = (2k+1)\pi$, body kmitajú v protifáze.

2.2 Šírenie vĺn v priestore a Huygensov princíp

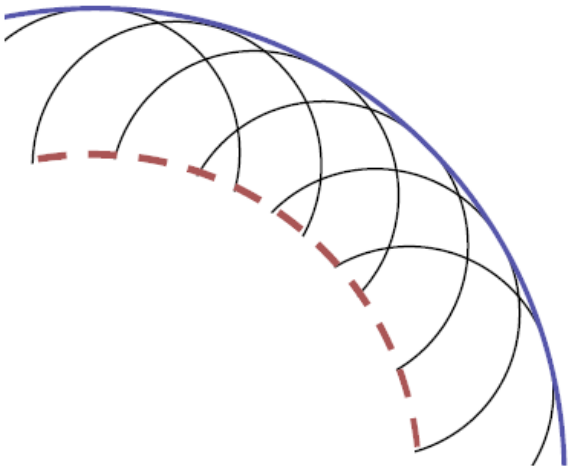
V 3D priestore sa vlna šíri všetkými smermi. Na šírenie vlny má veľký vplyv kvalita prostredia. Prostredie, kde sa vlny šíria všetkými smermi rovnako sa nazýva **izotropné prostredie** (opak **anizotropné**). Ak máme bodový zdroj vlnenia, v 2D priestore je tvar vĺn v podobe kruhov, v 3D priestore v podobe guľových plôch. Množina bodov s rovnakou fázou sa nazýva vlnoplocha. Vlnové pole je priestor, v ktorom sa šíri vlna.

Christiaan Huygens, obr. 2.4, bol významný holandský prírodovedec, ktorý položil základy vlnovej teórie svetla, vysvetlil dvojlom svetla, zostrojil okulár, zaoberal sa teóriou kyvadla, zostrojil kyvadlové hodiny. Vytvoril ďalekohľad, ktorým v roku 1655 objavil Saturnov mesiac Titan. Patrí medzi zakladateľov počtu pravdepodobnosti.

Obr. 2.4 Christiaan Huygens (1629-1695).

[https://en.wikipedia.org/wiki/Christiaan_Huygens]

Huygens vyslovil myšlienku, že svetlo je tvorené vlnením a pomocou konštrukcie vlnoplôch objasnil priamočiare šírenie svetla, zákon odrazu a lomu, popísal dvojlom a polarizáciu svetla. Huygensov princíp je dodnes platný pre všetky druhy šírenia vĺn. Vlnenie sa šíri tak, že všetky body vlnoplochy možno považovať za elementárne bodové zdroje, z ktorých sa šíria na všetky strany elementárne vlnenia, obr. 2.5. Vonkajšia plocha týchto elementárnych vlnení je výslednou vlnoplochou.



Obr. 2.5 Šírenie vĺn podľa Huygensovho princípu.

Energia, hustota energie a intenzita vlnenia

Celková energia harmonicky kmitajúceho bodu je vyjadrená ako:

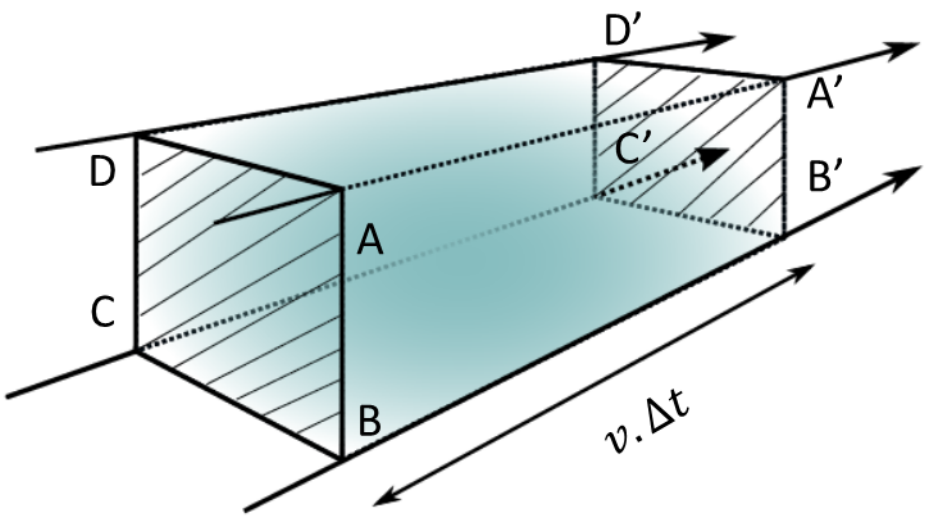
$$W_1 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m4\pi^2f^2A^2$$

Ak vzniká vlnenie v prostredí s hustotou ρ a miesto hmotného bodu uvažujeme objemový element ΔV s hmotnosťou Δm, tak pre výslednú energiu v objeme ΔV platí:

$$\Delta W = \frac{1}{2}\Delta m\omega^2A^2 = 2\pi^2\Delta mf^2A^2$$

Pre energiu v objemovej jednotke, nazývanú aj hustota energie vlnenia, dostávame:

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta V} = 2\pi^2\rho f^2A^2$$



Obr. 2.6 Prenos energie vlnou.

Vlna prenáša energiu a predpokladajme, že sa dostala do miesta *ABCD* a šíri sa ďalej (kvôli jednoduchosti predpokladajme, že v tomto malom objeme priestoru sa šíri len v smere k A'B'C'D', tzv. rovinná vlna), obr. 2.6.

Plocha ΔS - daná bodmi ABCD je orientovaná kolmo na smer šírenia vlnenia.

Za dobu Δt postúpi vlna do vzdialenosti $v\ \Delta t$ a platí:

$$\Delta \mathrm{V} = \Delta S\ \Delta l = \Delta S\ \Delta t\ v$$

$$\Delta W = \varepsilon\ \Delta V = \varepsilon\ \Delta S\ \Delta t\ v$$

Energia ΔW vyplní hranol ABCDA'B'C'D'.

Ak redukujeme túto hodnotu predelením Δt a ΔS na jednotkový čas a jednotkovú plochu dostaneme **intenzitu vlnenia**: $I = \frac{\Delta W}{\Delta S \Delta t} = 2\pi^2 \rho f^2 A^2 v$,

$[I] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ (watt na štvorcový meter).

Intenzita vlnenia je priamoúmerná hustote prostredia a rýchlosti vlnenia. Pre rovinnú vlnu (šíri sa len v jednom smere) je intenzita konštantná. Iné je to ale v prípade guľovej vlny, kde intenzita guľovej vlny je nepriamo úmerná druhej mocnine vzdialenosti *r* od stredu zdroja. Keď je energia vyslaná zdrojom vlnenia za časovú jednotku, čiže výkon zdroja vlnenia je *P*, tak za časovú jednotku musí prejsť rovnako veľká energia akoukoľvek guľovou plochou so stredom v mieste zdroja polomeru *r* a povrchu $S = 4\pi r^2$, takže postupne platí:

$$P = IS = I4\pi r^2 \rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \qquad \rightarrow \qquad I \sim \frac{1}{r^2} \quad ,$$

Keďže $I \sim A^2$, tak platí

$$I \sim A^2 \;\rightarrow\; A^2 \sim \frac{1}{r^2} \;\rightarrow\; A = \frac{A_0}{r}$$

- amplitúda guľového vlnenia je nepriamo úmerná vzdialenosti, kde A_0 je konštanta zdroja nezávislá na polohe.

2.3 Interferencia vlnenia

Obr. 2.7 Interferencia vlnenia.

V priestore sa môže šíriť súčasne viac vlnení z rôznych zdrojov. V takom prípade dochádza ku skladaniu kmitov jednotlivých vlnení, obr. 2.7. Keď sa vlnenia prekrývajú a potom sa opäť rozchádzajú, tak sa šíria tak, akoby sa predtým vôbec nestretli. Každé vlnenie sa šíri nezávisle, akoby sa v prostredí šírilo samo. Skladanie vlnení sa riadi princípom superpozície a nazýva sa **interferencia vlnenia.**

V ploche, kde sa vlnenia stretávajú, sa amplitúda periodicky mení. Skladaním vlnení sa na niektorých miestach vlnenie zosilní, na iných sa zoslabí, obr. 2.8. V prípade dvoch rovnobežných vlnení, ktoré sú lineárne polarizované, výsledkom interferencie bude vektorový súčet (ak sú polarizované rovnakým smerom, stačí skalárny súčet).

Ak majú vlnenia rovnakú frekvenciu f a ustálený fázový rozdiel $\Delta\varphi$ v každom bode priestoru, kde sa šíri, potom sa nazývajú **koherentné.**

Vypočítajme interferenciu dvoch koherentných vlnení ξ_1 a ξ_2šíriacich sa v rovnakom smere:

$$\xi_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) = A_1 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)\right]$$

$$\xi_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = A_2 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)\right]$$

pre koherentné vlnenia platí: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 =$ konšt.

Výsledný pohyb môžeme prirovnať ku skladaniu rovnomerných kmitov a pre amplitúdu platí:

$$A = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + A_2^2}$$

Amplitúda výsledného vlnenia tak nezávisí len od amplitúdy jednotlivých vlnení, ale aj od ich dráhového rozdielu, to znamená na vzdialenosti dvoch bodov, kde majú obe vlnenia rovnakú fázu.

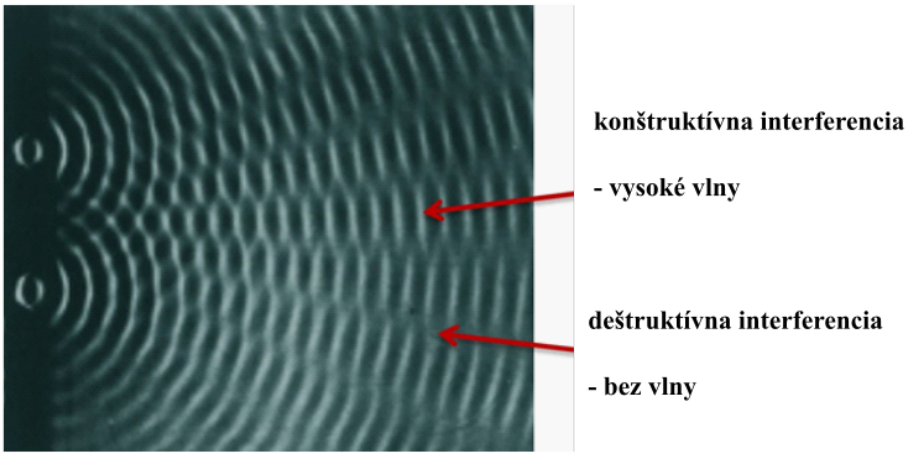
Špeciálne prípady:

1.) $\Delta x = k\lambda$, $\Delta\varphi = 2k\pi \rightarrow A = A_1 + A_2$ - konštruktívna interferencia

2.) $\Delta x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \rightarrow A = A_1 - A_2$ - deštruktívna interferencia,

ak $A_1 = A_2 \rightarrow A = 0$ - úplne deštruktívna interferencia.

Ak máme interferenciu dvoch vlnení blízkej frekvencie, potom vznikajú rázy. Ak skladáme dve vlnenia polarizované v rôznych smeroch, tak ich spočítame po zložkách.



Obr. 2.8 Interferencia dvoch koherentných vlnení.

2.3.1 Fázová a grupová rýchlosť

Uvažujme o vlnení vyjadrenom rovnicou: $y = A\cos\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$.

Zmena polohy jednotlivého bodu vlny za čas je daná fázovou rýchlosťou $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$.

V prípade ak máme interferenciu dvoch vĺn s blízkou frekvenciou, vznikajú rázy. V tomto prípade meriame grupovú rýchlosť u, ktorá je takmer vždy menšia ako fázová rýchlosť.

Vyjadrime si vzťah medzi fázovou a grupovou rýchlosťou. Majme dve vlnenia, pre ktoré platí: $A_1 = A_2 = A$, ale $T_1 \neq T_2$ avšak nie veľmi rôzna. Pre tieto vlnenia platí:

$$v_1 = \frac{\lambda_1}{T_1} = \lambda_1 f_1, \quad v_2 = \frac{\lambda_2}{T_2} = \lambda_2 f_2$$

$$y_1 = A\cos\left[2\pi f_1\left(t - \frac{x}{v_1}\right)\right]$$

$$y_2 = A\cos\left[2\pi f_2\left(t - \frac{x}{v_2}\right)\right]$$

Sčítaním vĺn dostaneme:

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left[\pi(f_1 + f_2)t - \pi\left(\frac{f_1}{v_1} + \frac{f_2}{v_2}\right)x\right]\ \cos\left[\pi(f_1 - f_2)t - \pi\left(\frac{f_1}{v_1} - \frac{f_2}{v_2}\right)x\right]$$

Ak $f_1 \approx f_2 \rightarrow f_1 + f_2 \approx 2f$, $v_1 \approx v_2 = v$

$$\frac{f_1}{v_1} + \frac{f_2}{v_2} = \frac{2f}{v}$$

$$y = 2A\cos\left[\pi(f_1 - f_2)\left(t - \frac{\frac{f_1}{v_1} - \frac{f_2}{v_2}}{f_1 - f_2}x\right)\right]\ \cos\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

$$y = A'\ \cos\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

kde $A' = 2A\cos\pi\left[(f_1 - f_2)\left(t - \frac{x}{u}\right)\right]$, $\quad u = \frac{f_1 - f_2}{\frac{f_1}{v_1} - \frac{f_2}{v_2}}$ – grupová rýchlosť

Okamžitá grupová rýchlosť: $u = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\frac{f}{v}}$ ďalej platí: $f = \frac{v}{\lambda}$ $\quad \mathrm{d}f = \frac{\lambda \mathrm{d}v - v\mathrm{d}\lambda}{\lambda^2}$

diferenciál podielu: $\mathrm{d}\left(\frac{f}{v}\right) = \mathrm{d}\left(\frac{1}{\lambda}\right) = -\frac{1}{\lambda^2}\mathrm{d}\lambda$ a po dosadení pre grupovú rýchlosť:

$$u = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\left(\frac{f}{v}\right)} = \frac{\frac{\lambda \mathrm{d}v - v\mathrm{d}\lambda}{\lambda^2}}{-\frac{1}{\lambda^2}\mathrm{d}\lambda} = v - \frac{\lambda}{\mathrm{d}\lambda}\mathrm{d}v$$

a dostávame vzťah medzi grupovou a fázovou rýchlosťou:

$$u = v - \lambda\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\lambda}$$

2.3.2 Stojaté vlnenie

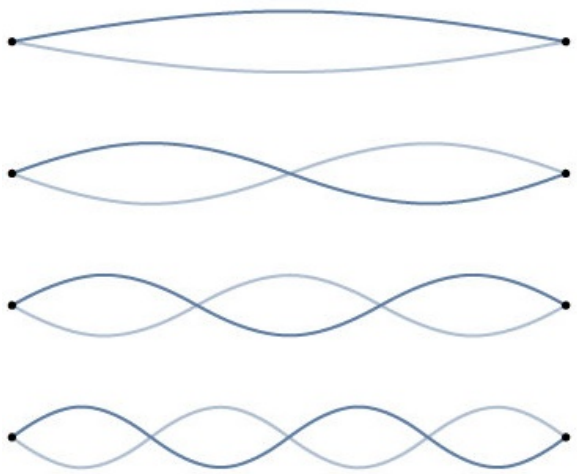
Kmitaním napríklad lana upevnenom na jednom konci môžeme vytvoriť vlnenie, kde sa vlna nebude pohybovať a jednotlivé body budú kmitať s rovnakou amplitúdou. Takéto vlnenie nazývame stojaté vlnenie a vzniká skladaním dvoch postupných vlnení rovnakej amplitúdy a vlnovej dĺžky, ktoré sa šíria proti sebe. Vypočítajme výslednú výchylku takejto interferencie. Majme dve vlnenia ξ_1 a ξ_2:

$$\xi_1 = \mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \qquad \xi_2 = \mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2\mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(\frac{\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}}{2}\right)\right]\cos\left[2\pi\left(\frac{\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}}{2}\right)\right]$$

$$= 2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right).$$

Z rovnice vyplýva, že všetky body kmitajú s rovnakou fázou, len sa mení amplitúda A'=$2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$. Výsledné vlnenie je harmonické a výsledná amplitúda závisí od polohy. Existujú body, kde amplitúda je trvalo nulová – uzly a body, kde amplitúda dosahuje maximum – kmitne, obr. 2.9.



Obr. 2.9 Stojaté vlnenie.

$A' = 0 \leftrightarrow \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) = 0$ uzly $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

$A' = \max \leftrightarrow \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) = 1$ kmitne $x = 2k\frac{\lambda}{4}$

Vzdialenosť medzi susednými uzlami k a k+1, resp. kmitňami je λ/2.

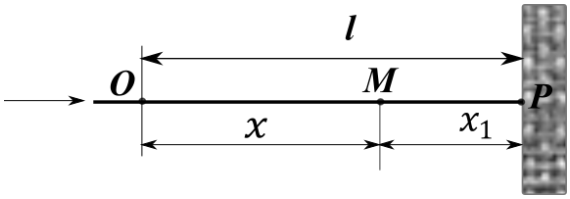
Z výsledkov vyplýva rozdiel medzi postupným a stojatým vlnením.

Postupné vlnenie: $A = \text{konšt.}, \ \varphi \neq \text{konšt.}$

Stojaté vlnenie: $A \neq \text{konšt.}, \ \varphi = \text{konšt.}$

2.3.3 Odraz vlnenia

Majme vlnenie, ktoré postupuje prostredím a dorazí na druhé prostredie, ktoré môže byť veľmi tuhé alebo veľmi poddajné. Predpokladajme, že vlnenie 1 postupuje od bodu O do bodu P, obr. 2.10. Odrazená vlna 2 s rovnakou amplitúdou a vlnovou dĺžkou interferuje s vlnením 1.



Obr. 2.10 Konštrukcia k výpočtu odrazu vlnenia.

Vyjadrime si výchylku zloženej vlny v bode M. Vlnenie 1 a 2 zapíšeme v tvare:

$$\xi_1 = \mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$\xi_2 = \mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+2x_1}{\lambda}\right)-\varphi\right]$$

Výsledné vlnenie je potom dané:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \mathrm{A}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) + \mathrm{A}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+2x_1}{\lambda}\right)-\varphi\right] =$$

$$= 2\,A\cos\left[2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda}\right)+\frac{\varphi}{2}\right]\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+x_1}{\lambda}\right)-\frac{\varphi}{2}\right]$$

Označme si OP=$x+x_1=l$ a dostávame:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2\,A\cos\left[2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda}\right)+\frac{\varphi}{2}\right]\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{l}{\lambda}\right)-\frac{\varphi}{2}\right] =$$

$$=\underbrace{2A\cos\left(2\pi\frac{x_1}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}\right)}\underbrace{\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{l}{\lambda}\right)-\frac{\varphi}{2}\right]}$$

a môžeme to zapísať do tvaru:

$$\xi = A'\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{l}{\lambda}\right)-\frac{\varphi}{2}\right],$$

kde A' je výsledná amplitúda, ktorej hodnota závisí na x_1, čiže na polohe zvoleného miesta M, nie však na čase. Zložené vlnenie je vlnenie stojaté.

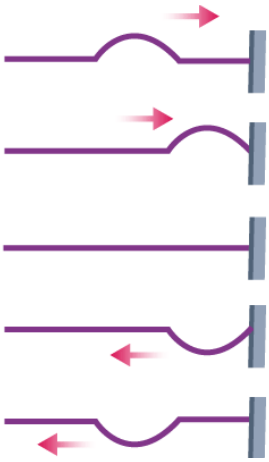
Uvažujme dva špeciálne prípady:

1.) odraz na nekonečne tuhom prostredí - bod na rozhraní sa nemôže vychýliť.

Platí: $x_1 = 0 \rightarrow A'_{(x_1)} = 2A\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0,$

kde $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \Longrightarrow \quad \varphi = \pi.$

- dokonale tuhé prostredie sa odráža v protifáze - zákon akcie a reakcie, obr.2.11.



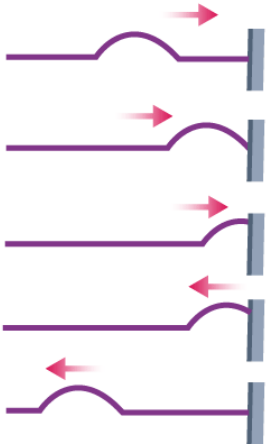
Obr. 2.11 Odraz jednotlivej vlny na tuhom prostredí.

2.) odraz na nekonečne poddajnom prostredí - bod na rozhraní sa vychýli, obr. 2.12.

Amplitúda A' bude maximálna = 2A

$$\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 1 \qquad \frac{\varphi}{2} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \varphi = 0$$

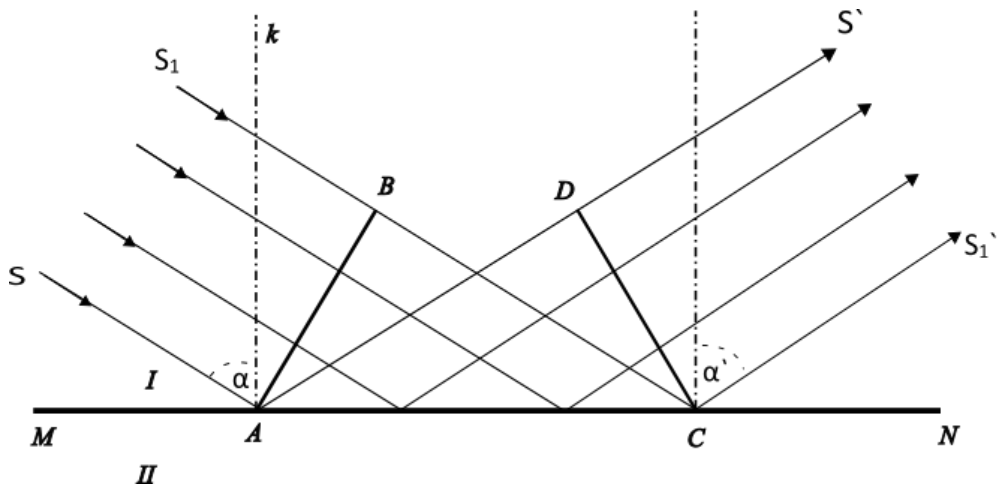
- fáza sa nemení.



Obr. 2.12 Odraz jednotlivej vlny na poddajnom prostredí.

2.4 Zákon odrazu

Majme rovinnú vlnu ohraničenú lúčmi s_1 a s, ktorá dopadá na rovinné rozhranie prostredí I a II. Lúče narazia na rozhranie a správajú sa ako zdroj vlnenia a šíria sa naspäť do prostredia I, obr. 2.13.



Obr. 2.13 Odraz vlnenia.

Čelo vlny je kolmé na lúče. Z obr. 2.13 je zrejmé, že platí:

$$\measuredangle \mathrm{ABC} = \frac{\pi}{2} = \measuredangle \mathrm{ADC}$$

AC je rovnaká prepona pre oba trojuholníky.

$$\mathrm{BC} = \mathrm{AD} \rightarrow \measuredangle \mathrm{ACB} = \measuredangle \mathrm{CAD}$$

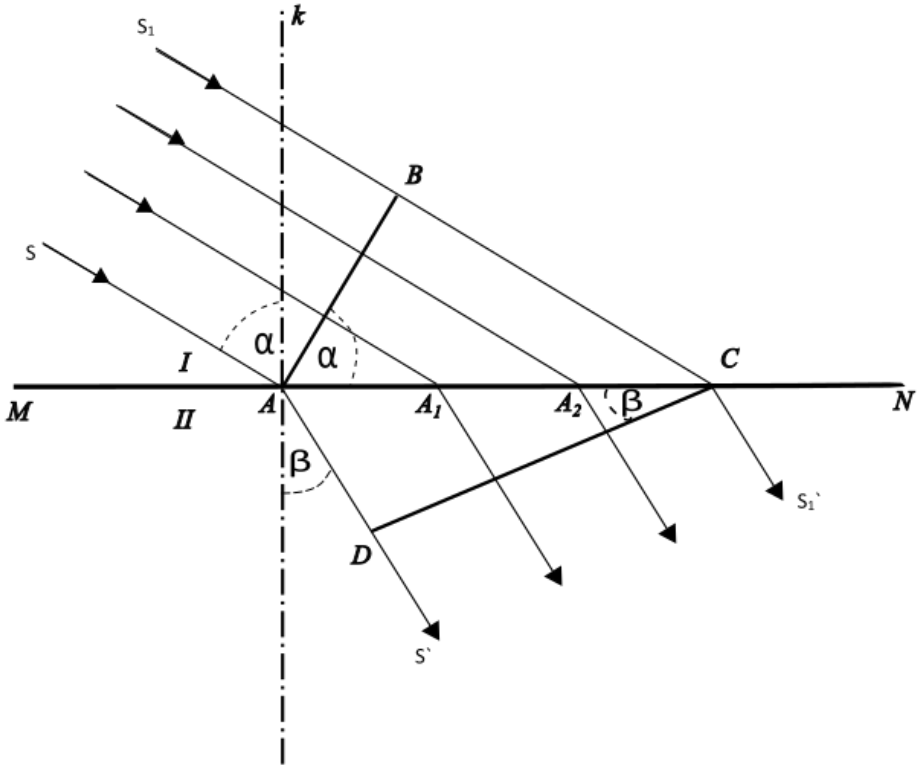
- to znamená, že čelo dopadajúcej vlny zviera s rozhraním MN rovnaký uhol ako čelo odrazenej vlny, čiže platí: $\alpha = \alpha'$

Pre lúč z bodu B do bodu C platí $\mathrm{BC} = v\, t_1$ a súčasne platí $\mathrm{AD} = v\, t_1$ a dostávame:

Zákon odrazu: odrazený lúč zostáva v rovine dopadu (určená je lúčom a kolmicou v bode dopadu), pričom uhol odrazu sa rovná uhlu dopadu. Platí to iba pre hladký povrch, ak povrch nie je hladký, nastáva difúzny odraz.

2.5 Zákon lomu

Opäť uvažujme rovinnú vlnu ohraničenú lúčmi s_1 a s, ktorá dopadá na rovinné rozhranie I a II. Lúče narazia na rozhranie a správajú sa ako zdroj vlnenia a šíria sa do prostredia II, obr. 2.14. V prostredí I sa šíri vlnenie rýchlosťou v_1 a v prostredí II sa šíri vlnenie rýchlosťou v_2.



Obr. 2.14 Lom vlnenia.

Nech $v_2 < v_1$, z obr. 2.14 vyplýva: $\measuredangle \mathrm{ABC} = \frac{\pi}{2} = \measuredangle \mathrm{ADC}$

AC je rovnaká prepona pre oba trojuholníky., $\mathrm{BC} = v_1 \Delta t$ a $\mathrm{AD} = \mathrm{v}_2 \Delta t$

Pre $\sin\alpha$ a $\sin\beta$ platí: $\mathrm{BC/AC} = \sin\alpha$, $\mathrm{AD/AC} = \sin\beta$.

Keďže čas pre prejdenie oboch dĺžok BC a AD je rovnaký, platí dostávame pre pomer rýchlostí:

$$\frac{|\mathrm{BC}|}{|\mathrm{AD}|} = \frac{|\mathrm{AC}| \sin\alpha}{|\mathrm{AC}| \sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1,2}$$

kde definujeme index lomu $n_{1,2}$ pre lom medzi prostrediami I a II. Pre lom teda platí zákon, nazývaný aj **Snellov zákon**:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1,2}$$

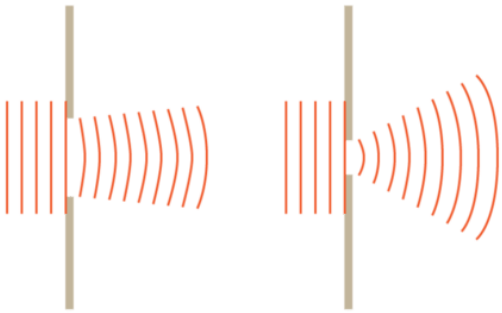
Pomer sínusu uhla dopadu a sínusu uhla lomu je pre dané dve prostredia stála veličina, ktorá sa rovná pomeru rýchlosti šírenia vlny v oboch prostrediach a nazýva sa index lomu.

Ak platí: $v_2 < v_1 \rightarrow \beta < \alpha$, lom <u>ku kolmici.</u>

Ak platí: $v_1 < v_2 \rightarrow \alpha < \beta$, lom <u>od kolmice.</u>

V tomto druhom prípade, k maximálnemu uhlu lomu $\beta_0 = \frac{\pi}{2}$ patrí uhol dopadu α_0. Ak je uhol dopadu väčší ako α_0 – medzný uhol, dochádza k úplnému odrazu.

Vlnenie je pri šírení ovplyvnené prekážkami. Ak je prekážka oveľa väčšia, ako je vlnová dĺžka λ, potom vlnenie neprejde cez prekážku. Ak je prekážka oveľa menšia, ako je vlnová dĺžka nedochádza ku zmene – akoby nebola. Ak je rozmer prekážky približne rovnaký ako vlnová dĺžka, nastáva ohyb vlnenia. Podobne to platí aj pre štrbinu. Vlnenie sa dostáva aj do priestoru za štrbinou a na okraji sa čelo vlny začne ohýbať, takže lúče zmenia svoj smer, obr. 2.15.



Obr. 2.15 Ohyb vlnenia na štrbine.

2.6 Akustika

Mechanické kmitavé deje, vyvolané chvejúcim sa pružným telesom a šíriace sa vzduchom, alebo iným vhodným prostredím ako tlaková vlna a ktoré môžeme vnímať sluchom, nazývame zvuk. Veda, ktorá sa zaoberá mechanickým vlnením z tohto hľadiska sa nazýva akustika. Vo všeobecnosti môžeme zvuk rozdeliť na tri skupiny: počuteľný zvuk: 15 Hz – 20 kHz, infrazvuk $f < 15\,\mathrm{Hz}$ a ultrazvuk $f > 20\,\mathrm{kHz}$. Zvuk môže byť vyvolaný aj neperiodickými zmenami. Jednoduchý tón nazývame sínusový alebo kosínusový tón a hluk je zmes periodických a neperiodických kmitov. Ak sú zastúpené rovnomerne všetky frekvencie, nazývame to bielym šumom.

Tón vieme popísať frekvenciou *f*, amplitúdou *A* a časom trvania *t*. Z hudobného pohľadu je *f* – absolútna výška tónu, *A* – intenzita tónu, *t* – doba trvania. V hudbe používané tóny sú vo frekvenčnom intervale 16 Hz – 16 kHz a sú rozložené do 8 oktávových intervalov. Hudobný interval nie je daný frekvenciou, ale pomerom tónov. Oktáva je interval medzi dvoma tónmi, ktorých pomer frekvencií je dva, pomer 3/2 je kvinta a pomer 5/4 sa nazýva veľká tercia. Celočíselné kladné násobky tónov sú harmonické tóny k základnému tónu. Preto by mohol byť každý tón označený svojou frekvenciou. Pretože v praxi je takéto označenie veľmi nepohodlné, uvádza sa frekvencia len pre tzv. komorné *a*, ktoré má frekvenciu 440 Hz. V hudbe sa jednotlivé tóny označujú písmenami. Súčasne používaná stupnica sa v histórii hudby postupne vyvíjala. Staroveká európska hudba používala Pytagorejskú pentatoniku – c d f g a c, keď obsahovala len intervaly kvinty a oktávu. V priebehu storočí vznikla potreba rozšírenia pentatoniky o ďalšie dva stupne a vznikla heptatonická stupnica. Od 14. storočia si rozvoj viachlasnej hudby a prevaha harmonického cítenia nad melodickým vynútil stupnice dur a mol. Hudobným akordom nazývame niekoľko vhodne zvolených tónov, príjemný (konsonantný) zvuk sa nazýva súzvuk, opakom je nepríjemný (disonantný, kakofonický) zvuk.

2.6.1 Intenzita zvuku

Pre kmitavý pohyb je výkon definovaný ako energia za časovú jednotku: $P = \frac{W}{t}$. Pre zvukové vlny definujeme zvukový výkon, ktorý pripadá na plošnú jednotku. Intenzita zvuku je potom zvukový výkon na jednotku plochy, čiže priemerná energia vlnenia, ktorá prejde za jednotku času jednotkovou plochou *S* kolmou k smeru šírenia:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{W}{tS} = \frac{mv_{ef}^2}{tS} = \frac{\rho S c t v_{ef}^2}{tS} = \rho c v_{ef}^2$$

kde $m = \rho\, V = \rho\, S\, c\, t,\quad c -$ rýchlosť vlnenia, $P -$ výkon,

v_{ef} - efektívna rýchlosť pohybu častíc vlniaceho sa prostredia.

Definovaná stredná kvadratická hodnota priebehu periódy *T*:

$$\langle v^2 \rangle = v_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T v^2 \mathrm{d}t \qquad \text{pre} \qquad v = v_m \cos(\omega t) \qquad\qquad v_{ef} = \frac{v_m}{\sqrt{2}}$$

Intenzita sa môže definovať aj ako stredný akustický výkon na jednotkovú plochu:

$$\langle \frac{P}{S} \rangle = p_{ef} v_{ef} = I$$

kde p_{ef} –efektívny tlak a $\langle p^2 \rangle = p_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T p^2 \mathrm{d}t$

Akustický tlak definujeme ako odchýlku tlaku od strednej hodnoty tlaku v prostredí, v ktorom sa zvuková vlna šíri. Tento tlak súvisí so zmenami hustoty prostredia v dôsledku šírenia sa pozdĺžnej vlny.

Pre sínusovú vlnu platí $\quad p = p_m \cos(\omega t)$,

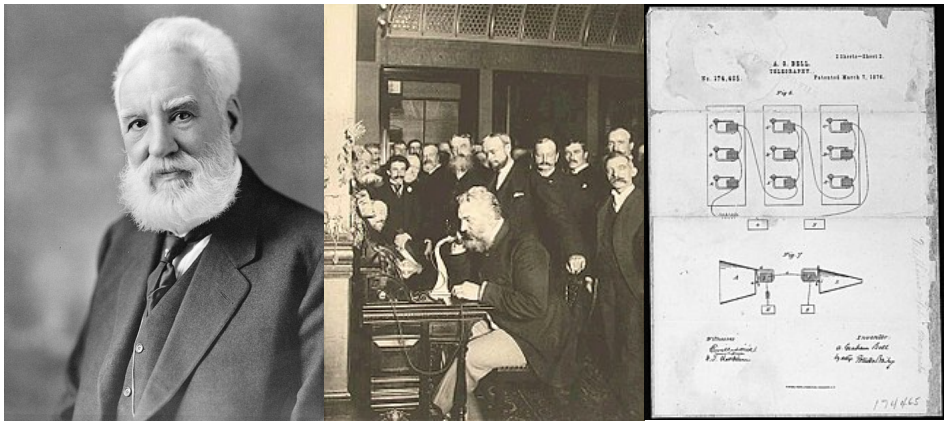
pričom $p_m = \rho\, c\, v_{max}$ a $p_{ef} = \frac{p_m}{\sqrt{2}}$

Po úprave dostávame vzťah: $\quad I = \frac{{p_{ef}}^2}{\rho c} \qquad\qquad [I] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$

Intenzitu meriame nepriamo, stanovením efektívnej rýchlosti, alebo efektívneho tlaku. Pri rovinnej vlne je intenzita tónu stála, ale pri guľovej vlnoploche, kde rastie s rastúcim polomerom vlnoplochy aj jej povrch, musí sa tá istá energia rozprestierať na stále väčšiu plochu. Jednotkovou plochou preto prejde za jednu sekundu vo vzdialenosti *n*-krát väčšej od zdroja $n^2 -$ krát menej energie.

2.6.2 Citlivosť sluchu

Ak k nášmu uchu dôjdu dva tóny rovnakej intenzity, ale rôznych frekvencií, nevnímame ich s rovnakou hlasitosťou. Tento rozdiel v subjektívnej hlasitosti tónu je vyvolaný rôznou citlivosťou sluchového orgánu pre rôzne akustické frekvencie. Najlepšia citlivosť je okolo 3 kHz. Smerom ku krajom, citlivosť klesá. Keďže napr. rozsah intenzít pre 1 kHz (referenčný tón) je 13 rádov, ukazuje sa výhodnejšie na vyčíslenie takýchto pomerov logaritmická mierka. Zavádza sa hladina akustickej intenzity: $\log\frac{I}{I_0}$, kde I_0 je prahová intenzita, I je intenzita tónu. Preto dostávame pre maximum: $\max\left(\log\frac{I}{I_0}\right) = 13$ belov [B]. Vidíme, že pri 10 násobnom zvýšení intenzity sa hladina intenzity zvýši o 1 bel. Ucho rozlíši 2 tóny, ak sa líšia o 0,1 B, preto sa častejšie v praxi používa jednotka decibel [dB]. Rozsah hladiny akustickej intenzity je potom: 0 – 130 dB. Jednotka bel je nazvaná po všestrannom vedcovi Alexandrovi Grahamovi Bellovi (1847-1922), obr. 2.16, ktorý bol profesorom pre hlasovú fyziológiu v Bostone, USA, ale mal aj patenty na telefón (1876), detektor kovov, fonograf a hydroplán. Takisto bol aj prezidentom National Geographic Society.



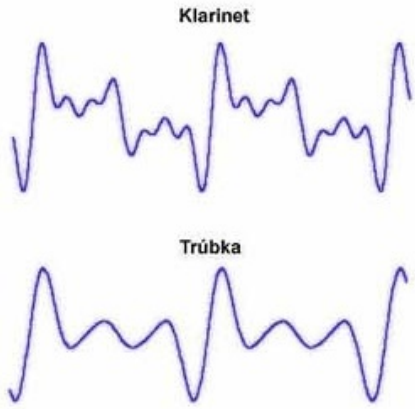
Obr. 2.16 Alexander Graham Bell, Bell pri otvorení telefónnej linky New York – Chicago,1892 a patent na telefón, 1876.
(https://en.wikipedia.org/wiki/Alexander_Graham_Bell)

Keďže rovnakú intenzitu s rôznou frekvenciou nevnímame s rovnakou hlasitosťou zavádza sa:

hladina hlasitosti: $= \text{Fón},\ [\Lambda] = 1\ \text{Ph}.$

Tón má hladinu hlasitosti x Ph ak sa javí nášmu sluchu rovnako hlasitý ako frekvenčný tón 1 kHz s hladinou akustickej intenzity x dB. Farbu zvuku nazývame vlastnosť zvuku, podľa ktorej vieme rozoznať ten istý tón zahratý na rôznych nástrojoch.

Ten istý tón znie rôzne pre rôzne hudobné nástroje keďže je určený počtom a intenzitou harmonických frekvencií, obr. 2.17. Ak je málo harmonických frekvencií, máme dutý (prázdny) zvuk, ak je veľa harmonických frekvencií, počujeme plný (ostrý) zvuk.



Obr. 2.17 Farba zvuku rôznych nástrojov.

Mechanické zdroje zvuku delíme na:

- chordofóny – zvuk vytvára struna (klavír, gitara, husle),
- membránofóny – zvuk vytvára membrána (bubon),
- aerofóny – zvuk vytvára vzduch (dychové nástroje),
- idiofóny – samozvučné – zvuk vytvára tyč, doska,
- elektrofóny – zvuk vzniká elektricky.

V praxi sa zväčša používajú viazané sústavy: sekundárny žiarič + primárny žiarič

rezonátor + struna (gitara)

stĺpec + jazýček (trúbka).

2.6.3 Priečne kmity strún. Frekvencia tónu na strune.

Predpokladajme priečne kmity na strune, kde platí, že priečna výchylka pre každý bod je funkciou času: $\xi = k' \sin(\omega t + \varphi)$, kde ako sme ukázali pri popise stojatej vlny odrazom v kapitole 2.3.3:

$$k' = 2A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Ak zvolíme súradnicovú sústavu tak, že struna leží na osi *x*, počiatok struny *x = 0*, koniec *x = l*, tak zároveň sme tým definovali aj polohu uzlov. Rýchlosť vlnenia označme *c*.

Pre *x* = 0 platí: $\xi_0 = 0,$ potom $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2}$ čiže $k' = 2A \sin \frac{\omega\, x}{c}$

Pre *x* = *l* ak $\xi_l = 0 \leftrightarrow \sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad \leftrightarrow \quad \frac{\omega l}{c} = k\pi, \ k \epsilon Z$

Keďže $\omega = 2\,\pi\, f$ je $f = \frac{kc}{2l}$

Ak hrúbku struny označíme *d*, rýchlosť struny je daná $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ a frekvenciu môžeme vyjadriť ako: $f = \frac{k}{2}\frac{c}{l} = \frac{k}{2}\frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{l}$ kde $\mu = \frac{\pi d^2}{4}\rho$

kde *F* je sila, ktorou je struna napínaná, *ρ* je hustota materiálu tyče.

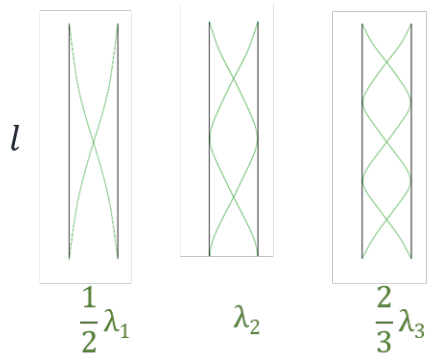
Dostávame vzorec, ktorý sa nazýva aj **Taylorov vzorec** pre frekvenciu základného (*k* = 1) tónu na strune:

$$f = \frac{1}{ld}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$$

2.6.4 Pozdĺžne kmity tyčí

Tyčami v akustike rozumieme pevné pružné teleso, ktoré sa vie rozochvieť bez pôsobenia vonkajšej napínacej sily (na rozdiel od strún).

A. Tyč, ktorá je na oboch koncoch voľná (voľne zavesená na svojom strede) sa môže rozkmitať aj pozdĺžne aj priečne. Rozoberieme príklad pozdĺžnych kmitov. Pri kmitaní voľne zavesenej tyče vznikajú stojaté pozdĺžne vlny a na konci musia byť kmitne, obr. 2.18.



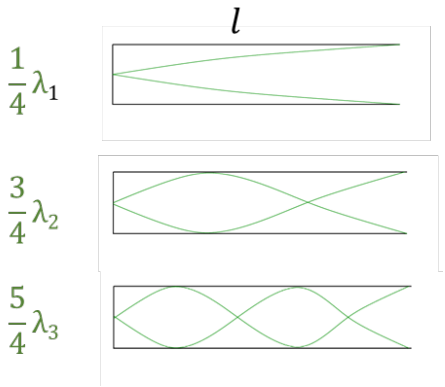
Obr. 2.18 Pozdĺžne kmity tyče voľnej na oboch koncoch.

Najjednoduchší príklad nastane, keď medzi kmitňami sa vytvorí jeden uzol. Frekvencia základného tónu je: $f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{c}{2l} = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{2l}$, $kde\ c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ a E je Youngov modul pružnosti.

Pre odpovedajúce harmonické frekvencie platí: $f_k = k\ \frac{c}{2l}$

Tyč okrem základnej frekvencie vydáva aj vyššie harmonické frekvencie.

B. Tyč, ktorá má jeden koniec voľný a druhý upevnený tvorí pri základnom tóne štvrtinu vlny, obr. 2.19.



Obr. 2.19 Pozdĺžne kmity tyče upevnenej na jednom konci.

Frekvencia základného tónu: $f_k = \frac{2k-1}{4l}c$, kde l je nepárny násobok 1/4 vlnovej dĺžky,

$k = 1, 2,3,4\ldots$

Na tyči pri takomto upevnení vznikajú okrem základného tónu nepárne harmonické zložky.

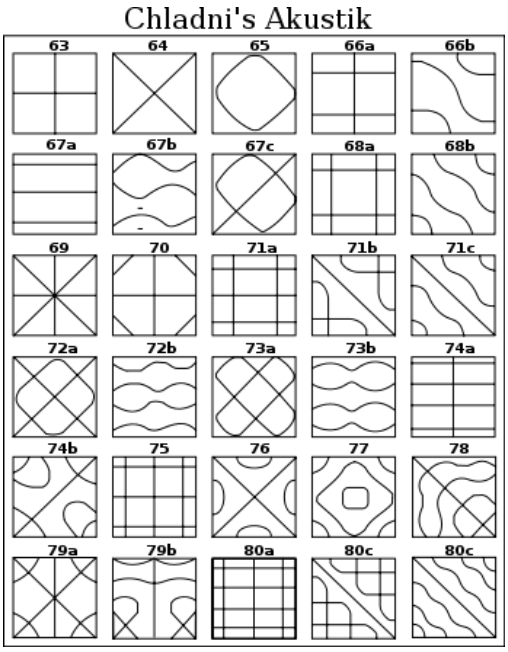
2.6.5 Kmity dosiek a membrán

Za dosky, alebo membrány považujeme telesá, kde dva rozmery prevládajú nad tretím. Dosky kmitajú podobne ako tyče, ale teória ich kmitania je oveľa zložitejšia. Frekvencia ich základného tónu je:

$$f = \text{konšt.}\frac{d}{S}\sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

kde S – plocha dosky, d – hrúbka dosky, E – modul pružnosti, ρ je hustota dosky.

Okrem základného tónu, vydávajú dosky veľa vyšších, väčšinou neharmonických tónov. Tvar uzlových čiar je možné pozorovať, keď posypeme povrch dosky jemným pieskom a vznikajú známe Chladniho obrazce (Ernst Chladni, rodina zo strany otca z Kremnice), obr. 2.20.



Obr .2.20 Príklady Chladniho obrazcov – kmitanie dosiek.

https://en.wikipedia.org/wiki/File:Chladini.Diagrams.for.Quadratic.Plates.svg

Membrána alebo blana nekladú odpor ohybovým silám. Pružnosť sa prejaví, keď sú pod vplyvom vonkajších napínajúcich síl. Pre frekvenciu membrán platí:

$$f = \frac{\text{konšt.}}{d}\sqrt{\frac{p}{\rho t}}$$

kde d- priemer membrány, p-napätie, t-hrúbka membrány.

2.6.6 Chvenie vzduchových stĺpcov

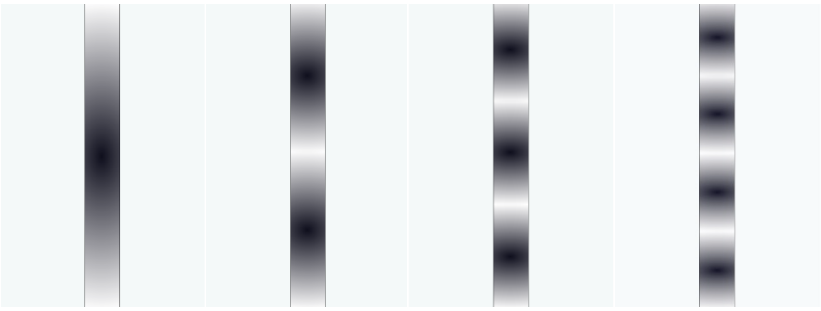
Pri píšťalách uvažujeme o chvení vzduchových stĺpcov. Aj tu môžu nastať prípady chvení vzduchu buď na obidvoch koncoch otvorených, alebo na jednom konci uzavretom.

A. Ak uvažujeme oba konce voľné, patrí tu napríklad labiálna píšťala. Rezonancia nastane, keď frekvencia vynútených kmitov je totožná s niektorou z vlastných frekvencií vzduchového stĺpca. Ak je vzduchový stĺpec z oboch strán otvorený, tak po odraze na voľných koncoch vznikajú stojaté vlny s kmitňami na oboch koncoch, obr. 2.21. V oblasti uzla sa periodicky strieda zhustenie a zriedenie vzduchu. V stĺpci sa môže vytvoriť 1,2,3...k polvĺn, takže:

$l = k\frac{\lambda_k}{2}$ a pre frekvenciu platí:

$$f_k = k\frac{c}{\lambda} = k\frac{c}{2l}$$

kde c je rýchlosť šírenia vlnenia. Z toho vyplýva, že otvorená píšťala okrem základného tónu vydáva aj vyššie harmonické tóny.



Obr. 2.21 Chvenie vzduchu vo valcovom stĺpci, ktorý je na oboch koncoch otvorený.

B. Ak uvažujeme jeden koniec uzavretý, tak na uzavretom konci vzniká uzol a na druhom konci vzniká kmitňa, obr. 2.22. Preto pre dĺžku l píšťaly platí: $l = \frac{(2k-1)\lambda_k}{4}$, kde k = 1,2,3,.... a frekvencie krytej píšťaly sú dané vzťahom:

$$f_k = \frac{2k-1}{4l}c$$

Takáto píšťala vydáva len nepárne harmonické tóny, a preto má farebne chudobnejší zvuk.

Obr. 2.22 Chvenie vzduchu vo valcovom stĺpci, ktorý je na jednom konci uzavretý.

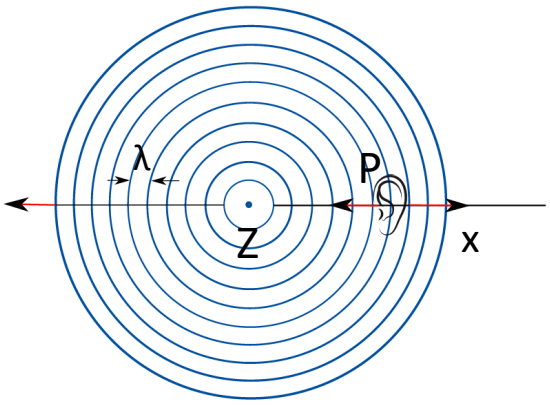
2.6.7 Dopplerov jav pre zvukové vlny

Keď stojíme pri ceste, kde autá idú vyššou rýchlosťou, tak si všimneme, že zvuk auta ktoré sa približuje má vyššiu frekvenciu, ako zvuk auta ktoré sa vzďaľuje. Táto zmena tónu zvuku je príkladom Dopplerovho javu. Tento jav bol objavený rakúskym fyzikom Christianom Dopplerom v roku 1842 a experimentálne potvrdený holandským vedcom Buysom Ballotom v roku 1845, obr. 2.23.

Obr. 2.23 Christian Doppler (1803 – 1853) a Buys Ballot (1817 – 1890).

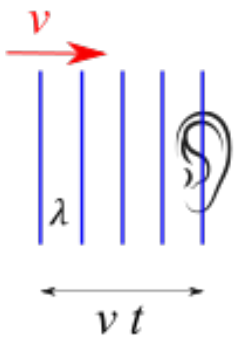
Dopplerov jav sa prejavuje nielen pri zvukových vlnách, ale aj pri elektromagnetických vlnách, čiže aj pri viditeľnom svetle. V nasledujúcej časti si rozoberieme zvukové vlny.

Majme zdroj zvuku Z a pozorovateľa P (ucho), obr. 2.24. Ak zdroj Z a pozorovateľ P sú v pokoji, potom pozorovateľ vníma frekvenciu, akú vysiela zdroj.



Obr. 2.24 Stacionárny zdroj zvuku Z a detektor – pozorovateľ P.

Zo zdroja zvuku sa šíria vlnoplochy (pre jednoduchosť rovinné vlny) rýchlosťou v vo vzduchu. Frekvencia zaznamenaná pozorovateľom je daná počtom vlnových dĺžok, ktoré prejdú pozorovateľom za jednotku času, obr. 2.25.



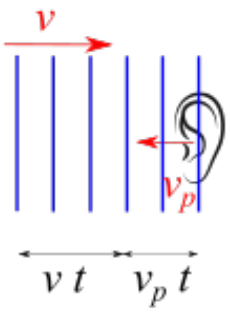
Obr. 2.25 Vlnoplochy smerujúce od zdroja ku pozorovateľovi.

Vlnoplochy s vlnovou dĺžkou λ sa za čas t posunú o úsek (vzdialenosť) $v\,t$ a počet vlnových dĺžok na dĺžke $v\,t$ je rovný $v\,t\,/\,\lambda$.

Frekvencia zaznamenaná pozorovateľom je potom: $f = \frac{v\,t/\,\lambda}{t} = \frac{v}{\lambda}$

Ak zdroj Z je v pokoji a pozorovateľ P sa pohybuje smerom k zdroju Z.

Za čas t sa vlnoplochy posunú o $v\,t$, obr. 2.26. Pozorovateľ sa posunie za čas t o: $v_P\,t$



Obr. 2.26 Vlnoplochy smerujúce od zdroja k pohybujúcemu sa pozorovateľovi.

Vzhľadom na P sa za čas t posunú vlnoplochy o: $v\,t + v_P\,t$.

Počet vlnových dĺžok na dĺžke $v\,t + v_p t$ je: $(v\,t + v_P\,t)\,/\,\lambda$.

Frekvencia zaznamenaná pozorovateľom je: $f' = \frac{(v\,t + v_P\,t)\,/\,\lambda}{t} = \frac{v + v_P}{\lambda}$

Z rovnice $f = \frac{v\,t\,/\,\lambda}{t} = \frac{v}{\lambda}$ platí $\lambda = v\,/\,f$ a dostávame: $f' = f\,\frac{v + v_P}{v}$

Z rovnice vyplýva, že f' musí byť vyššia ako f.

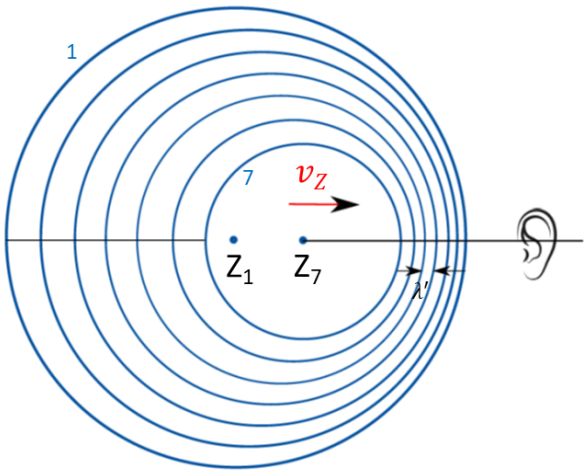
Podobne sa dá ukázať pre pohyb pozorovateľa od zdroja, že platí:

$$f' = f\,\frac{v - v_P}{v},$$

f' bude nižšia ako f.

Rovnice môžeme zhrnúť do tvaru: $f' = f\,\frac{v \pm v_P}{v}$

Zdroj sa pohybuje smerom k pozorovateľovi P, ktorý je v pokoji



Obr. 2.27 Pohybujúci sa zdroj zvuku Z a pozorovateľ v pokoji.

Nech T=1 /f je doba medzi vyslaním jednotlivých po sebe idúcich vlnoplôch. Za čas T sa vlnoplocha posunie o vzdialenosť $v\,T$ a zdroj sa posunie za čas T o vzdialenosť $v_Z\,T$, obr. 2.27.

V smere pohybu zdroja je vzdialenosť medzi susednými vlnoplochami (vlnová dĺžka λ'):

$$v\,T - v_Z\,T$$

Frekvencia zaznamenaná pozorovateľom je potom:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{v\,T\ -\ v_Z\,T} = \frac{v}{v/f\ -\ v_Z/f} = f\,\frac{v}{v\ -\ v_Z}$$

f' bude vyššia ako f.

Analogicky: Zdroj sa pohybuje od pozorovateľa P.

Frekvencia zaznamenaná pozorovateľom: $f' = f\,\frac{v}{v + v_Z}$

f' bude nižšia ako f.

Rovnice môžeme zhrnúť do tvaru: $f' = f\,\frac{v}{v \mp v_Z}$

Môžeme napísať aj vzťah pre **všeobecný Dopplerov jav:** $f' = f\,\frac{v \pm v_P}{v \mp v_Z}$

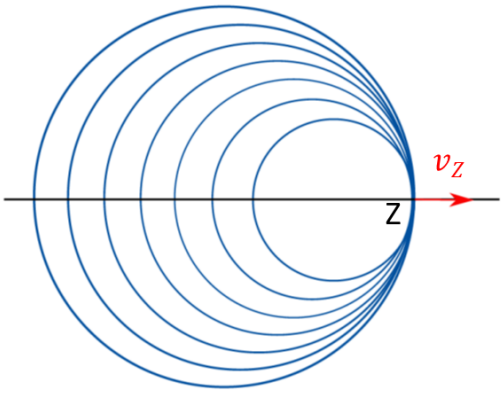
Pre malé rýchlosti : $v_Z, v_P \ll v$ platí: $f' \approx f(1 \pm \frac{u}{v})$,

kde $u = |v_Z \pm v_P|$ je relatívny pohyb Z vzhľadom na P. Ak zdroj nesmeruje rovno ku P, rýchlosť sa rozkladá na zložky.

2.6.8 Rýchlosť zvuku a nadzvukové rýchlosti

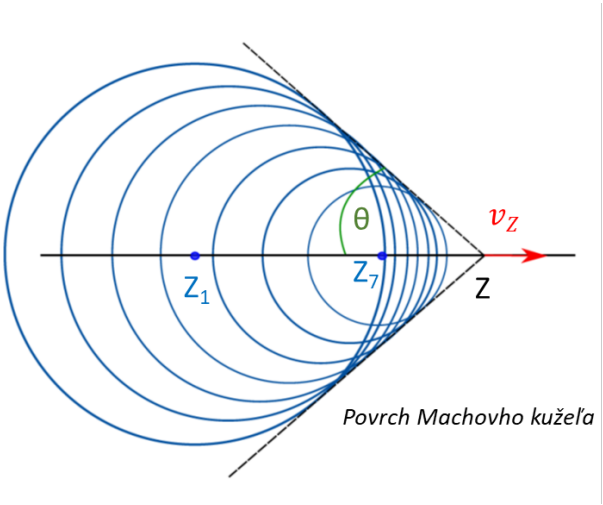
Zaujímavý prípad nastane, ak sa zdroj pohybuje rýchlosťou zvuku ku pozorovateľovi P, ktorý je v pokoji.

Z rovnice $f' = f\,\frac{v}{v \mp v_Z}$ vyplýva, že f' bude nekonečne vysoká. To znamená, že zdroj sa stále dotýka vyslaných vlnoplôch, ako je znázornené na obr. 2.28.



Obr. 2.28 Pohybujúci sa zdroj zvuku Z rýchlosťou zvuku.

V prípade, že zdroj zvuku sa pohybuje rýchlosťou v_Z > rýchlosť zvuku v ku pozorovateľovi P, už predchádzajúca rovnica neplatí a situáciu popisujeme guľovými vlnami, ktoré vznikajú v rôznych polohách zdroja, obr. 2.29. Vlnoplochy sa hromadia na vonkajšej obálke – povrchu kužeľa, ktorý nazývame Machov kužeľ, podľa Ernsta Macha, rodáka z Moravy, obr. 2.30. Povrch tohto kužeľa vytvára rázovú vlnu, pretože nahromadené vlnoplochy spôsobujú strmý nárast a pokles tlaku vzduchu v mieste, ktorým povrch kužeľa prechádza.



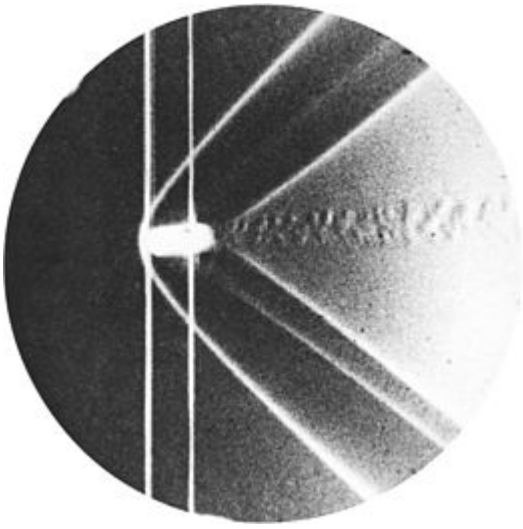
Obr. 2.29 Pohybujúci sa zdroj nadzvukovou rýchlosťou.

Polovičný uhol kužeľa θ – (Machov uhol) je daný vzťahom: $\sin\theta = \frac{vt}{v_Z t} = \frac{v}{v_Z}$

Pomer $\frac{v_Z}{v}$ sa nazýva **Machovo číslo.**

Obr. 2.30 Ernst Mach 1838 – 1916.

Na jeho počesť udeľuje Akadémia vied Českej republiky Čestnú odborovú medailu Ernsta Macha vynikajúcim domácim i zahraničným vedcom v odbore fyzikálnych vied. Je po ňom pomenovaných viacero veličín a pojmov, napr. Machov vlnostroj, Machovo kyvadlo, Machov kužeľ, Machov uhol, Machovo číslo. Na obr. 2.31 je znázornená rázová vlna, spôsobená nadzvukovou strelou na historickej fotografii, z roku 1887 vyfotografovaná Ernstom Machom.



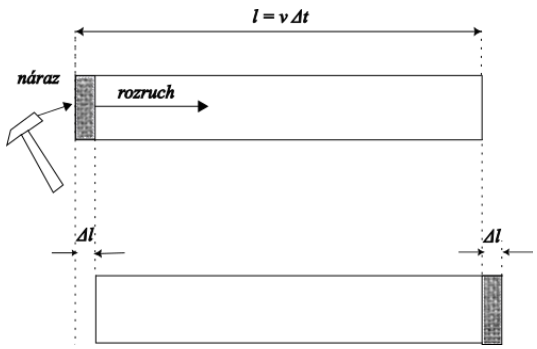
Obr. 2.31 Fotografia rázovej vlny, spôsobená nadzvukovou strelou z roku 1887, Ernst Mach.

(https://en.wikipedia.org/wiki/Ernst_Mach)

2.7 Rýchlosť šírenia vlnenia v tuhých látkach

Vlastnosti prostredia ovplyvňujú rýchlosť vlnenia. Najprv odvodíme rýchlosti šírenia vlnenia v tuhých látkach. V tuhých látkach, kde je možná deformácia v tlaku aj v šmyku sa môžu šíriť pozdĺžne aj priečne vlny. V nasledujúcej časti odvodíme vzorec $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ pre rýchlosť šírenia pozdĺžnych vĺn v pevnej tyči, ktorý odvodil už Newton. (E je modul pružnosti v ťahu a ρ je hustota materiálu tyče.)

Predpokladajme tyč s prierezom S, hustotou ρ, modulom pružnosti E, obr. 2.32. Na jeden koniec udrieme kladivom, dôjde k elastickému stlačeniu a za čas Δt nastane skrátenie tyče o Δl pôsobením impulzom sily $F\Delta t$. Súčasne vznikne zhustenie, ktoré sa šíri v tvare pozdĺžnej vlny rýchlosťou v.



Obr. 2.32 Šírenie vlnenia v tuhých látkach.

Predpokladajme, že za čas Δt sa rozruch rozšíri práve na vzdialenosť l: $l = v\,\Delta t$.

Keď sa tyč na začiatku skrátila o $\Delta\, l$, tak na konci sa predĺži o $\Delta\, l$. Tyč sa teda ako celok posunula rýchlosťou: $u = \frac{\Delta l}{\Delta t}$. Pôsobením silového impulzu $F\Delta t$ získala tyč hybnosť:

$$p = m\,u = \rho\, S\, l\, \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad , \qquad \text{kde} \quad m = \rho\, S\, l \quad \text{a} \quad S \text{ je prierez tyče.}$$

Podľa vzťahu medzi impulzom a hybnosťou platí:

$$F\,\Delta t = \Delta p = m\,u = \rho\, S\, l\, \frac{\Delta l}{\Delta t} = \rho\, S\, v\, \Delta t\, \frac{\Delta l}{\Delta t} = \rho\, S\, v\, \Delta l$$

Využijúc Hookov zákon (napätie: $\sigma = \frac{F}{S}$) môžeme vyjadriť silu potrebnú na skrátenie tyče dĺžky l o $\Delta\, l$: $$F = \sigma\, S = E\, \underbrace{\varepsilon}_{\frac{\Delta l}{l}}\, S = E\, \frac{\Delta l}{l}\, S$$

keďže pre pružnú deformáciu platí $\sigma = E\varepsilon$.

Po úpravách dostávame: $F\Delta t = E\frac{\Delta l}{v\,\Delta t}\, S\,\Delta t = \rho\, S\, v\,\Delta l$, z čoho pre rýchlosť pozdĺžneho vlnenia v tuhých látkach platí:

$$v^2 = \frac{E}{\rho}$$

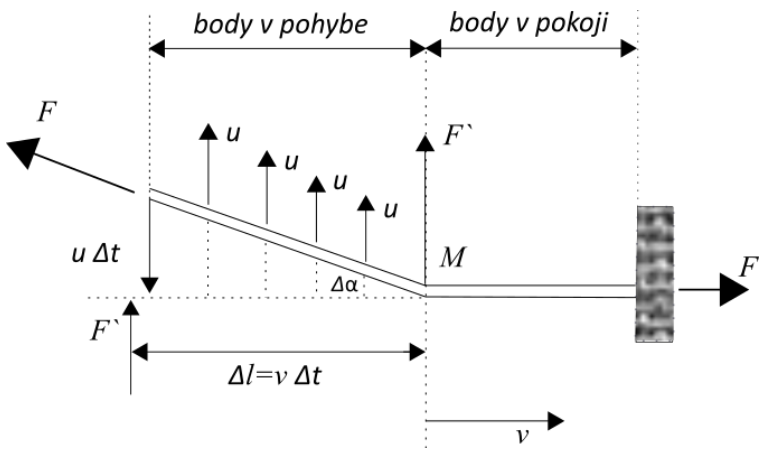
Keďže v tuhých látkach sa môže šíriť pozdĺžne aj priečne vlnenie, tak platia analogické vzťahy:

$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - rýchlosť pozdĺžnych vĺn, E – Youngov modul pružnosti v ťahu,

$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ - rýchlosť priečnych vĺn, G – modul pružnosti v šmyku.

Rýchlosť šírenia priečnej vlny v pružnom vlákne (strune)

Teraz odvoďme rýchlosť priečnych vĺn v pružnom telese, napríklad v strune. Majme napnutú strunu (pozdĺž struny pôsobí ťahová sila F) a na ľavom konci urobme malú priečnu výchylku, ktorá sa bude pohybovať rýchlosťou u, obr. 2.33.



Obr. 2.33 Šírenie priečneho vlnenia v strune.

Bod M, ktorý je ešte v pokoji, sa pohybuje doprava rýchlosťou v. Ak silu, ktorá napína strunu označíme F, tak pre impulz sily platí: $F' \, \Delta t = \Delta p = m \, u$, kde m je hmotnosť struny.

Alebo $F' \, \Delta t = \mu \, \Delta l \, u$, kde μ je dĺžková hustota (hmotnosť na jednotku dĺžky).

Pre priečnu zložku sily platí: $F' = F \sin\alpha$,

ak α je veľmi malé potom: $\sin \alpha = \mathrm{tg}\, \alpha = u / v$.

Takže rovnicu môžeme prepísať:

$\frac{F\,u}{v} \Delta t = \mu \, \Delta l \, u$, a po úprave: $F \, \Delta t / v = \mu \, v \, \Delta t$, kde $\Delta l = v \, \Delta t$,

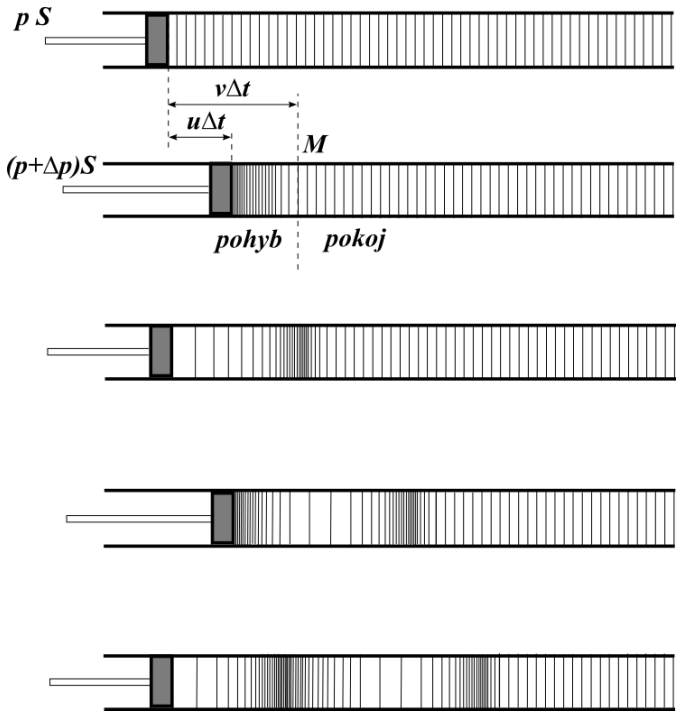
z čoho vyplýva: $F = \mu \, v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

čo predstavuje rýchlosť šírenia priečnej vlny v strune.

2.8 Rýchlosť vlnenia v tekutinách

Keďže v tekutinách neexistujú tangenciálne sily, môžu sa šíriť len pozdĺžne vlnenia. Vzťah pre šírenie vlnenia odvodíme touto úvahou. Majme stĺpec tekutiny s hustotou ρ, tlakom p, prierezom S, objemu V, obr. 2.34.

V čase $t=0$ sa začne pohybovať piest v trubici rýchlosťou u zľava doprava. Za čas Δt sa piest posunie o vzdialenosť $u \, \Delta t$. Rozhranie medzi časticami, ktoré sa pohybujú a časticami, ktoré sa ešte nepohybujú (bod M) sa pohybuje rýchlosťou v.



Obr. 2.34 Šírenie pozdĺžneho vlnenia v tekutine.

Čiže zhustenie sa za čas Δt posunie o vzdialenosť $v\,\Delta t$. Hmotnosť tekutiny, ktorá sa dostala do pohybu v čase Δt, je:

$$\Delta m = \rho\, v\, \Delta t\, S$$

Sila, ktorá spôsobila pohyb častíc je pretlak $F = \Delta p\, S$,

kde $\Delta p = k\frac{\Delta V}{V} = k\frac{S\,u\,\Delta t}{S\,v\,\Delta t} = k\frac{u}{v}$

a k je koeficient objemovej pružnosti tekutiny a V je jej objem.

Ak dosadíme vyjadrenie sily $F = \Delta p\, S$ do vzťahu $F\,\Delta t = \Delta m\, u$ a následne upravíme vzťah, dostaneme: $\Delta p\, S\, \Delta t = \rho\, v\, \Delta t\, S\, u$, $k\,\frac{u}{v}\, S\, \Delta t = \rho\, v\, \Delta t\, S\, u$

a teda: $v^2 = \frac{k}{\rho} \rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$,

čo predstavuje rýchlosť šírenia pozdĺžnej vlny v tekutinách.

2.9 Vlnová rovnica v diferenciálnom tvare

Majme riešenie vlnovej rovnice v tvare: $\xi = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$

1. Vyjadrime zmenu výchylky v čase, predpokladajme konštantnú polohu:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = v_\xi = -\omega A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

kde v_ξ je rýchlosť hmotného bodu a v je rýchlosť vlnenia.

Druhá derivácia definuje zrýchlenie hmotného bodu:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = a_\xi = -\omega^2 A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = -\omega^2 \xi$$

kde a_ξ je zrýchlenie hmotného bodu.

2. Vyjadrime teraz zmenu v priestore, predpokladajme konštantný čas:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = +\frac{\omega}{v} A.\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{v^2} A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = -\frac{\omega^2}{v^2}\,\xi$$

Porovnaním rovníc dostávame **vlnovú rovnicu v diferenciálnom tvare:**

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

Každá vlna, ktorá spĺňa danú rovnicu, sa pohybuje v smere *x* ako rovinná vlna.

Pre rýchlosť a uhlovú frekvenciu platí:

$$v = \sqrt{\frac{\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}}} \qquad \omega = \sqrt{-\frac{1}{\xi}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$

Všeobecne v 3D priestore: $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}\right) = v^2 \Delta\, \xi$

kde Δ je Laplaceov diferenciálny operátor.

3 OPTIKA

Optika patrí ku najstarším odvetviam fyziky, keďže svetlo hrá odjakživa mimoriadnu úlohu v živote ľudí a väčšinu informácií získavame pomocou zraku. Optika je veda, ktorá študuje zákonitosti svetelných javov, deje vzájomného pôsobenia svetla a látky a snaží sa odpovedať na otázky o povahe svetla. Takisto sa zaoberá energiou žiarenia, jej premenami, šírením a javmi, ktoré vyvoláva a ktorým podlieha. V oblasti optiky došlo v posledných dekádach k významným objavom, ktoré prispeli nielen ku rozvoju fyzikálneho poznania, ale k radu aplikácií, ktoré významne ovplyvňujú náš život.

Už v starovekom Grécku bolo známe šírenie svetla pomocou lúčov a poznali ich odraz a lom. Celá história fyziky je úzko spätá s otázkou, či je svetlo prúd častíc alebo vlnenie. Isaac Newton, ktorý ukázal, že biele svetlo sa pri prechode skleneným hranolom rozkladá na zložky rôznych farieb, bol zástancom časticovej teórie, tak ako vedci v staroveku. Pozorovanie ďalších optických javov, ako je napríklad ohyb, viedlo k formulácii vlnovej teórie. Presvedčenie vedeckej komunity o vlnovej podstate svetla bolo začiatkom 19. storočia podporené interferenčným pokusom Thomasa Younga. Ďalší veľký krok nastal sformulovaním rovníc J. C. Maxwellom popisujúcich elektrické a magnetické javy, z ktorých vyplynula existencia elektromagnetických vĺn a ich vlastností zhodných so svetlom. Táto vlnová teória však nedokázala vysvetliť absorpciu a emisiu svetla pri pozorovaní tepelného žiarenia alebo fotoelektrického javu. Až interpretácia Maxa Plancka v roku 1900 viedla ku záveru, že svetlo môže odovzdávať alebo prijímať od látky len určité, diskrétne hodnoty energie, čo znamenalo počiatok kvantovej teórie, ku ktorej prispel aj Albert Einstein, podľa ktorého je svetlo tvorené elementárnymi svetelnými časticami a v roku 1905 vysvetlil fotoelektrický jav. Od roku 1926 tieto častice nazývame fotónmi, a keďže časticová teória nedokáže vysvetliť napríklad interferenciu, alebo polarizáciu, dávame svetlu vlnové aj časticové vlastnosti a nazývame to vlnovo-časticový dualizmus. V nasledujúcich kapitolách postupne preberieme základy geometrickej, vlnovej a kvantovej optiky.

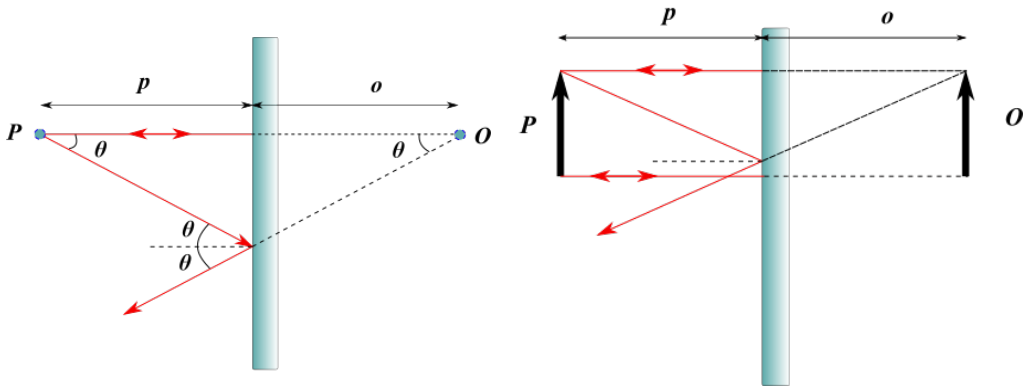
3.1 Geometrická optika

Geometrická optika popisuje šírenie svetla vo forme lúčov a považujeme ju za limitný prípad vlnovej optiky s mnohými zjednodušeniami. Budeme predpokladať, že v izotropnom prostredí sa svetlo šíri priamočiaro vo forme lúčov a vo svetelnom toku sú jednotlivé lúče navzájom nezávislé a šíria sa tak, akoby iných lúčov nebolo. Na rozhraní dvoch izotropných prostredí platí zákon odrazu a lomu a Fermatov princíp, podľa ktorého sa svetlo šíri z jedného bodu do druhého takou cestou, na ktorú potrebuje najkratší čas. Ak lúčom postavíme do cesty predmet, potom vytvoria obraz, ktorý môže byť skutočný (vytvorí sa na reálnom povrchu) alebo neskutočný (vytvorí sa v našej predstave).

3.1.1 Zrkadlá

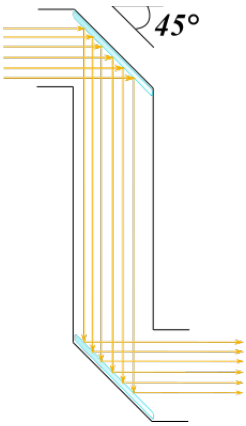
Rovinné zrkadlo

Rovinné zrkadlo definujeme ako povrch, ktorý odráža úzky zväzok lúčov do jedného smeru. Na obr. 3.1 je bodový zdroj svetla P, ktorý nazývame predmet a ktorý leží vo vzdialenosti *p* pred zrkadlom. Svetlo od zdroja a po odraze od zrkadla podľa zákona odrazu je znázornené lúčmi. Predĺžením lúčov za zrkadlo dostaneme virtuálny obraz O, ktorý sa nachádza v tej istej vzdialenosti za zrkadlom ako predmet. Podľa dohody je predmetová vzdialenosť kladná a obrazová záporná.



Obr. 3.1 Zobrazovanie bodu a predmetu rovinným zrkadlom.

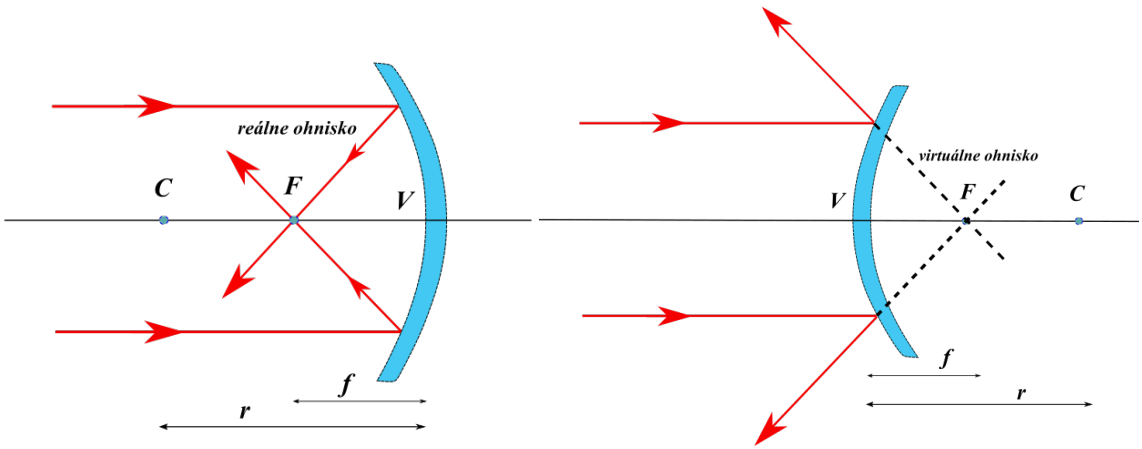
Pre rozľahlé predmety, obr. 3.1 platí rovnaký postup zostrojenia virtuálneho obrazu ako pre bodový predmet a virtuálny obraz bude rovnakej výšky a bude priamy. V praxi sa okrem bežného používania zrkadla môžeme stretnúť s odrazovým sklíčkom (dve na seba kolmé zrkadlá) a s periskopom (dve rovnobežné zrkadlá), obr. 3.2.



Obr. 3.2 Periskop.

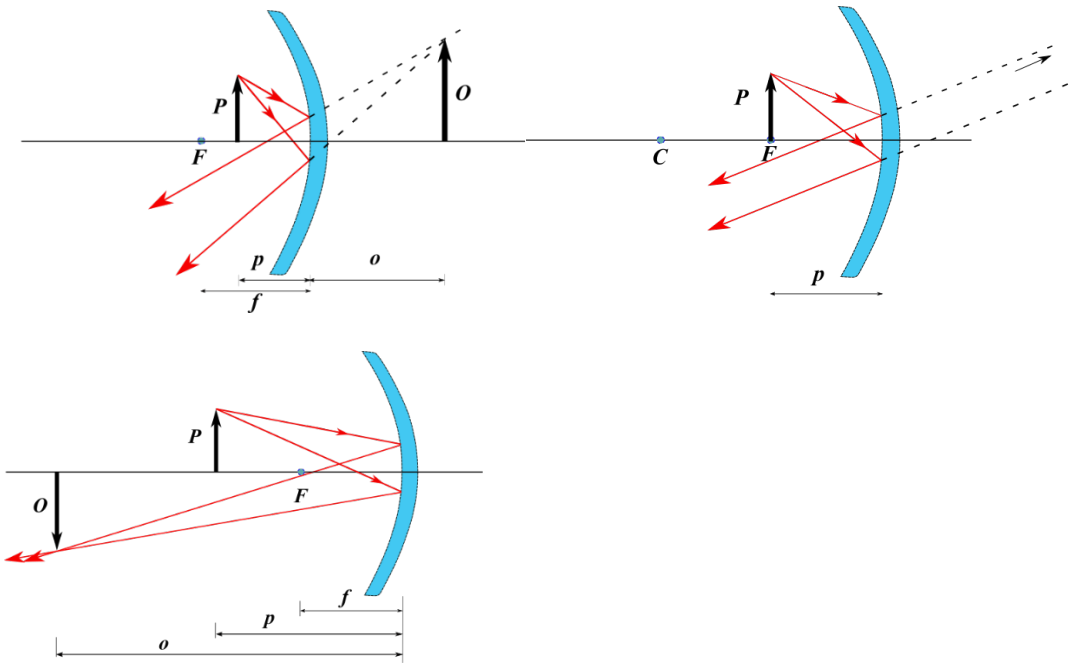
Guľové zrkadlo

Budeme uvažovať sférické zrkadlá, ktoré môžu byť duté (konkávne) alebo vypuklé (konvexné), obr. 3.3. Stred krivosti označíme C a polomer krivosti označíme r (konečné číslo, pre rovinné zrkadlo, $r \rightarrow \infty$). Ohniskom označíme bod F, pre ktorý platí, že do neho sa odrážajú lúče, ktoré boli pred dopadom rovnobežné s osou zrkadla a analogicky lúče prechádzajúce ohniskom sa odrážajú ako rovnobežné s osou zrkadla. Znázornenie lúčov pre duté a vypuklé zrkadlo je na obr. 3.3.



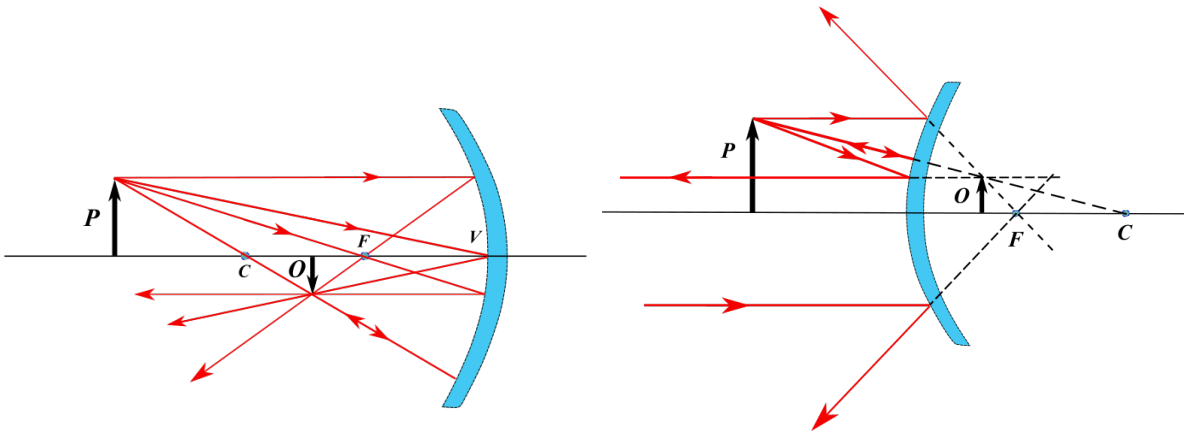
Obr. 3.3 Duté a vypuklé guľové zrkadlo.

Pre ohnisko platí, že sa nachádza v polovici vzdialenosti medzi vrcholom zrkadla a polomerom krivosti. Vplyv polohy na obraz predmetu pre duté zrkadlo je na obr. 3.4.



Obr. 3.4 Vplyv polohy na obraz predmetu pre duté zrkadlo.

Predmet je označený *P* s výškou *y* a obraz *O* s výškou *y´*, predmetová vzdialenosť *p* a obrazová vzdialenosť *o*. Znázornenie lúčov pre duté aj vypuklé zrkadlo je na obr. 3.5. Platí, že lúč prechádzajúci stredom krivosti sa po odraze vracia po tej istej priamke a lúč dopadajúci do vrcholu zrkadla sa odráža symetricky podľa osi zrkadla.



Obr. 3.5 Lúče po dopade na duté a vypuklé zrkadlo.

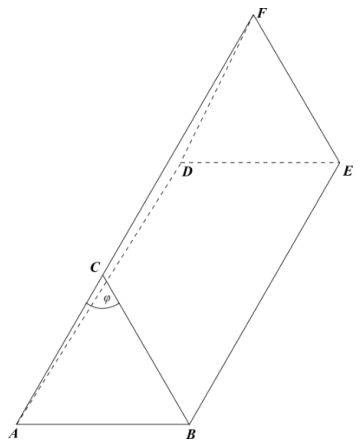
Ak je obraz za zrkadlom, potom polohu obrazu *o* voči vrcholu zrkadla berieme so znamienkom mínus. Vzdialenosti *r, f* majú pred zrkadlom hodnotu kladnú a za zrkadlom zápornú. Pre guľové zrkadlo platí zobrazovacia rovnica: $1 / p + 1 / o = 1 / f = 2 / r$.

Pre priečne zväčšenie ďalej paltí: $Z = y' / y = - o / p$,

kde y a y' sú veľkosti predmetu a obrazu. Ak $Z > 0$ obraz je priamy a ak $Z < 0$ obraz je prevrátený. Reálne obrazy vznikajú na tej istej strane zrkadla, kde sa nachádza predmet, virtuálne obrazy sú na opačnej strane.

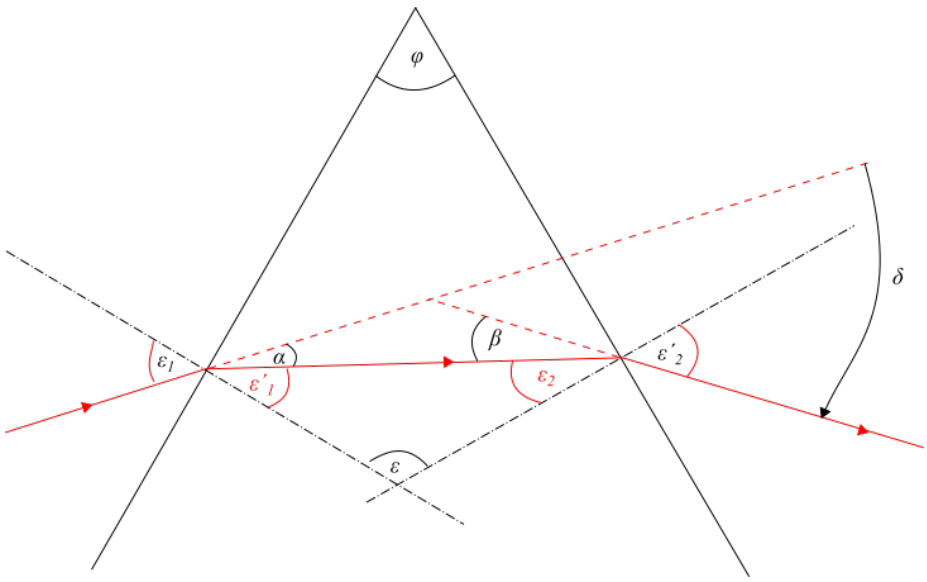
3.1.2 Lom svetla na hranole

Uvažujme trojboký hranol ako priehľadné prostredie ohraničené dvoma nerovnobežnými rovinami, kde CF je lámavá hrana, φ je lámavý uhol a ABDE je základňa, obr. 3.6. Kolmý rez na základňu je stále trojuholník.



Obr. 3.6 Hranol pre vysvetlenie lomu svetla.

Ak sa pozrieme na trojuholník ABC, tak pri dopade lúča dochádza najprv k lomu na prvej hrane a potom k lomu na druhej hrane, obr. 3.7.



Obr. 3.7 Lom svetla na hranole.

Z geometrie o trojuholníkoch vyplývajú ďalej tieto štyri vzťahy:

$\varphi = \varepsilon'_1 + \varepsilon_2$ $\qquad$ $\delta = (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) + (\varepsilon'_2 - \varepsilon_2) = \alpha + \beta = \varepsilon_1 + \varepsilon'_2 - \varphi$

$\varphi + \varepsilon + 90° + 90° = 360°$ $\qquad$ $\varepsilon'_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon = 180°$

kde δ je uhol medzi lúčom dopadajúcim na hranol a lúčom vychádzajúcim z hranola.

Ďalšími úpravami a použitím vzťahov pre lom vlnenia postupne dostávame:

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\varepsilon'_1} = n \rightarrow \varepsilon_1 = \arcsin(n \sin \varepsilon'_1)$$

kde n je relatívny index lomu pre prechod vzduchu do skla $\quad n = c / v_{\text{sklo}}$

a c je rýchlosť svetla vo vzduchu a v_{sklo} je rýchlosť svetla v skle.

$$\delta = \arcsin(n \sin \varepsilon'_1) + \arcsin[n \sin(\varphi - \varepsilon'_1)] - \varphi \qquad \text{čiže } \delta = f(n, \varepsilon'_1, \varphi)$$

Minimálnu hodnotu uhla δ dostaneme hľadaním minima: $\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varepsilon'_1} = 0$

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varepsilon'_1} = \frac{n \cos \varepsilon'_1}{\sqrt{1 - (n \sin \varepsilon'_1)^2}} - \frac{n \cos(\varphi - \varepsilon'_1)}{\sqrt{1 - (n \sin(\varphi - \varepsilon'_1))^2}} = 0$$

Riešením je:

$\varepsilon_1' = \varphi - \varepsilon_1'$ $\qquad$ $\varphi = 2\varepsilon_1' \rightarrow \varepsilon_1' = \frac{\varphi}{2}$ $\qquad$ $\varphi = \varepsilon_1' + \varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_2 = \frac{\varphi}{2}$

Čiže minimum nastáva, ak lúč v hranole je kolmý na os uhla φ a z toho vyplýva: $\varepsilon_2' = \varepsilon_1$

Ďalším dosadením dostávame:

$$n \sin\frac{\varphi}{2} = \sin\varepsilon_1$$

$$\delta_{min} = 2\arcsin(n \sin\varepsilon_1') - \varphi = 2\varepsilon_1 - \varphi$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_{min} + \varphi}{2}$$

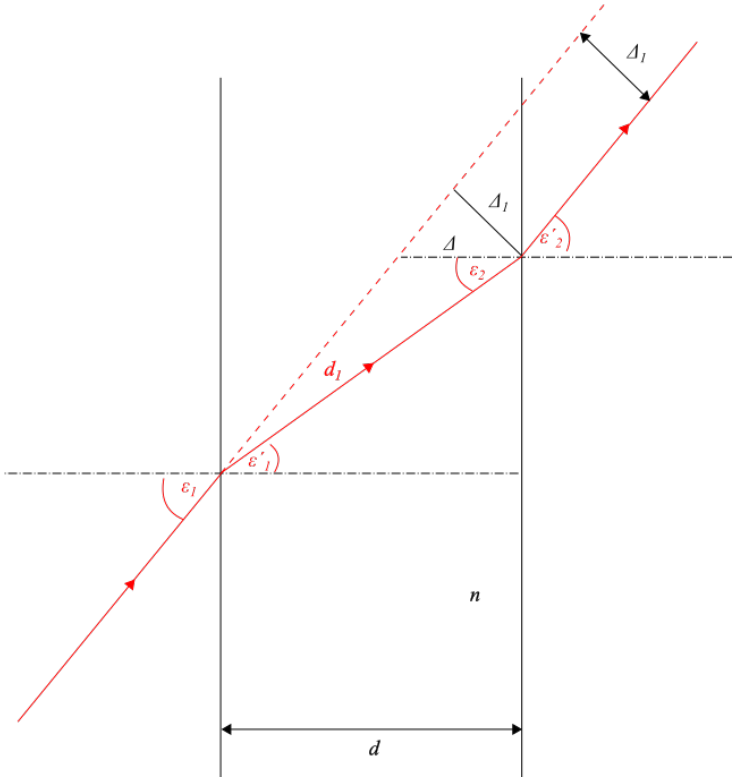
a dostávame vzťah pre index lomu:

$$n = \frac{sin\,\varepsilon_1}{sin\,\varepsilon_1'} = \frac{sin\left(\frac{\delta_{min} + \varphi}{2}\right)}{sin\frac{\varphi}{2}}$$

Odrazové hranoly sa často používajú aj v optických prístrojoch. Ich výhody oproti zrkadlu sú vyššia odrazivosť (nič nepohlcuje), neexistujú dvojité odrazy a sú stabilnejšie (oxidácia kovu pri zrkadle). V praxi sa môžeme stretnúť s hranolom v tvare pravouhlého rovnoramenného trojuholníka, romboidného alebo pentagonálneho tvaru.

3.1.3 Lom svetla na planparalelnej doštičke

Majme tenkú priehľadnú doštičku hrúbky d, s indexom lomu n, na ktorú dopadá lúč, obr. 3.8.



Obr. 3.8 Lom na planparalelnej doštičke.

Z lomu na dvoch rovnobežných hranách vyplýva: $\varepsilon_1' = \varepsilon_2$ *a* $\varepsilon_1 = \varepsilon_2'$

Z obr. 3.8 vyplýva: $d_1 = \frac{d}{\cos \varepsilon_1'}$ a $\sin(\varepsilon_1 - \varepsilon_1') = \frac{\Delta_1}{d_1}$

Úpravou dostávame:

$$\Delta_1 = d\,\frac{\sin(\varepsilon_1 - \varepsilon_1')}{\cos \varepsilon_1'} = d\,\frac{\sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_1' - \sin \varepsilon_1' \cos \varepsilon_1}{\cos \varepsilon_1'}$$

Využitím vzťahov: $\sin \varepsilon_1 = n \sin \varepsilon_1'$ *a* $\cos \varepsilon_1' = \sqrt{1 - (\sin \varepsilon_1')^2}$

dostávame: $\Delta_1 = d\ \sin\varepsilon_1 \left(1 - \frac{\cos\varepsilon_1}{\sqrt{n^2-(\sin\varepsilon_1)^2}}\right)$

$$\Delta = \frac{\Delta_1}{\sin\varepsilon_1} = d\left(1 - \frac{\cos\varepsilon_1}{\sqrt{n^2-(\sin\varepsilon_1)^2}}\right)$$

Ak lúč smeruje skoro kolmo, potom platí:

$\varepsilon_1 \to 0$: $\varepsilon_1 \approx \sin\varepsilon_1$ $\cos\varepsilon_1 \approx 1$ $0 = (\sin\varepsilon_1)^2$

a pre posunutie lúča môžeme písať: $\Delta_1 \approx d\varepsilon_1(\frac{n-1}{n})$

a $\Delta = \frac{n-1}{n} d$

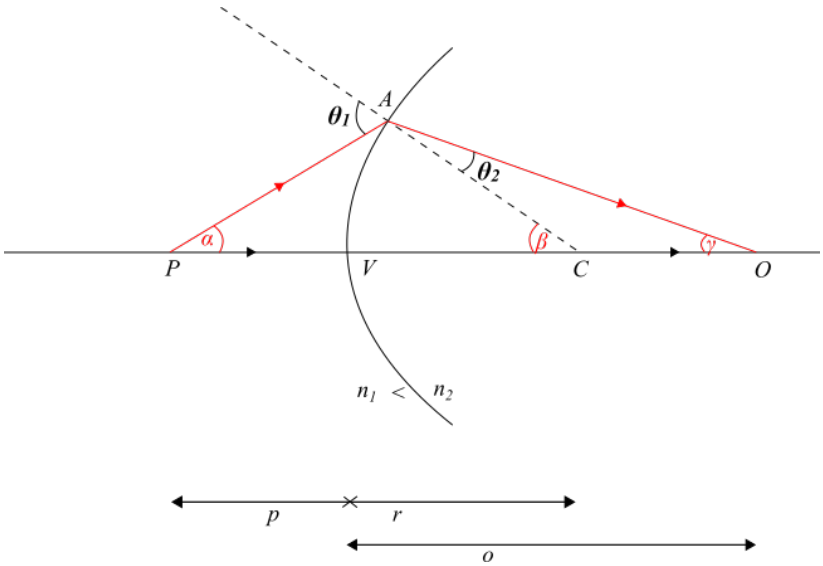
Daný vzťah nám slúži na zistenie indexu lomu nových optických materiálov.

3.1.4 Lom svetla na guľovej ploche

Odvoďme teraz vzťah pre lom na guľovej ploche. Uvažujme priehľadnú guľovú plochu s polomerom krivosti *r*, vrcholom *V* a stredom krivosti *C*. Ak lúč vstupuje do prostredia s väčším indexom lomu, láme sa ku kolmici, ak vstupuje do prostredia s menším indexom lomu, láme sa od kolmice. Ak smeruje lomený lúč smerom k centrálnej osi, vytvorí sa reálny obraz a ak smeruje lúč od centrálnej osi vytvorí sa virtuálny obraz spätným predĺžením lúča. Pri pravidle o znamienku polomeru krivosti *r* platí opačné pravidlo ako pri guľových zrkadlách. Keď sa predmet nachádza pred vypuklou lámavou plochou polomer krivosti *r* je kladné číslo, keď sa nachádza pred dutou plochou, je *r* záporné.

Odvodenie vzťahu pre lámavú plochu

Majme priehľadnú guľovú plochu s polomerom krivosti *r*, vrcholom *V* a stredom krivosti *C*. Lúče vychádzajú z bodu P, lámu sa na guľovej ploche a vytvárajú reálny obraz O, obr. 3.9.



Obr. 3.9 Lom na guľovej ploche.

Pre lom platí vzťah: $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$

Ak je α malý uhol, tak sú malé uhly θ_1 a θ_2 a platí: $n_1\theta_1 = n_2\theta_2$

Pre vonkajší uhol v trojuholníku platí, že sa rovná súčtu protiľahlých vnútorných uhlov:

$$\theta_1 = \alpha + \beta \qquad \beta = \theta_2 + \gamma$$

Po dosadení dostávame: $\frac{\alpha+\beta}{\beta-\gamma} = \frac{n_2}{n_1}$

a po úpravách: $\alpha\, n_1 + \beta\, n_1 = \beta\, n_2 - \gamma\, n_2$

$$\beta(n_2 - n_1) = \alpha\, n_1 + \gamma\, n_2$$

Predpokladáme, že α, β, γ sú malé uhly a môžeme ich vyjadriť pomocou dĺžky oblúku $\widehat{AV}$:

$\alpha = \frac{|\widehat{AV}|}{|PV|}$ $\beta = \frac{|\widehat{AV}|}{|VC|}$ $\gamma = \frac{|\widehat{AV}|}{|OV|}$ a po dosadení:

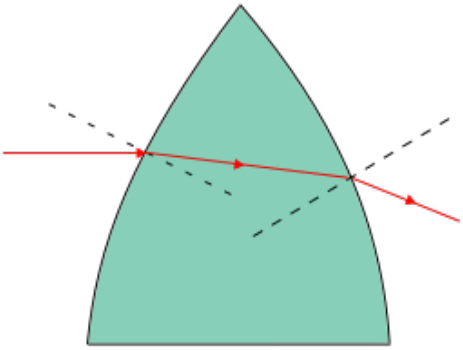
$$\frac{|\widehat{AV}|}{|VC|}(n_2 - n_1) = \frac{|\widehat{AV}|}{|PV|} n_1 + \frac{|\widehat{AV}|}{|OV|} n_2$$

Ďalšou úpravou dostávame vzťah pre guľovú lámavú plochu:

$$\frac{n_2 - n_1}{r} = \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{o}$$

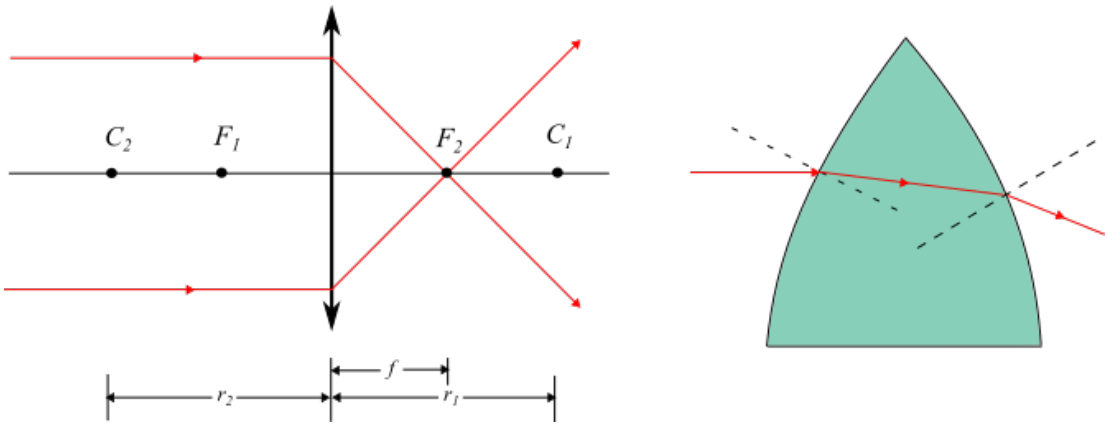
3.1.5 Tenké šošovky

Šošovka je priehľadné teleso s dvomi lámavými plochami, ktorých centrálne osi splývajú a tvoria centrálnu os šošovky. Ak je šošovka obklopená vzduchom, tak sa svetlo láme zo vzduchu do šošovky, prechádza šošovkou a znovu sa láme do vzduchu, obr. 3.10.

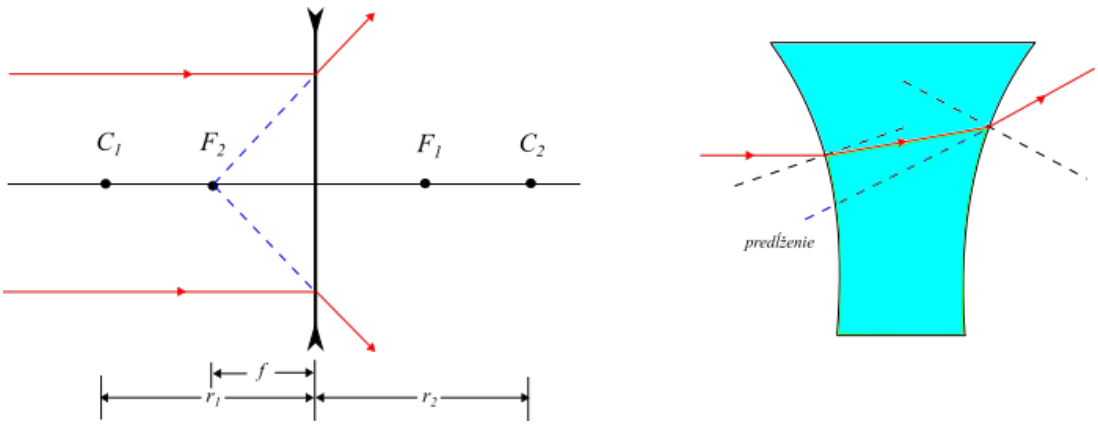


Obr. 3.10 Lom svetla na spojnej šošovke.

Ak sa pôvodne rovnobežné lúče po prechode šošovkou zbiehajú, šošovku nazývame spojkou, obr. 3.11. Ak sa lúče po prechode šošovkou rozbiehajú, hovoríme o rozptylke, obr. 3.12.



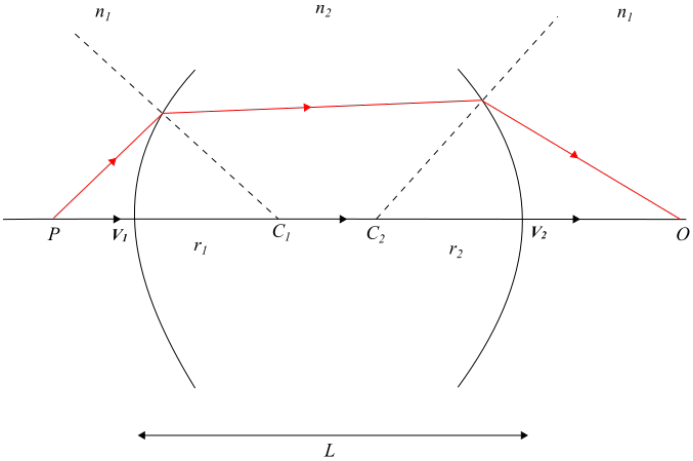
Obr. 3.11. Schematické znázornenie zbiehavých lúčov pre tenkú spojnú šošovku.



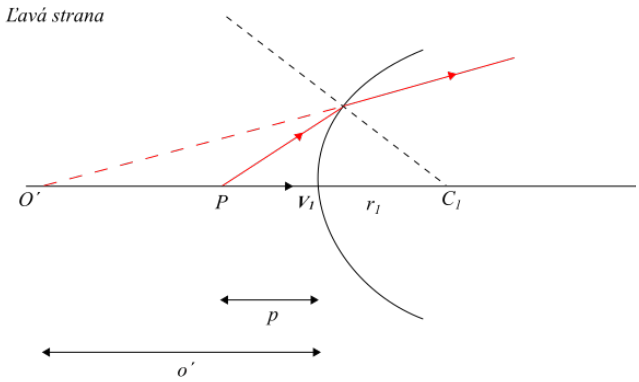
Obr. 3.12 Schematické znázornenie rozbiehavých lúčov pre tenkú rozptylnú šošovku.

3.1.6 Zobrazovacia rovnica pre tenkú šošovku

Odvodíme vzťah pre zobrazovaciu rovnicu pre tenkú šošovku, obr. 3.13. Predpokladajme šošovku, pre ktorú platí, že jej najhrubšia časť L je oveľa menšia ako sú vzdialenosti: p – predmetová, o – obrazová, r_1 – polomer krivosti jednej lámavej plochy a r_2 – polomer krivosti druhej lámavej plochy. Šošovka s hrúbkou L má index lomu n_2 a okolité prostredie index lomu n_1. Nech $n_1 < n_2$. Postup lúča rozdelíme na dva kroky. Najprv odvoďme vzťah pre prvú lámavú plochu, obr. 3.14.



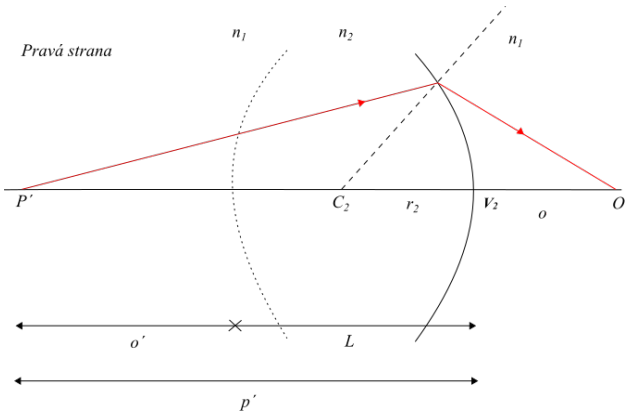
Obr. 3.13 Prechod lúčov spojkou.



Obr. 3.14 Lom na ľavej strane lámavej ploche spojky.

Podľa obr. 3.14 pre lom na ľavej strane platí: $\frac{n_2-n_1}{r_1} = \frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{o'}$

a vzniká obraz pred lámavou plochou O´. Teraz pokračujeme lomom na pravej strane šošovky, kde O´ slúži ako predmet, obr. 3.15.



Obr. 3.15 Lom na pravej lámavej ploche spojky.

Podľa obr. 3.15 pre lom na pravej strane platí:

$$\frac{n_2}{p'} + \frac{n_1}{o} = \frac{n_1-n_2}{r_2}, \qquad p' = L + o'$$

a po dosadení: $$\frac{n_2}{L+o'} + \frac{n_1}{o} = \frac{n_1-n_2}{r_2}$$

Ak predpokladáme, že L je oveľa menšia ako nasledujúce vzdialenosti: o', p', r_1, r_2, tak môžeme L položiť rovné nule a dostaneme:

$$\frac{n_2}{o'} + \frac{n_1}{o} = \frac{n_1-n_2}{r_2}.$$

Ak sčítame obe rovnice pre obe strany šošovky:

$$\frac{n_2-n_1}{r_1} = \frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{o'} \qquad \text{a} \qquad \frac{n_2}{o'} + \frac{n_1}{o} = \frac{n_1-n_2}{r_2}$$

dostávame rovnicu: $\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{o'} + \frac{n_2}{o'} + \frac{n_1}{o} = \frac{n_2-n_1}{r_1} - \frac{n_2-n_1}{r_2}$

a po úprave: $$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{o} = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

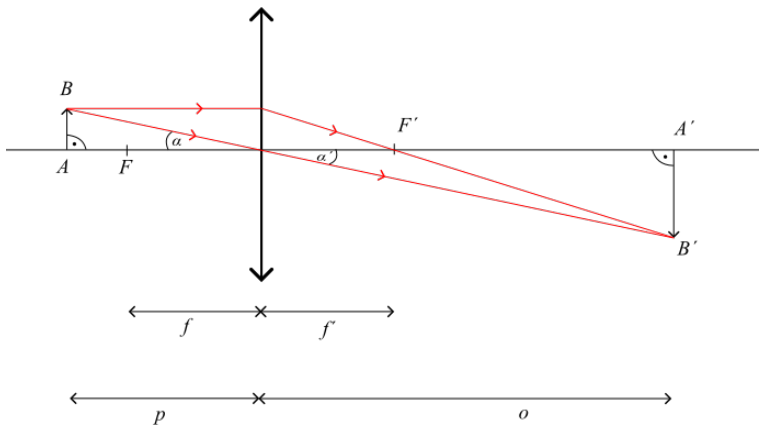
Táto rovnica sa nazýva zobrazovacia rovnica pre tenkú šošovku.

Pre zobrazovanie šošovkami platí, že reálne obrazy sa tvoria na opačnej strane šošovky a virtuálne obrazy na tej istej strane šošovky ako je predmet. Priečne zväčšenie šošovky je dané vzťahom:

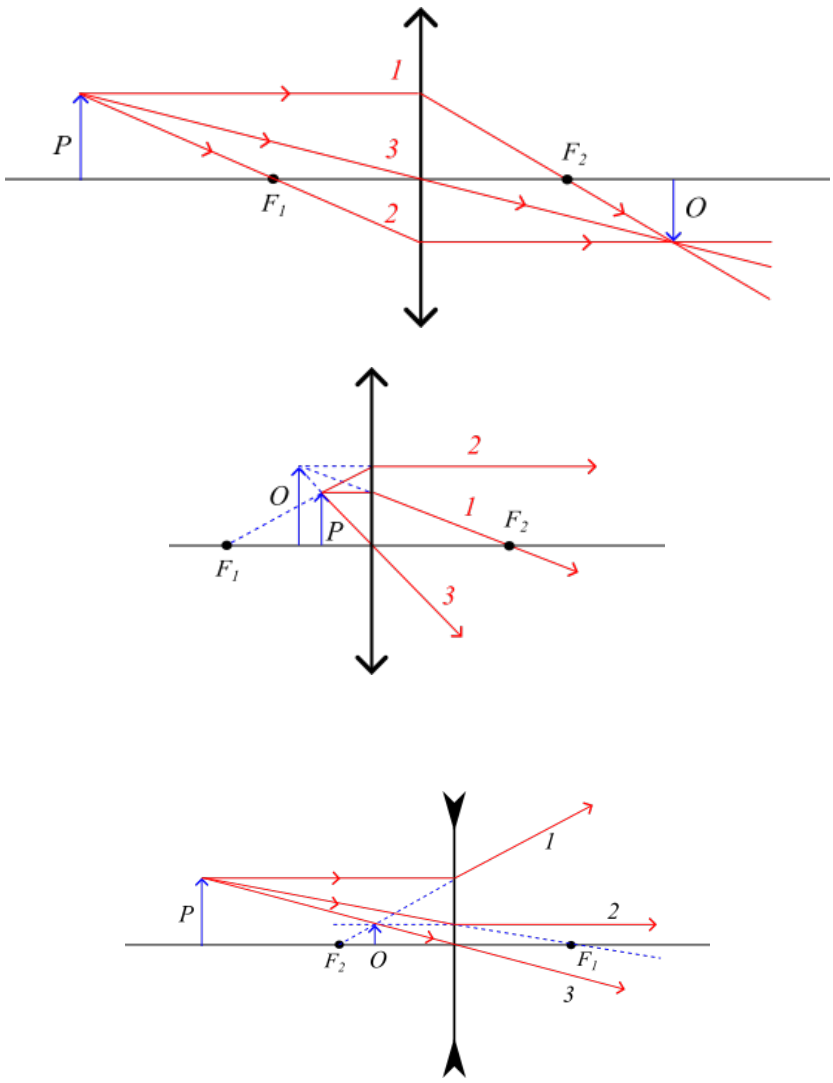
$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{o}{p} = -\frac{o-f}{f} = -\frac{f}{p-f}$$

Pri znalosti predmetovej a obrazovej vzdialenosti môžeme určiť ohniskovú vzdialenosť, obr. 3.16:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{1}{f}$$



Obr. 3.16 Vznik obrazu pri spojnej šošovke.



Obr. 3.17 Vznik obrazov pri spojnej a rozptylnej šošovke.

Pravidlá lámania lúčov a nájdenie obrazu pre rôzne polohy predmetu pri šošovkách sú znázornené na obr. 3.17.

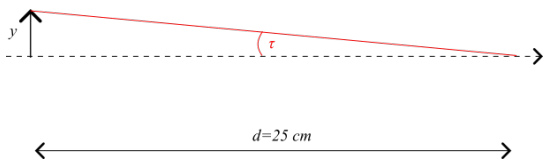
3.2 Optické prístroje

V najširšom zmysle ich môžeme rozdeliť na zobrazovacie a laboratórne. Zobrazovacie optické prístroje slúžia na meranie, pozorovanie a zväčšovanie s cieľom zobraziť predmet tak, aby bolo výhodnejšie pozorovať jeho obraz ako sám predmet. Podľa toho či dostaneme obraz skutočný alebo neskutočný, môžeme zobrazovacie prístroje ďalej deliť na subjektívne (okuliare, mikroskop, ďalekohľad) a objektívne (fotografické, zväčšovacie a premietacie).

Laboratórne prístroje využívajú vlastnosti svetla a prostredia na meracie účely a patria tu fotometrické prístroje, refraktometry, spektrálne, interferenčné a polarizačné prístroje.

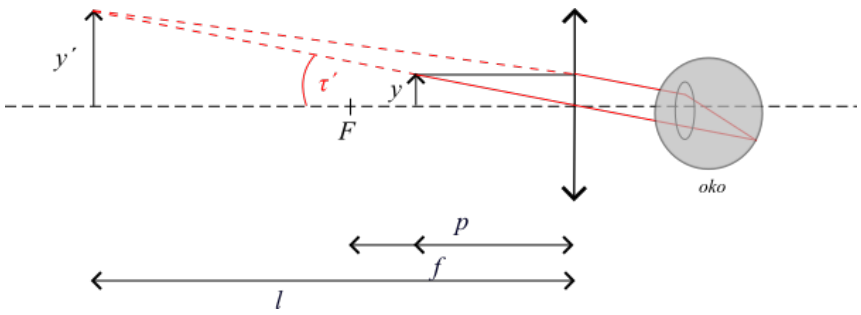
3.2.1 Lupa

Lupou nazývame každú spojnú šošovku, ktorá ma menšiu ohniskovú vzdialenosť ako je konvenčná zraková vzdialenosť. Lupa je základný optický prístroj, ktorý používame na pozorovanie blízkych predmetov, pričom predmet musí byť umiestnený medzi lupu a jej ohnisko. Majme predmet s výškou y, obr. 3.18, ktorý v konvenčnej vzdialenosti pod uhlom τ oko už nedokáže rozlíšiť. Aby ho oko dokázalo rozlíšiť, bolo by nutné predmet priblížiť ku oku, ale oko nedokáže na tak malú vzdialenosť predmet zaostriť.



Obr. 3.18 Pozorovanie predmetu pri konvenčnej vzdialenosti.

Preto umiestnime pred oko lupu, obr. 3.19 ktorá zobrazí predmet do konvenčnej zrakovej vzdialenosti.



Obr. 3.19 Pozorovanie predmetu lupou.

Pre zorný uhol τ platí: $\tau = y/d$. Pre zorný uhol τ' dostávame $\tau' = y'/l$,

kde $d = l = 25$ cm. Uhlové zväčšenie lupy γ je:

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{\frac{y'}{l}}{\frac{y}{l}} = \frac{y'}{y}$$

keďže pre priečne zväčšenie platí:

$$Z = \frac{l}{f} + 1$$

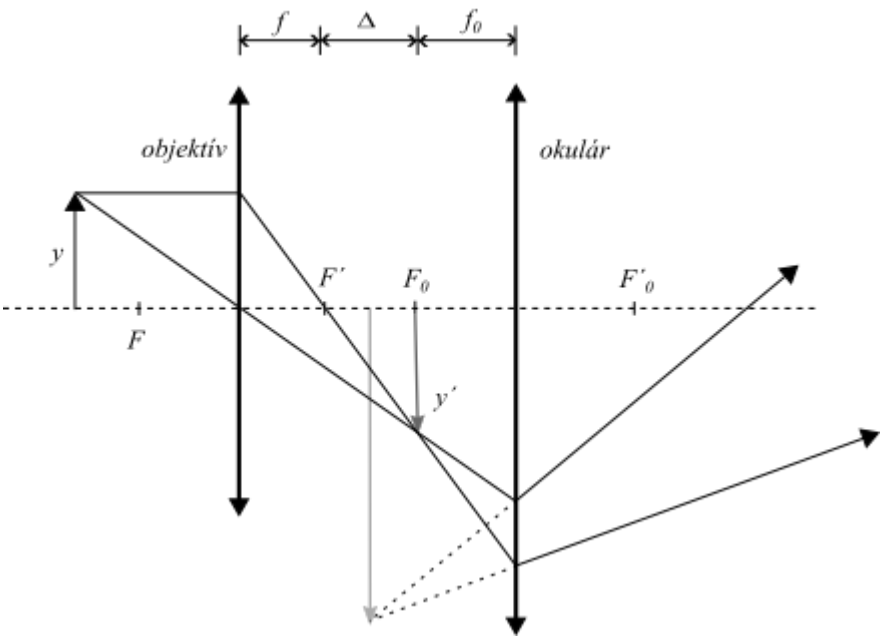
a za predpokladu, že $f << l$ môžeme písať:

$$\gamma = \frac{l}{f} = \frac{25\text{cm}}{f}$$

čo je vzťah pre uhlové zväčšenie lupy a vyplýva z neho, že lupa pôsobí tak, ako by sme pozorovali predmet umiestnený vo vzdialenosti jej ohniskovej vzdialenosti.

3.2.2 Mikroskop

Mikroskopom nazývame optický prístroj, ktorý slúži k rozlíšeniu podrobností blízkych a veľmi malých predmetov. Najjednoduchší optický mikroskop funguje na princípe dvoch šošoviek, obr. 3.20. Objektív je umiestnený na strane pozorovanej vzorky a ku okuláru prikladáme oko. Objektív má spravidla malú ohniskovú vzdialenosť a vytvára skutočný, prevrátený a zväčšený obraz. Tento obraz sa stane predmetom pre druhú šošovku a pozorujeme ho okulárom. Obraz utvorený objektívom sa okulárom zobrazí ako zväčšený, neskutočný a priamy. Keďže naše oko je tiež šošovka a oko tvorí obraz z lúčov, ktoré do neho vchádzajú, tak vidíme daný obraz ešte viac zväčšený, neskutočný a priamy.



Obr. 3.20 Základná konštrukcia mikroskopu.

Keď si označíme Δ ako vzdialenosť ohnísk (optický interval mikroskopu), f – ohnisko objektívu, f_0 – ohnisko okuláru, p – predmetová vzdialenosť, o – obrazová vzdialenosť a ak uvážime, že pre mikroskop platí: $\Delta >> f$ potom pre zväčšenie objektívu platí:

$$Z_{obj} = -\frac{o}{p} = -\frac{\Delta}{f}$$

Celkové zväčšenie mikroskopu je dané ako súčin priečneho zväčšenia objektívu a uhlového zväčšenia okulára (lupy):

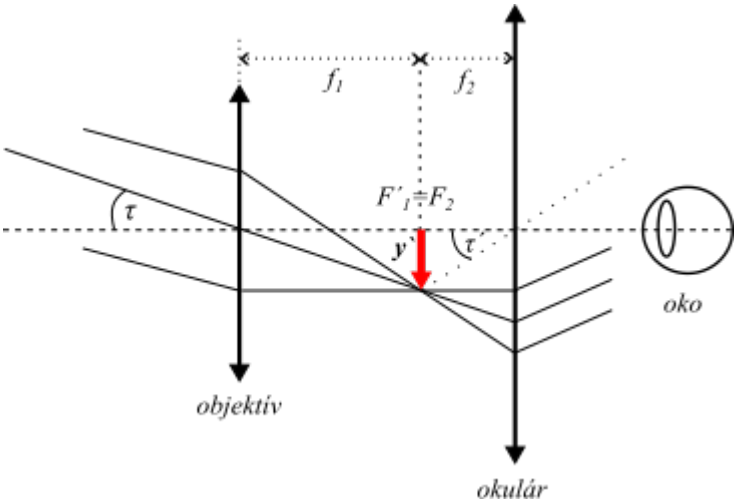
$$Z = -\frac{\Delta}{f}\frac{25\text{cm}}{f_0}$$

Zo vzťahu vyplýva, že zmenu zväčšenia môžeme dosiahnuť výmenou objektívu, okuláru alebo zmenou intervalu Δ. Bežné mikroskopy majú zväčšenie až 1000, špeciálne mikroskopy môžu dosiahnuť maximálnu hodnotu zväčšenia až 2000 vzhľadom na použitie svetelného vlnenia.

3.2.3 Ďalekohľad

Ďalekohľad je optický prístroj na pozorovanie vzdialených predmetov pod väčším zorným uhlom, ako má oko. Najjednoduchší ďalekohľad sa skladá z dvoch sústav šošoviek

alebo vydutých zrkadiel. Objektívom prichádza svetlo od pozorovaného objektu do ďalekohľadu a okulárom pokračuje do oka. Podľa fyzikálneho princípu rozlišujeme ďalekohľady na refraktory – využívajú lom svetla na šošovke a na reflektory – využíva odraz svetla na zakrivenom zrkadle. Základným optickým princípom je teleskopická sústava, pomocou ktorej sa rovnobežný zväzok transformuje opäť do rovnobežného zväzku, avšak s rôznymi parametrami. Základnú zostavu obsahuje **Keplerov ďalekohľad**, obr. 3.21. Objektív s ohniskovou vzdialenosťou f_1 zobrazí predmet viditeľný pod uhlom α do ohniskovej roviny F'. Tam má položené predné ohnisko okulár s ohniskovou vzdialenosťou f_2.



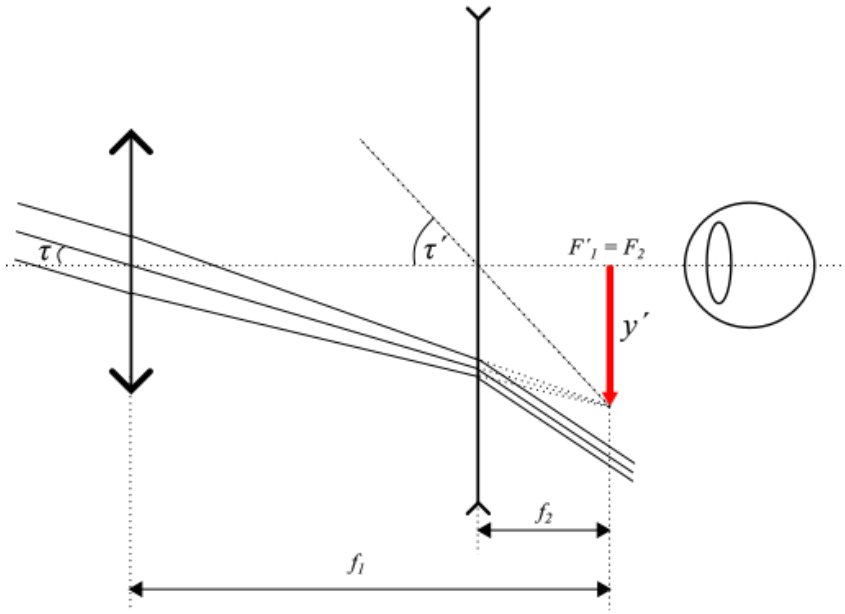
Obr. 3.21 Základná konštrukcia Keplerovho ďalekohľadu.

Zväčšenie ďalekohľadu je dané pomerom:

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \tau'}{\operatorname{tg} \tau} = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{\frac{y'}{f_2}}{\frac{y'}{f_1}} = \frac{f_1}{f_2}$$

Tento typ ďalekohľadu je vhodný na meracie účely, keďže do ohniskovej roviny objektívu sa dajú umiestniť značky, ktoré je možné pozorovať súčasne s obrazom. Hoci je obraz prevrátený, používa sa často pri geodetických a astronomických meraniach, kde to nemusí byť dôležité.

Ďalekohľad, kde okulárom je rozptylka, obr. 3.22 sa nazýva holandský ďalekohľad (podľa vynálezcu J. Lippersheyho, 1608), alebo Galileiho ďalekohľad (podľa Galileiho, ktorý neskôr v zostrojil podobný prístroj a v roku 1610 pozoroval mesiace Jupitera).



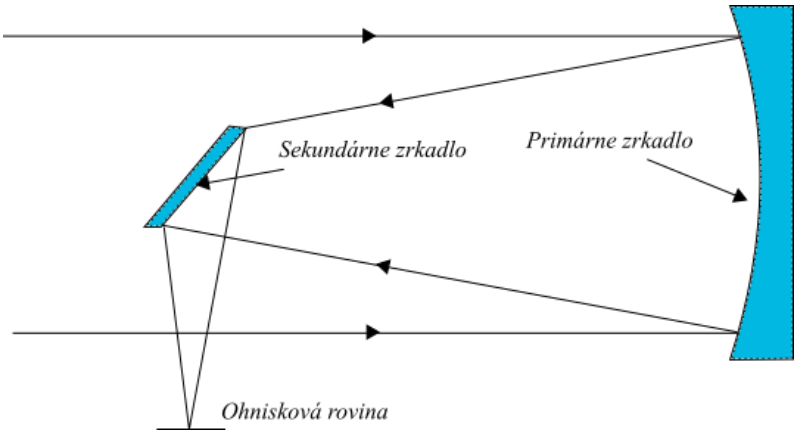
Obr. 3.22 Základná konštrukcia Galileiho ďalekohľadu.

Obrazové ohnisko objektívu splýva s predmetovým ohniskom okulára. Obraz je priamy, neskutočný a zväčšený. Zväčšenie ďalekohľadu je dané pomerom:

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \tau'}{\operatorname{tg} \tau} = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{\frac{y'}{|f_2|}}{\frac{y'}{f_1}} = \frac{f_1}{|f_2|}$$

Tento typ ďalekohľadu sa používa len zriedkavo, napríklad ako divadelný ďalekohľad. Výhodou je vzpriamený obraz.

Pravdepodobne najrozšírenejším typom hvezdárskeho ďalekohľadu medzi amatérskymi pozorovateľmi je Newtonov ďalekohľad. Konštrukcia ďalekohľadu umožňuje pohodlné pozorovanie aj na dlhšiu dobu. Na rozdiel od refraktorov, objektív nie je šošovkový a nenachádza sa na začiatku ďalekohľadu, ale majú tzv. hlavné zrkadlo umiestnené až na konci tubusu. Hlavné (primárne) zrkadlo odráža svetelené lúče do menšieho (sekundárneho) zrkadla, ktoré ich potom odráža do ohniska, kde môžeme okulárom pozorovať prevrátený obraz, obr. 3.23.



Obr. 3.23 Základná konštrukcia Newtonovho ďalekohľadu.

3.2.4 Chyby optických sústav

Pre reprodukciu verného obrazu by mali platiť nasledujúce podmienky:

- každý bod roviny sa musí zobraziť stigmaticky (ako bod)
- všetky body obrazu musia ležať v rovine kolmej na os sústavy (optická os)
- obraz musí byť geometricky podobný predmetu, pre všetky body musí byť zväčšenie rovnaké.

Keďže optické sústavy majú niekoľko druhov chýb, je splnenie týchto podmienok veľmi náročné a niekedy nemožné. Predstavíme základné chyby optických sústav.

Sférická aberácia je chyba, kedy sa body nezobrazujú stigmaticky a vonkajšie lúče prechádzajúce spojnou šošovkou sa pretnú skôr ako lúče vnútorné (pre rozptylku naopak). Kompenzáciou môže byť napríklad pridanie rozptylky ku spojke.

Ďalšia chyba súvisí s tým, že svietiaci bod mimo optickej osi objektívu sa zobrazí v tvare kométy s jasným jadrom, z ktorého vychádza široký chvost. Táto chyba sa nazýva **koma** a vzrastá úmerne so vzdialenosťou od optickej osi a môže dosiahnuť pomerne veľkú hodnotu. Možno ju odstrániť vhodnou kombináciou viacerých šošoviek.

Ak ide o prístroje určené na bežné vizuálne pozorovanie, skreslenie veľmi neprekáža, ale ak je obraz potrebný na presné vymeriavanie, musí sa skreslenie opraviť vhodnou kombináciou šošoviek. Ďalšou optickou chybou je **skreslenie** (distorzia), kde priečne

zväčšenie nie je po celom poli obrazu rovnaké. Takisto ju možno odstrániť vhodnou kombináciou viacerých šošoviek.

Pri veľkých vzdialenostiach od optickej osi a takisto pri málo svetelných sústavách vzniká **astigmatizmus**, ktorý je priamoúmerný svetelnosti. Pri astigmatizme má obraz bodového zdroja tvar krátkej čiary alebo neostrého krúžka. Astigmatizmus sústavy možno opraviť vhodným výberom polomerov krivosti lámavých plôch a ich optických mohutností. Sústava s opraveným astigmatizmom sa nazýva anastigmat.

Keďže index lomu závisí od vlnovej dĺžky, dochádza v určitej miere pri lome šošovkami k rozkladu svetla na jednotlivé farby. Túto **farebnú chybu polohy** je možné odstrániť napríklad pridaním rozptylky ku spojke.

3.3 Fotometria

Fotometria sa zaoberá meraním svetelného žiarenia. Vlnové dĺžky λ viditeľného žiarenia sú približne v intervale 400 až 760 nm. Vlnová dĺžka najcitlivejšia pre oko je 550 nm - zelená farba. Základné fotometrické pojmy sú:

Svetelný tok ϕ – žiarivý tok vo viditeľnom spektre, [ϕ] = lm, lm – lúmen.

Žiarivý tok ϕ_e – množstvo energie prenesenej žiarením cez určitú plochu za jednotku času, [ϕ_e] = W.

Svetelná účinnosť žiarenia $K = \phi/\phi_e$ vyjadruje účinnosť, s akou mení zdroj vstupnú energiu na viditeľné svetlo, čiže pomer svetelného toku vo viditeľnom spektre k celkovému žiarivému toku. Pre každé λ existuje $K_\lambda = \phi_\lambda/\phi_e$ spektrálna svetelná účinnosť pre konkrétnu farbu (vlnovú dĺžku).

Tok žiarenia pre konkrétnu vlnovú dĺžku je daný: $\mathrm{d}\phi_{e\lambda} = W_\lambda\,\mathrm{d}\lambda$, kde W_λ je spektrálna hustota toku žiarenia.

Celkový tok žiarenia (žiarivý tok) je potom: $\phi_e = \int_0^\infty W_\lambda\,\mathrm{d}\lambda$.

Pre svetelný tok: $\phi = \int_0^\infty K_\lambda W_\lambda \mathrm{d}\lambda$ tak získame rovnaké výsledky pre intervaly $(0, \infty)$ *a* $(400,\ 760)$ a $K_\lambda = 0$ pre $\lambda < 400$ nm alebo $\lambda > 760$ nm.

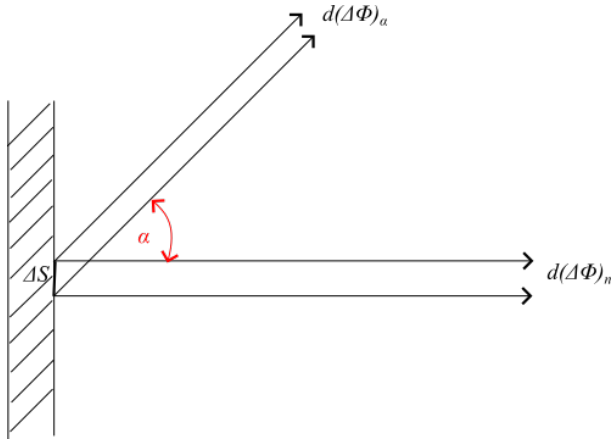
Pre bodové zdroje definujeme svietivosť I – svetelný tok vyžiarený do jednotkového priestorového uhla, [I] = cd (candela). 1 steradián, 1 sr je veľkosť priestorového uhla, ktorý na guľovej ploche s polomerom 1 m vymedzuje plochu 1 m^2. V smere osi kužeľa (v danom priestorovom uhle) je podiel časti svetelného toku dϕ, ktorý vychádza zo zdroja svetla do malého priestorového uhla dΩ: $I_\alpha = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\Omega}$.

Ak je zdroj izotropný (rovnako vyžaruje do všetkých smerov): $I = \frac{\phi}{\Omega}$

Pre celkový svetelný tok platí: $\phi = 4\pi . I$

Žiarivosť I_e definujeme ako: $I_e = \frac{\mathrm{d}\phi_e}{\mathrm{d}\Omega}$, kde dΩ je element priestorového uhla. $[I_e] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{sr}}$.

Pre plošné zdroje alebo zdroj svetla konečných rozmerov definujeme jas L_α, $[L_\alpha]$ = cd / m^2. Jas je podiel svietivosti plôšky zdroja v danom smere k priemetu tejto plôšky do roviny kolmej k danému smeru, obr. 3.24.



Obr. 3.24 Obrázok k svietivosti plôšky ΔS a Lambertovmu zákonu.

Jas L_α plošného elementu ΔS v smere, ktorý zviera uhol α s normálou na plôšku ΔS:

$L_\alpha = \frac{d(\Delta\phi)}{\Delta S \cos\alpha \mathrm{d}\Omega}$, keďže platí: $\Delta I_\alpha = \frac{\mathrm{d}(\Delta\phi)}{\mathrm{d}\Omega}$ potom: $L_\alpha = \frac{\Delta I_\alpha}{\Delta S \cos\alpha}$.

Svietivosť plôšky spĺňa Lambertov zákon: $\Delta I_\alpha = \Delta I_n \cos\alpha$

a niekedy sa nazýva Lambertov kosínusový zákon, kde ΔI_n – svietivosť v smere normály.

Osvetlenie E (intenzita osvetlenia) je podiel svetelného toku dopadajúceho na element plochy dS: $E = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}S}$

Svetlenie H je podiel rovnomerne rozdeleného svetelného toku vyžarovaného z povrchu zdroja a plochy povrchu S: $H = \frac{\phi}{S}$

Definícia niektorých jednotiek:

- 1 cd je svietivosť zdroja v danom smere zdroja, ktorý vyžaruje monochromatické žiarenie s $f = 540.10^{12}$Hz (zelené svetlo) a má žiarivosť v tomto smere 1/683 W / sr
- 1 lm je svetlný tok vyžarovaný do priestorového uhla 1 sr bodovým zdrojom so svietivosťou 1 cd
- 1 lx (lx – jednotka osvetlenia $[E] = \text{lx}$, lux) je osvetlenie plochy, ktorej na každý štvorcový meter dopadá rovnomerne rozdelený svetelný tok 1 lumen, 1lx = 1lm / m^2

3.4 Svetlo ako elektromagnetická vlna

Keďže zrakom vnímame väčšinu podnetov okolitého sveta, o povahe svetla uvažovali ľudia odkedy sa zaujímali o prírodné zákony. V starovekom Grécku bolo svetlo považované za priamočiare tenké lúče. Neskôr v 17. storočí už boli známe zákony odrazu a lomu na rovinných a zakrivených zrkadlách, ako ich poznáme v geometrickej optike. Súbežne v tom istom období bola populárna aj časticová teória svetla, ktorú obhajoval aj Isaac Newton. Obidve teórie dokázali správne vysvetliť vybrané experimentálne pozorovania. Hlavný rozdiel bol v rýchlosti šírenia sa svetla v látkach. Vlnová teória predpokladala, že sa svetlo šíri v opticky hustejšom prostredí pomalšie ako vo vzduchu, časticová naopak. Prelom v chápaní povahy svetla prišiel v šesťdesiatych rokoch 19. storočia. Zaslúžil sa o to James Clerk Maxwell, obr. 3.25 publikovaním štyroch rovníc, ktoré nesú jeho meno. Napriek tomu, že fyzikálne princípy elektriny a magnetizmu, ktoré tieto rovnice opisujú boli známe, J. C. Maxwell ich prepísal ako pôsobenie elektrických a magnetických polí plus pridal člen do štvrtej rovnice. Najväčší jeho prínos bol, že riešením týchto rovníc získal vlnovú rovnicu s rýchlosťou vlny rovnej rýchlosti svetla, ktorá v tej dobe už bola známa s pomerne veľkou presnosťou. Z toho vyplývalo, že svetlo sú elektromagnetické vlny a riešením Maxwellových rovníc je optika. V ďalšej časti odvodíme vlnovú rovnicu zo štyroch Maxwellových rovníc.

Obr. 3.25 James Clerk Maxwell (1831 – 1879).

Maxwellove rovnice (MR)

1. Maxwellova rovnica: $\operatorname{div} \boldsymbol{D} = \rho$

kde $\boldsymbol{D}$ je vektor elektrickej indukcie, ρ – objemová hustota voľného elektrického náboja.

1. MR je zovšeobecnením Coulombovho zákona a Gaussovej vety a vyjadruje, že siločiary elektrického poľa začínajú a končia v tom mieste priestoru, kde je sústredený elektrický náboj a zdrojom elektrického poľa je teda náboj.

2. Maxwellova rovnica: $\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0$

kde $\boldsymbol{B}$ je vektor magnetickej indukcie.

2. MR vyjadruje zákon spojitosti magnetického indukčného toku, t.j. magnetické indukčné čiary nemajú začiatok a koniec, ale sú to uzavreté krivky a neexistuje magnetický monopól.

Prvá a druhá Maxwellova rovnica sa týkajú stacionárnych polí – elektrostatického a magnetostatického, ktoré sa s časom nemenia. Tretia a štvrtá Maxwellova rovnica opisujú nestacionárne polia a vyjadrujú významnú prírodnú zákonitosť – zmena magnetického poľa vedie ku vzniku elektrického poľa a naopak.

3. Maxwellova rovnica: $\text{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$

kde $\boldsymbol{E}$ je vektor intenzity elektrického poľa.

3. MR popisuje Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie, vznik elektrického poľa v časovo premenlivom magnetickom poli.

4. Maxwellova rovnica: $\text{rot}\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$

kde $\boldsymbol{j}$ je vektor prúdovej hustoty.

4. MR popisuje zovšeobecnený Ampérov zákon celkového prúdu, t. j. magnetické pole vzniká v okolí vodičov vedúcich elektrický prúd + *prídavok J. C. Maxwella* - aj v časovo premenlivom elektrickom poli. Na základe týchto štyroch rovníc sú popísané všetky vzťahy a zákonitosti elektromagnetického poľa.

Predpokladajme izotropné a homogénne prostredie, potom môžeme písať:

$\boldsymbol{j} = \sigma\,\boldsymbol{E}$ $\qquad \boldsymbol{D} = \varepsilon\,\boldsymbol{E}$, $\qquad \boldsymbol{B} = \mu\,\boldsymbol{H}$

kde ε je permitivita, ktorá je konštantná, σ je vodivosť a μ je permeabilita, ktorá je konštantná.

Ďalej predpokladajme priehľadné dielektrikum bez prúdov a nábojov, takže platí:

$\rho = 0$, $\sigma = 0$, (nulová vodivosť, napr. sklo)

Maxwellove rovnice sa pri vyššie spomenutých predpokladoch upravia na:

$$\text{div}\,\varepsilon\,\boldsymbol{E} = 0 \qquad \text{div}\,\mu\,\boldsymbol{H} = 0 \qquad \text{rot}\,\boldsymbol{E} = -\mu\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \qquad \text{rot}\,\boldsymbol{H} = \varepsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

Upravujme 3. MR

$\frac{1}{\mu}\text{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$ $\qquad /\text{rot}$

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{rot}\,\boldsymbol{E}\right) = -\text{rot}\,\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$$

$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{rot}\,\boldsymbol{E}\right) + \text{rot}\,\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = 0$ $\qquad$ (dosadíme $\text{rot}\,\boldsymbol{H} = \varepsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$)

$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{rot}\,\boldsymbol{E}\right) + \varepsilon\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$

$$-\frac{1}{\mu}\Delta\,\boldsymbol{E} + \varepsilon\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad /.\,\mu$$

kde $\Delta\,\boldsymbol{E} = (\Delta\,E_{\boldsymbol{x}}, \Delta\,E_{\boldsymbol{y}}, \Delta\,E_{\boldsymbol{z}})$

a dostávame: $$\Delta\,\boldsymbol{E} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$$

čo predstavuje **vlnovú rovnicu v diferenciálnom tvare**.

(Jednorozmerná vlnová rovnica: $\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2} = 0$)

Vyjadrením rýchlosti dostávame: $$v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}\ ,$$

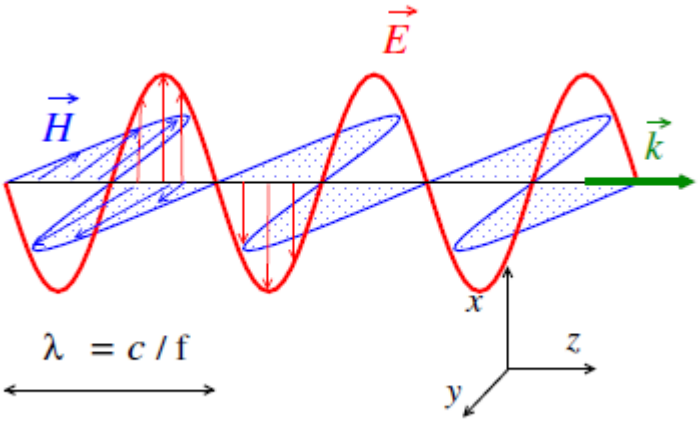
čo predstavuje rýchlosť šírenia elektromagnetického vlnenia. Dosadením parametrov vákua získame rýchlosť šírenia vo vákuu: $c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}} \rightarrow c = 299\,795\,637{,}7 \quad {}^{m}/_{s}$.

Odvodená rýchlosť je rovnaká ako už známa rýchlosť svetla, z toho vyplýva že **svetlo je elektromagnetické vlnenie.** Môžeme vypočítať rýchlosť pre ľubovoľné prostredie vlnenia: $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0 \qquad \mu = \mu_r\mu_0$

$$v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_r\mu_0}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r\mu_r}}.\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

Ďalším riešením vlnovej rovnice získame vzťah pre elektrickú intenzitu: $E = E_0\cos(\omega t + \varphi)$.

Z Maxwellových rovníc sa dá ukázať, že elektromagnetické vlnenie je priečne vlnenie, kde vektor intenzity elektrického poľa je kolmý na vektor intenzity magnetického poľa a súčasne sú vo fáze, $H = H_0\cos(\omega t + \varphi)$, obr. 3.26. Smer šírenia vlny je v smere jednotkového vektora $\boldsymbol{k}$.



Obr. 3.26 Zložky elektromagnetického poľa.

V elektromagnetickom poli existuje nenulový tok energie. Definujeme: $\vec{S}$ –Poyntingov vektor žiarenia [W/m^2], ktorý udáva tok energie poľa cez jednotkovú plochu za jednotku času.

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$$

Vyjadrime intenzitu elektromagnetického vlnenia.

Majme monochromatické svetlo šíriace sa v smere osi *x*. Nech intenzita elektrického poľa kmitá v smere osi *y:* $\boldsymbol{E}= \left(0, E_y, 0\right)$ a intenzita magnetického poľa kmitá v smere osi *z:*

$\boldsymbol{H}= (0,0, H_z)$. Intenzita sa rovná strednej hodnote Poyntingovho vektora:

$$I = \langle \boldsymbol{S} \rangle = \langle \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T S_x \,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T E_y H_z \mathrm{d}t$$

Vyjadríme zložky elektromagnetického poľa:

$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx)$

$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx)$ a dosadíme:

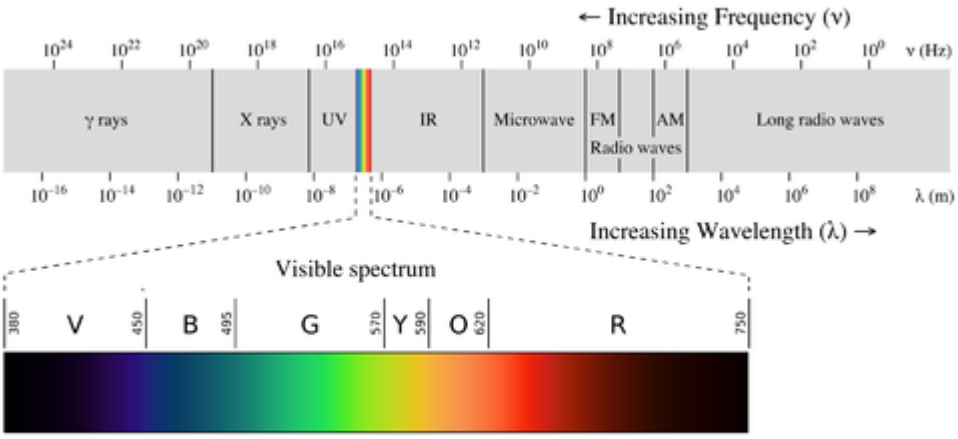
$$I = \frac{1}{T}\int_0^T E_0 H_0 [\cos(\omega t - kx)]^2 \,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T {E_0}^2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} [\cos(\omega t - kx)]^2 \,\mathrm{d}t$$

možno dokázať, že: $H_0 = E_0\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$, potom ďalšou úpravou:

$$I = {E_0}^2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T[\cos(\omega t - kx)]^2\,\mathrm{d}t}_{\frac{1}{2}}$$

a dostávame: $$I = \frac{{E_0}^2}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$$

Intenzita elektromagnetického vlnenia je úmerná štvorcu intenzity elektrického poľa.



Obr. 3.27 Elektromagnetické spektrum so zvýraznením viditeľného spektra. (https://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_radiation)

Ako ukazuje obr. 3.27, viditeľná časť elektromagnetického spektra je veľmi úzka. Okrem týchto vĺn sme obklopení rádiovými a televíznymi vlnami, ďalej mikrovlnami radarových systémov a telefónov, vlnami od röntgenových prístrojov a rádioaktívnych materiálov a podobne. V elektromagnetickom spektre nie sú medzery a všetky vlny sa šíria vo vákuu rovnakou rýchlosťou *c*.

3.4.1 Tlak žiarenia

Elektromagnetické vlny majú hybnosť aj energiu a môžu vykonávať tlak na objekt, ktorý sa nazýva tlak žiarenia. Vyjadrime vzťah pre radiačný tlak. Predpokladajme dopadajúci zväzok elektromagnetického žiarenia na predmet po dobu Δt. Predmet sa môže voľne pohybovať a úplne pohltí dopadajúce žiarenie – prijme energiu ΔU. Veľkosť zmeny hybnosti je daná: $\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$, kde c je rýchlosť svetla.

Keď je žiarenie úplne odrazené, veľkosť zmeny hybnosti je dvojnásobná: $\Delta p = \frac{2\Delta U}{c}$

Využijúc II. Newtonov zákon: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ a vzťah pre energiu prijatú za čas Δt na plochu S:

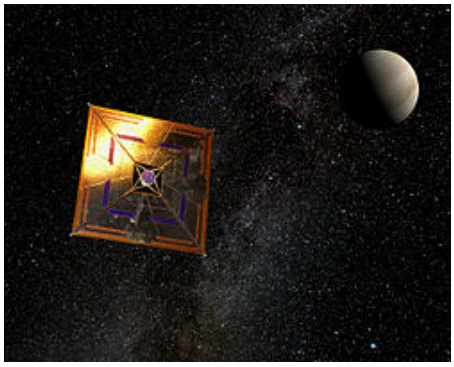
$\Delta U = IS\Delta t$, dostávame vzťah pre: - úplné pohltenie: $F = \frac{IS}{c}$

- pre úplný odraz $F = \frac{2IS}{c}$

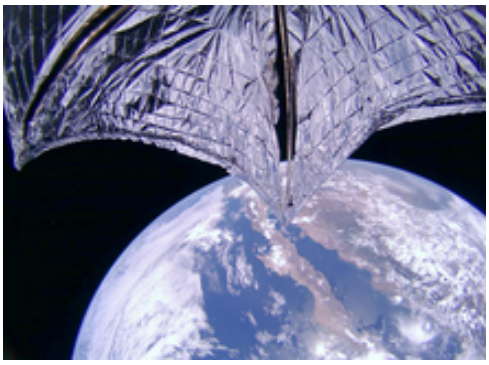
Sila pôsobiaca na jednotku plochy predstavuje tlak žiarenia alebo radiačný tlak p_r:

$p_r = \frac{I}{c}$ - úplné pohltenie $p_r = \frac{2I}{c}$ - úplný odraz.

Možným využitím tlaku elektromagnetického žiarenia sú solárne (slnečné) plachetnice, ktoré boli už v minulosti úspešne vypustené, obr. 3.28.



a)



b)

Obr. 3.28a) Prvá úspešne vypustená slnečná plachetnica – 2010 IKAROS Japonská vesmírna agentúra (https://cs.wikipedia.org/wiki/JAXA). b) LightSail, v roku 2019 ako sekundárny užitočný náklad na rakete Falcon Heavy. Riadená solárna plavba na nízkej orbite Zeme (https://www.planetary.org/sci-tech/lightsail).

3.4.2 Index lomu

Index lomu predstavuje základnú optickú vlastnosť prostredia. Predstavuje index, ktorý charakterizuje, akou rýchlosťou v sa šíri svetlo v danom prostredí oproti rýchlosti svetla vo vákuu, kde dosahuje maximálnu hodnotu c.

Keďže platí: $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$ definujeme index lomu n ako : $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$

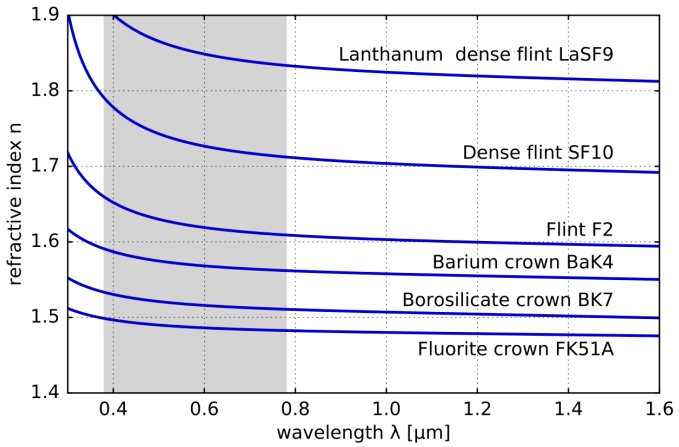
Optické prostredie môže byť izotropné, t. j. vo všetkých smeroch má rovnaké vlastnosti alebo anizotropné, t. j. v rôznych smeroch má rôzne vlastnosti. Index lomu nazývame aj optická hustota prostredia. Ďalšou základnou vlastnosťou optiky je závislosť indexu lomu od vlnovej dĺžky, $n \sim f(\lambda)$ a môžeme písať:

$$n_\lambda = \frac{c}{v_\lambda}$$

Zavedieme pojem optická dráha l ako vzdialenosť, ktorú by svetlo prešlo vo vákuu za rovnaký čas ako v danom prostredí: $l = n\, s$**,** kde l je dráha vo vákuu a s je dráha v prostredí.

3.4.3 Disperzia svetla

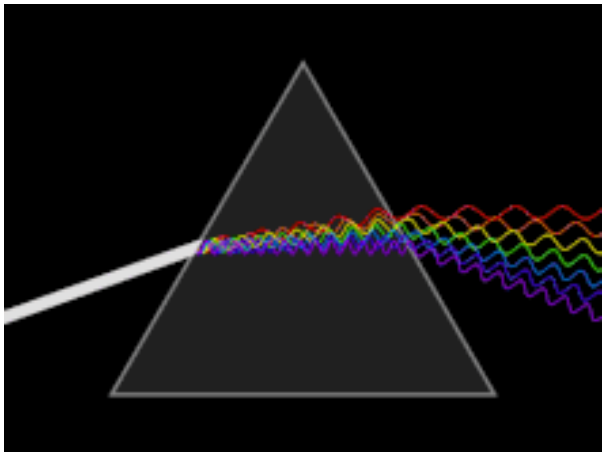
Disperzia svetla znamená **rozklad** svetla a predstavuje jav vyvolaný závislosťou indexu lomu n od vlnovej dĺžky λ. Na obr. 3.29 je závislosť indexu lomu pre rôzne materiály od vlnovej dĺžky použitého elektromagnetického vlnenia.



Obr. 3.29 Zmena index lomu pri zmene vlnovej dĺžky pre rôzne typy skiel.

(https://en.wikipedia.org/wiki/Refractive_index)

Disperzia svetla je často viditeľná, ak biele svetlo dopadá na povrch priehľadného materiálu a rozkladá sa na farebné zložky – sedem farieb rôznej vlnovej dĺžky: červená, oranžová, žltá, zelená, modrá, indigová, fialová, ktoré nazývame spektrálne farby, obr. 3.30, tab. 3.1. Z obrázku je zrejmé, že v oblasti viditeľného svetla index lomu s rastúcou frekvenciou rastie.



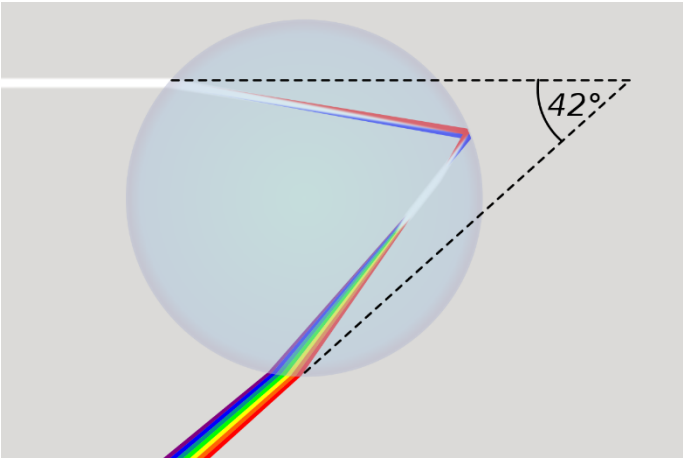
Obr. 3.30 Disperzia svetla. (https://en.wikipedia.org/wiki/Dispersion_(optics))

Tab. 3.1 Spektrálne farby.

	spektrálna farba	vlnová dĺžka (nm)	Frekvencia (THz)
	fialová	380 – 450	670 – 790
	modrá	450 – 485	620 – 670
	tyrkysová	485 – 500	600 – 620
	zelená	500 – 565	530 – 600
	žltá	565 – 590	510 – 530
	oranžová	590 – 625	480 – 510
	červená	625 – 750	400 – 480

3.4.4 Vznik dúhy

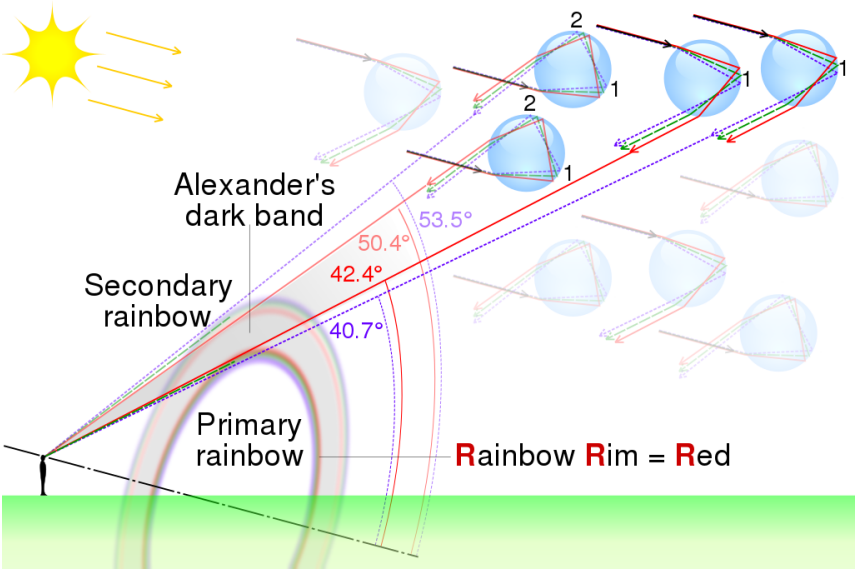
Najčastejšia demonštrácia disperzie svetla je dúha. Niekedy sa nám podarí vidieť dve dúhy nad sebou. Najprv si vysvetlíme bežnú – primárnu dúhu. Podstatou javu vzniku dúhy je lom svetla na kvapkách vody, obr. 3.31, keď sa slnečné lúče najprv lámu pri prechode do kvapky, potom sa odrážajú v kvapke a nakoniec sa lámu pri výstupe z kvapky. Uhol γ, ktorý zviera prichádzajúci a odchádzajúci lúč, ak vošiel do kvapky pod uhlom α je približne 42° v závislosti od spektrálnej farby. Z toho vyplýva, že dúhu vidíme na opačnej strane ako sa nachádza Slnko. Javí sa nám ako časť kruhu, ktorý je daný spektrálnou farbou. Veľkosť kruhu dúhy je nezávislá na našej vzdialenosti od kvapiek vody formujúcich duhu a každý pozorovateľ vidí „vlastnú“ dúhu.



Obr. 3.31 Lom a odraz svetla na kvapke vody.

https://en.wikipedia.org/wiki/Rainbow#/media/File:Rainbow1.svg

Sekundárna dúha, obr. 3.32 vzniká ako dôsledok dvoch interných reflexií na vnútornej strane kvapiek vody, obr. 3.33. Má obrátené poradie farieb ako dôsledok dvojnásobnej reflexie a lomu svetla v kvapkách vody. Je dvakrát široká ako primárna dúha keďže dochádza ku dvojnásobnej disperzii pri prechode svetla kvapkou vody a lúč prejde približne dvojnásobnú dráhu. Jednotlivé farby vidíme pod uhlami približne 51° v závislosti od spektrálnej farby.



Obr. 3.32 Lom a odraz lúčov pri primárnej a sekundárnej dúhe.

https://en.wikipedia.org/wiki/Rainbow#/media/File:Rainbow_principle.svg

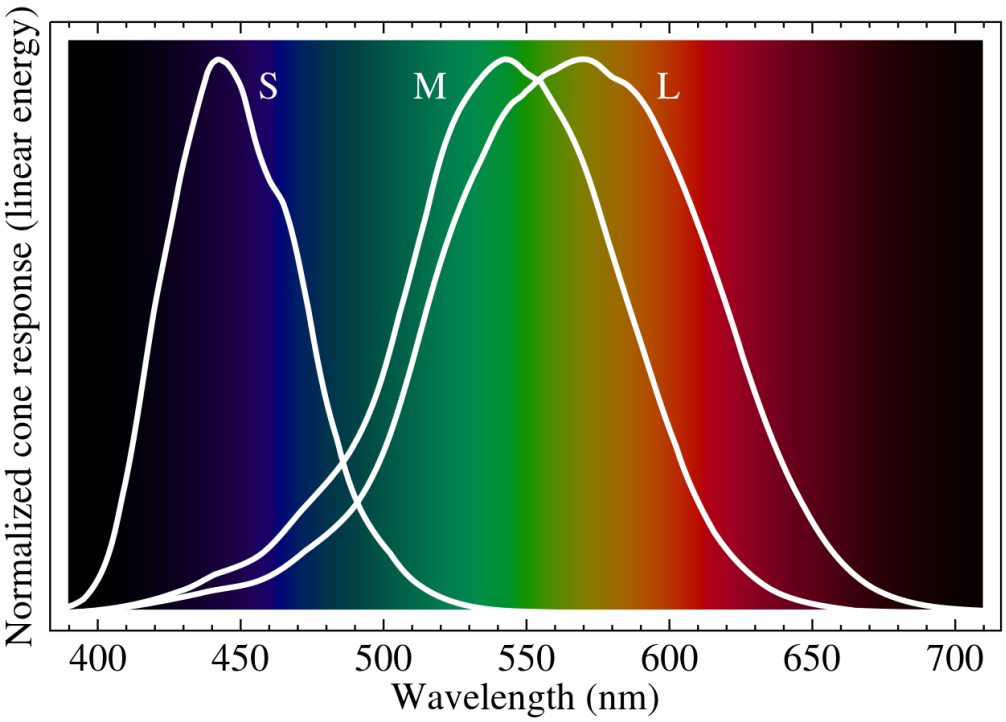
Obr. 3.33 Primárna a sekundárna dúha.

3.4.5 Vnímanie farieb

Na vnímanie farieb nám slúžia čapíky, ktoré sa nachádzajú v oku. V zdravom ľudskom oku existujú tri druhy farebných receptorov – čapíkov, ktoré vnímajú prevažne červenú (L), zelenú (M) a modrú farbu (S), tab. 3.2, obr. 3.34. Čapíky posielajú do mozgu informáciu o farbe vnímaného svetla a tri farebné kanály sú postačujúce pre namiešanie akejkoľvek farby a preto je oko trichromatické.

Tab. 3.2. Citlivosť čapíkov v ľudskom oku.

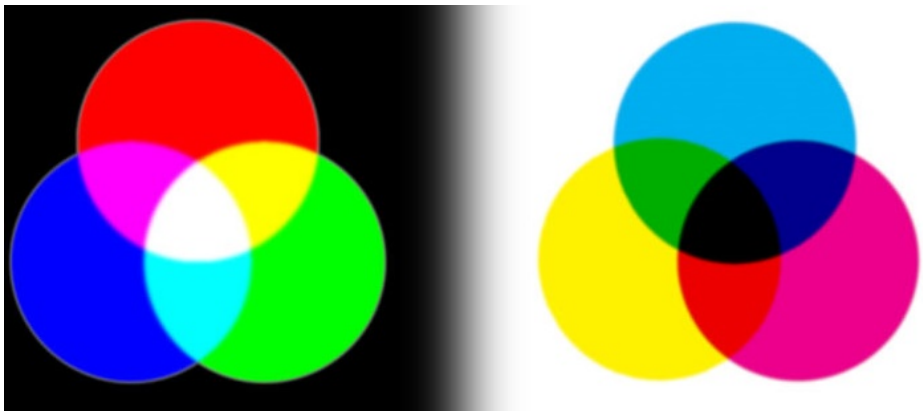
Druh čapíka	Rozsah vlnových dĺžok	Maximum vlnových dĺžok
S – short	400 – 500 nm	420 – 440 nm
M – medium	450 – 630 nm	534 – 555 nm
L – long	500 – 700 nm	564 – 580 nm



Obr. 3.34 Citlivosť čapíkov v ľudskom oku od vlnovej dĺžky.

https://en.wikipedia.org/wiki/Cone_cell

Existuje niekoľko typov porúch vnímania farieb spôsobených odchýlkou v citlivosti alebo úplnou absenciou niektorých druhov farebných čapíkov. Už James Maxwell ukázal, že každá farba spektra (aj biela) sa s dostatočnou presnosťou dá získať z troch základných farieb: červenej, zelenej a modrej. Farby sa dajú jednoznačne matematicky opísať a dá sa predpovedať, aká bude biologická reakcia ľudského oka na ľubovoľnú z farieb. Výpočtom sa dá ukázať, akú farbu dostaneme zmiešaním farieb. Ku hlavným farbám: zelená, modrá a červená definujeme doplnkové farby: tyrkysová, purpurová, žltá. Napríklad žltá (červená + zelená) je doplnková modrej, pretože ich zmiešaním dostávame farbu bielu. Definujeme aj subtraktívne miešanie, kedy napríklad vylúčením modrej farby z bieleho spektra dostaneme žltú farbu, obr. 3.35.



Obr. 3.35 Aditívne a subtraktívne farby.

Farba telesa závisí od intenzity a spektrálneho zloženia dopadajúceho svetla, ale farba svetla samotného nezávisí od intenzity svetla. Farby môžeme deliť na sýte – monochromatické svetlo - jedna vlnová dĺžka (laser) alebo nesýte – obsahuje viacero vlnových dĺžok. Farbu určíme tromi veličinami:

1.) Farebný tón – odtieň farby, určený spektrálnou farbou, ktorú musíme zložiť s bielou, aby sme dostali danú farbu.

2) Sýtosť farby – pomer svetelného toku daného farebného tónu voči celému svetelnému toku.

Sýtosť farby je tým väčšia, čím menší je rozsah vlnových dĺžok a menšie množstvo zložiek bieleho svetla.

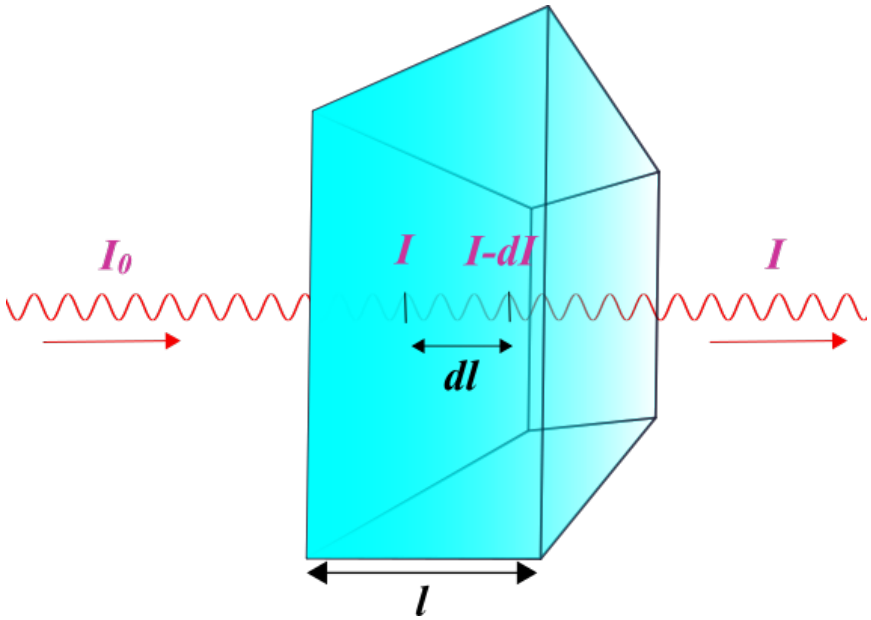
3) Svetelný tok – jas – schopnosť svetla vyvolať zrakový vnem.

3.4.6 Absorpcia

V každom prostredí okrem vákua dochádza k pohlcovaniu vlnenia – absorpcii.

Absorpcia súvisí aj s disperziou, čiže závislosťou od vlnovej dĺžky: $A \sim f_{(\text{disperzia})} \rightarrow f_{(\lambda)}$

Napríklad v skle hrúbky 1 cm dochádza k veľkému úbytku UV žiarenia, ale len k 1% úbytku intenzity viditeľného svetla. Vyjadrime absorpčný zákon. Majme tenkú vrstvu šírky l a monochromatické žiarenie s počiatočnou intenzitou I_0, obr. 3.36.



Obr. 3.36 Absorpcia žiarenia.

Ak $I = I_0$ máme priehľadné teleso. Ak $I < I_0$ tak dochádza ku absorpcii. Na dĺžke dl sa I zmení z I na I-dI môžeme písať: $I - \mathrm{d}I = I - \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}l}\mathrm{d}l$.

V prvom priblížení pre homogénny a izotropný materiál platí, že čím väčšie dl tým väčší úbytok intenzity a čím viac svetla bude dopadať, tým bude väčší úbytok: $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}l} \sim I$.

Môžeme písať: $-\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}l} = kI$.

Postupnými úpravami:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}l} = -kI, \qquad \frac{\mathrm{d}I}{I} = -k\mathrm{d}l \quad \text{a} \quad \text{integrovaním: } \int \frac{\mathrm{d}I}{I} = -\int k\mathrm{d}l$$

dostávame: $\ln I = -kl + c.$

Z čoho vyplýva zákon, ktorý sa nazýva Lambertov absorpčný zákon:

$$I = I_0 . \mathrm{e}^{-kl}, \quad c = \ln I_0.$$

Nech $k = \frac{\varkappa}{\log \mathrm{e}}$ kde $\varkappa = k . \log \mathrm{e}$, $[\varkappa] = \mathrm{m}^{-1}$ koeficient absorpcie.

Absorpčný zákon bude v tvare: $I = I_0 . 10^{-\varkappa l}$

Ak $\varkappa = \frac{1}{l}$ potom $I = \frac{I_0}{10}$ a koeficient absorpcie vyjadruje prevrátenú hodnotu dĺžky, na ktorej intenzita klesne na desatinu hodnoty.

Ak je absorpcia dôsledkom atómov a molekúl (tzv. absorpčné centrá), z ktorých sa látka

skladá, platí: $\varkappa = c . \varepsilon$, nazýva sa nazýva Beerov zákon, kde c je koncentrácia absorpčných centier a ε je extinčný koeficient. Potom môžeme písať vzťah pre absorpciu žiarenia:

$$I = I_0 . 10^{-c\varepsilon l}.$$

Príklady využitia absorpcie:

- v medicíne sú röntgenové lúče absorbované v rôznom rozsahu rôznymi tkanivami (najmä kosti), čo je základom pre röntgenové zobrazovanie,
- v chémii a vede o materiáloch rôzne materiály a molekuly absorbujú žiarenie v rôznom rozsahu na rôznych frekvenciách, čo umožňuje identifikáciu materiálu,
- v optike sú slnečné okuliare, farebné filtre, farbivá a ďalšie podobné materiály navrhnuté špeciálne s ohľadom na to, aké viditeľné vlnové dĺžky absorbujú a v akom pomere.

3.4.7 Rozptyl svetla

Ak svetlo ako elektromagnetická vlna prechádza prostredím, excitujú sa elektróny v atómoch a vracajú sa do rovnovážnych polôh. Dochádza ku vyžarovaniu sekundárneho vlnenia, ktorý má rovnakú vlnovú dĺžku, ale nie smer ako primárne vlnenie. Jedným z dôvodov je nehomogenita prostredia.

Ak rozmer nehomogenity je $\ll \lambda \rightarrow$ rovnomerný rozptyl sekundárneho vlnenia do všetkých smerov.

Ak rozmer nehomogenity je $\approx \lambda \rightarrow$ anizotropný rozptyl.

Najlepšie je možné pozorovať rozptyl v kolmých prostrediach a nazýva sa **difúzia svetla.**

Pre intenzitu rozptýleného svetla pri difúzii platí: $I = I_0 \mathrm{e}^{-2\pi N \rho^2 f z}$

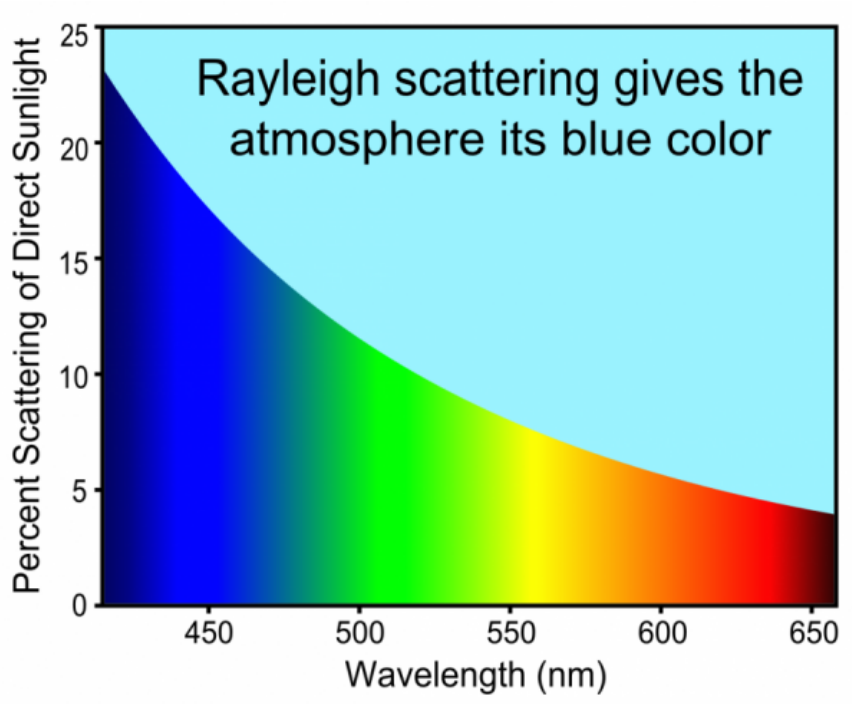
kde I_0 – intenzita dopadajúceho svetla, N – hustota častíc, ρ – polomer častíc, f – koeficient difúzie $f(\lambda,\rho)$, z – hrúbka prostredia.

Molekulárny rozptyl svetla je dôsledok tepelného pohybu molekúl – fluktácia hustoty častíc.

Rayleighov rozptyl je rozptyl svetla, alebo iného elektromagnetického žiarenia, časticami oveľa menšími, ako je vlnová dĺžka svetla a platí:

$$I_\vartheta \sim f\left(\frac{I}{\lambda^4}\right) \qquad \text{ak } \lambda \sim 10^{-7}\text{m potom } \lambda^4 \sim 10^{-28}\text{m.}$$

Z toho vyplýva, že na kratších vlnových dĺžkach dochádza ku silnejšiemu rozptylu ako na dlhších vlnových dĺžkach. ($\lambda_{červ}$ = 650 nm vs λ_{modr} = 450 nm), obr. 3.37.



Obr. 3.37 Absorpcia žiarenia.
https://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh_scattering#/media/File:Rayleigh_sunlight_scattering.svg

Intenzita rozptýleného modrého svetla bude približne štyri krát väčšia ako intenzita červeného svetla. V reálnom živote sa to javí modrým svetlom na oblohe, pretože v smeroch iných ako k Slnku, pozorovateľ vidí len rozptýlené svetlo. Ďalším optickým javom v atmosfére sú červené zore pri západe alebo východe Slnka, kde dochádza k lomu lúčov na rozhraní atmosféry. Modrá zložka sa láme pod väčším uhlom ako červená, čo spôsobí, že modrá zložka slnečného svetla „zapadne“ skôr ako červená. Vďaka tomu je západ Slnka červený. Oblaky sa skladajú z vodnej pary, ktorej čiastočky sú oveľa väčšie ako molekuly dusíka a kyslíka v atmosfére. To spôsobuje, že sa dopadajúce svetlo rozptyľuje v celom spektre rovnako bez ohľadu na vlnovú dĺžku. Zmes všetkých farieb spektra dáva bielu farbu a preto sú oblaky biele.

3.5 Interferencia svetla

Dúha ukazuje, že viditeľné svetlo je zložené zo spektrálnych farieb a lúče s rôznymi vlnovými dĺžkami vystupujú z vodnej kvapky pod rôznym uhlom. Lenže farebné spektrum môžeme vidieť aj na mydlovej bubline alebo olejovej škvrne na vode. A tieto javy nevznikajú lomom svetla ale konštruktívnou alebo deštruktívnou interferenciou. Vzájomným skladaním vĺn sa zosilňujú alebo zoslabujú určité farby. Odvoďme si základné vzťahy pre interferenciu. Vieme, že ak sa zmení rýchlosť svetla pri prechode cez rozhranie do iného prostredia tak sa zmení aj vlnová dĺžka a že rýchlosť svetla v ľubovoľnom prostredí závisí od indexu lomu.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Vlnovú dĺžku svetla vo vákuu označíme λ a jeho rýchlosť c. V prostredí s indexom lomu n je vlnová dĺžka λ_n a rýchlosť v, potom môžeme písať:

$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c} \qquad\qquad \lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

Majme dve koherentné vlnenia, ktoré sú na začiatku vo fáze. Vlnová dĺžka na začiatku je λ a rýchlosť je c. Každé z nich prechádza cez prostredie s hrúbkou d s rôznym indexom lomu n_1 a n_2. Po prechode prostredím vlnenia už môžu mať fázový rozdiel.

prvá vlna: $\lambda_1 = \dfrac{\lambda}{n_1}$

N_1 − počet vlnových dĺžok na dráhe d môžeme vyjadriť: $N_1 = \frac{d}{\lambda_1} = \frac{d\, n_1}{\lambda}$

druhá vlna: $N_2 = \dfrac{d}{\lambda_2} = \dfrac{d\, n_2}{\lambda}$

Potom pre $(N_2 - N_1)$ môžeme písať: $N_2 - N_1 = \frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1)$

$N_2 - N_1$ nemusí byť celé číslo. Ak dostaneme napríklad $N_2 - N_1 = 2{,}4 \rightarrow$ zoberieme $0{,}4$.

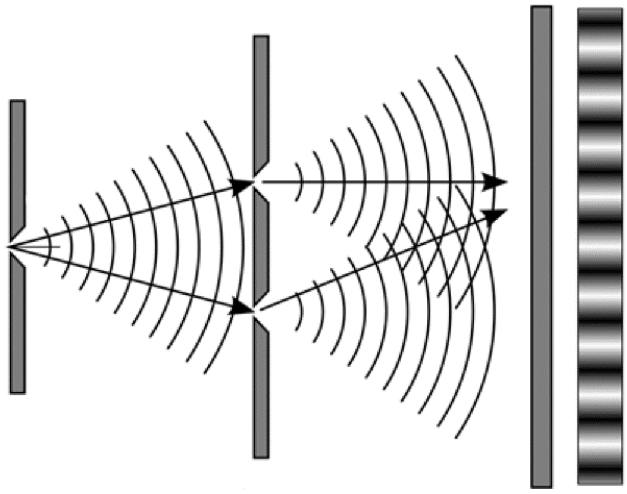
Ak platí: $N_2 - N_1 = 1 \rightarrow$ konštruktívna interferencia

$N_2 - N_1 = 0{,}5 \rightarrow$ deštruktívna interferencia

Fázový rozdiel: $\varphi \sim (N_2 - N_1)$

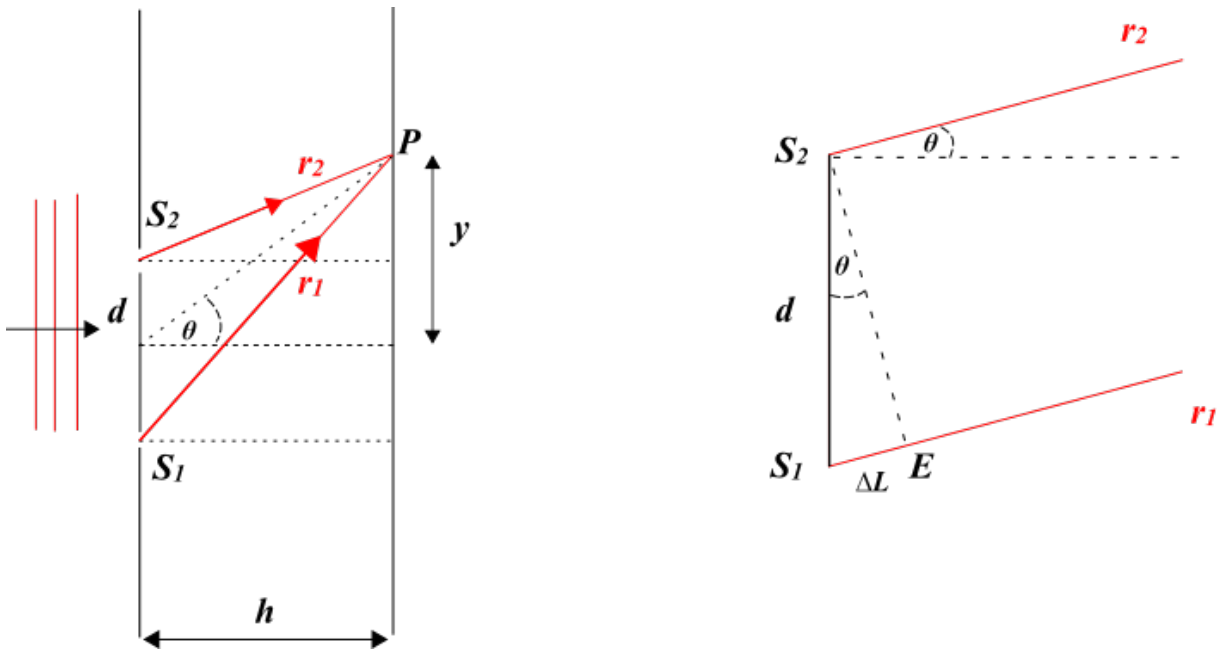
3.5.1 Youngov interfrenčný pokus

V roku 1801 Thomas Young experimentálne ukázal, že svetlo je vlna v dobe, keď väčšina fyzikov považovala svetlo za prúd častíc. Demonštroval, že svetlo vykazuje jav interferencie rovnako ako vodné vlny alebo zvukové vlny. Okrem toho vypočítal strednú vlnovú dĺžku svetla 570 nm, ktorá je veľmi podobná dnes uznávanej 555 nm. Základné usporiadanie Youngovho interferenčného pokusu pozostáva z monochromatického zdroja svetla, ktoré dopadá na prvé tienidlo so štrbinou, obr. 3.38. Ďalej toto postupujúce žiarenie dopadá na druhé tienidlo a prechádza cez dve štrbiny. Za druhým tienidlom dochádza k interferencii dvoch vĺn a na tienidle sa zobrazuje interferenčný obraz. Interferenčné maximá sú znázornené ako svetlé pruhy a interferenčné minimá ako tmavé pruhy.



Obr. 3.38 Youngov interfrenčný pokus.

Využitím Youngovho interfrenčného pokusu môžeme určiť polohy maxím a miním. Majme dve štrbiny S_1 a S_2. Nech je vzdialenosť medzi dvomi štrbinami d oveľa menšia ako je vzdialenosť ku tienidlu $d \ll h$, potom môžeme uvažovať lúče r_1 a r_2 za rovnobežné, obr.3.39.



Obr. 3.39 Interferencia dvoch vĺn a nákres pre výpočet polohy maxím a miním.

Ak sa dve vlny šíria na dráhach s rôznou dĺžkou, tak ich fázový rozdiel sa môže meniť. To, čo sa objaví pri interferenčnom pokuse na tienidle je určené dráhovým rozdielom ΔL lúčov, ktoré dopadli do daného bodu, obr. 3.39. Pre dráhový rozdiel z obrázku platí: $\Delta L = d \sin\theta$.

Ak $\Delta L = k\,\lambda, \quad k \in Z$ konštruktívna interferencia a pre maximum platí: $d \sin\theta = k\,\lambda$.

Ak $\Delta L = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, $k \in Z$ deštruktívna interferencia a pre minimum analogicky platí: $d \sin\theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$.

Poloha maxím a miním (napr. pre k = 1): **max:** $\theta = \arcsin(\frac{\lambda}{d})$

min: $\theta = \arcsin(\frac{1.5\lambda}{d})$

Pre malé uhly platí:

$\mathrm{tg}\theta \to \theta, \quad \sin\theta \to \theta\,, \qquad \mathrm{tg}\theta = \theta = \frac{y}{h}\,, \qquad \sin\theta = \theta = \frac{k\lambda}{d}$

Porovnaním rovníc určíme polohy na tienidle: **max:** $y_k = \frac{kh\lambda}{d}$

min: $y_k = \frac{(2k+1)h}{d}\frac{\lambda}{2}$

Teraz môžeme odvodiť, ako sa mení intenzita pri interferencii svetla z dvoch štrbín. Pre vlnenie platí rovnica: $\Delta \boldsymbol{E} - c^2 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$ a jej riešenie pre intenzitu elektrického poľa je v tvare:

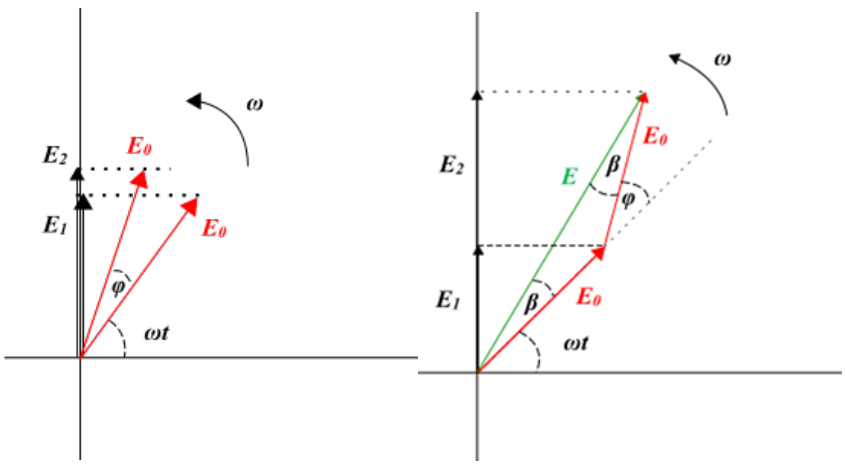
$E = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$. Predpokladajme dva lúče z dvoch štrbín, ktoré sa stretnú na tienidle v bode P a nie sú vo fáze:

1. lúč: $E_1 = E_0 \sin(\omega t)$,

2. lúč: $E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$,

φ −konštantné, predpokladajme koherentné vlny, E_0 − konštantné (z rovnakého zdroja).

Skladanie dvoch vĺn môžeme znázorniť aj metódou fázorov, obr. 3.40.



Obr. 3.40 Skladanie metódou fázorov.

Pre výslednú intenzitu elektrického poľa je z obrázku zrejmé: $E = 2(E_0 \cos\beta)$,

keďže $\beta = \frac{\varphi}{2}$: $E = E_0 \cos\frac{\varphi}{2}$

Platí, že intenzita osvetlenia je úmerná druhej mocnine jej intenzity elektrického poľa, čiže môžeme písať: $\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}$

Potom platí: $\frac{I}{I_0} = \frac{4E_0^2\left[\cos\frac{\varphi}{2}\right]^2}{E_0^2} = 4\left[\cos\frac{\varphi}{2}\right]^2$

A pre intenzitu osvetlenia I dostávame:

$$I = 4I_0 \left[\cos\frac{\varphi}{2}\right]^2.$$

Vypočítajme teraz fázový rozdiel medzi dvoma vlnami v bode P:

Ak je vzdialenosť $S_1E = ½\,\lambda$ potom $\varphi = \pi$

Ak je vzdialenosť $S_1E = \lambda$ potom $\varphi = 2\pi$

Z toho je možné vyvodiť: (fázový rozdiel) = $\frac{2\pi}{\lambda}$ (dráhový rozdiel)

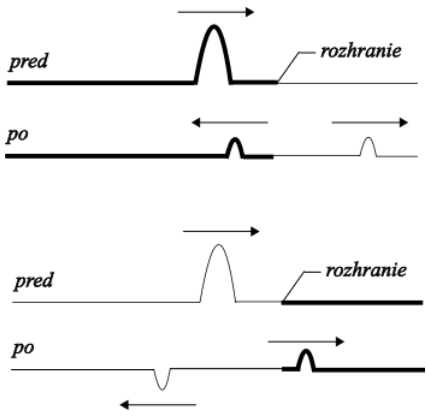
Keďže dráhový rozdiel je: $d \sin\theta$, platí:

$$\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta$$

- čo je vzťah pre fázový rozdiel vĺn z dvoch štrbín.

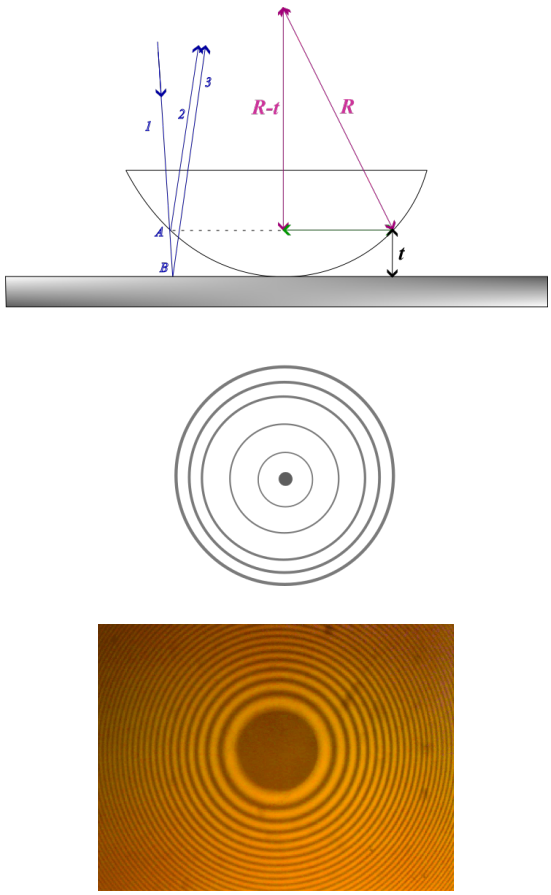
3.5.2 Interferencia na tenkej vrstve

Farby, ktoré vidíme, keď svetlo dopadá na mydlovú bublinu alebo olejovú škvrnu, sú dôsledkom interferencie svetelných vĺn odrazených od prednej a zadnej plochy tenkej priehľadnej vrstvy. Hrúbka mydlovej bubliny je obvykle rádovo podobná ako vlnové dĺžky viditeľného spektra. Základom toho, čo vidí pozorovateľ, je fázový rozdiel medzi týmito dvoma vlnami. Avšak na zistenie fázového rozdielu medzi vlnami nedokážeme nájsť počet vlnových dĺžok, ktoré odpovedajú dráhovému rozdielu $2h$ (h – hrúbka tenkej vrstvy). Je to nemožné, lebo: 1) dráhový rozdiel vzniká v inom prostredí ako je vzduch a 2) odrazy zahŕňajú javy, ktoré môžu zmeniť fázu. Lom na rozhraní dvoch prostredí nikdy nemôže zmeniť fázu, ale fázový rozdiel medzi dvoma vlnami sa môže zmeniť, keď jedna alebo obidve vlny sú po odraze, obr. 3.41. Analógiou k vysvetleniu je pohyb vlny v hustejšom povraze (pulz sa šíri pomalšie) a v ľahšom povraze (pulz sa šíri rýchlejšie). Ak sa pulz šíri v hustejšom prostredí, tak na rozhraní s redším sa pulz čiastočne odrazí bez zmeny fázy a čiastočne sa šíri ďalej. Pre svetlo je to analogické pre šíriacu sa vlnu v prostredí s vyšším indexom lomu. Naopak pri pulze šíriacom sa v redšom povraze, pri dopade na rozhranie s hustejším prostredím dochádza pri odraze k fázovej zmene a pre svetlo analogicky odpovedá prípadu vlny šíriacej sa v prostredí s menším indexom lomu a dopadu na rozhranie s vyšším indexom lomu.



Obr. 3.41 Zmena fázy pri odraze.

K podobnému javu dochádza, ak máme šošovku s polomerom krivosti *R*, ktorá leží na rovinnej sklenenej doske a je osvetlená zhora svetlom. Výsledkom je interferenčný obraz, nazývaný Newtonove krúžky, ktoré prislúchajú rôznej hrúbke vzduchovej medzery medzi šošovkou a sklenenou doštičkou, obr. 3.42.



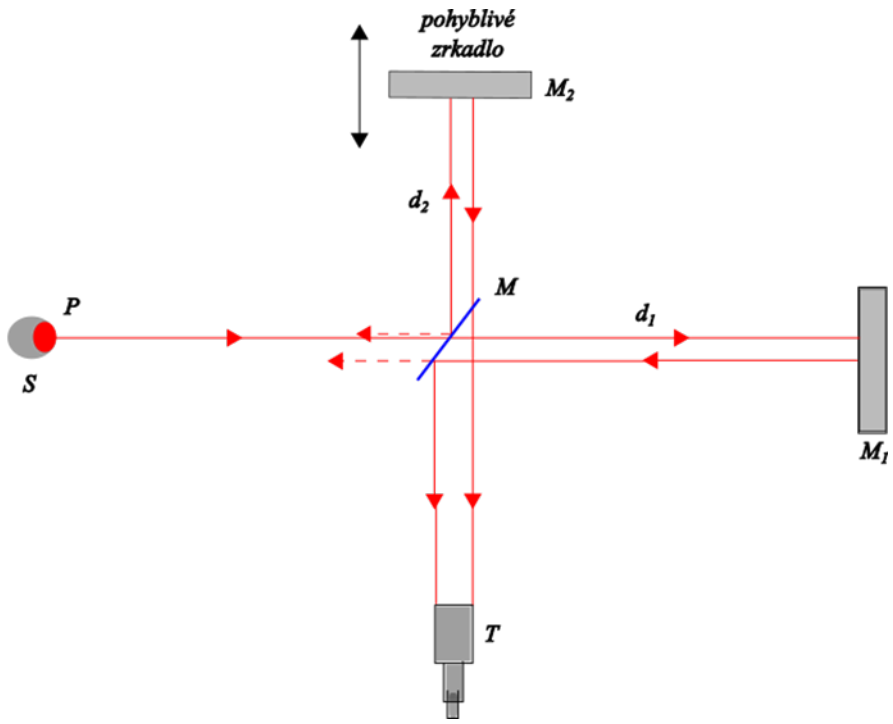
Obr. 3.42 Interferencia lúčov a vznik Newtonových krúžkov.

3.5.3 Michelsonov interferometer

Interferometer je zariadenie na meranie dĺžky s vysokou presnosťou pomocou interferenčných prúžkov. Popíšeme interferometer, ktorý navrhol a postavil A. Michelson v roku 1881. Svetlo vychádza z bodu P zo zdroja S, obr. 3.43 a dopadá na delič zväzku M (zrkadlo, ktoré prepúšťa polovicu svetla a polovicu odráža. Na deliči sa svetlo rozdelí na dve vlny, jedna postupuje k zrkadlu M_1, druhá k zrkadlu M_2. Po odrazoch na zrkadlách sa vlny dostávajú do objektívu T a pozorovateľ vidí interferenčné prúžky. Z experimentu vyplýva, že:

1. pohyb zrkadla M_2 spôsobí fázový posun a posun interferenčných prúžkov,
2. posun prúžkov môže byť spôsobený aj vložením priehľadnej látky – a dá sa vypočítať hrúbka danej látky.

Vieme vyjadriť dĺžku pomocou násobkov vlnovej dĺžky. Napríklad 1 meter = 1553 163,5 vlnových dĺžok červeného svetla. V roku 1907 dostal A. Michelson Nobelovu cenu za fyziku a v roku 1961 na základe jeho experimentu začala platiť nová definícia metra. V roku 1983 sa definícia metra zmenila využitím znalosti rýchlosti svetla.

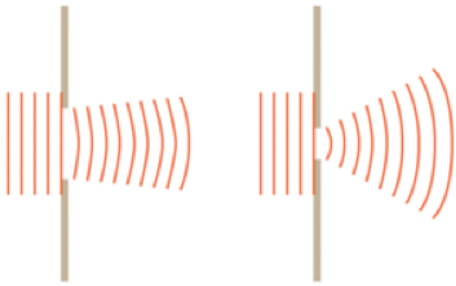


Obr. 3.43 Michelsonov interferometer.

Koncom 19. storočia vedci predpokladali, že elektromagnetické vlnenie potrebuje k svojmu šíreniu prostredie – médium, ktoré nazývali éter a že nie je možné, aby sa šírilo vákuom. V roku 1887 A. Michelson a E. Morley použili vylepšený interferometer na skúmanie vplyvu éteru na šírenie svetla. Vedci predpokladali prítomnosť éteru a že Slnko je vzhľadom k éteru takmer nehybné a preto rýchlosť interferometra voči éteru by bola rýchlosťou Zeme okolo Slnka. To znamená, že pootočenie interferometra éterom by ovplyvnil interferenčný obrázok. Očakávaný posun prúžkov však nebol pozorovaný a preto myšlienka éteru zanikla. Nulový výsledok tohto experimentu viedol nepriamo k Einsteinovej špeciálnej teórii relativity.

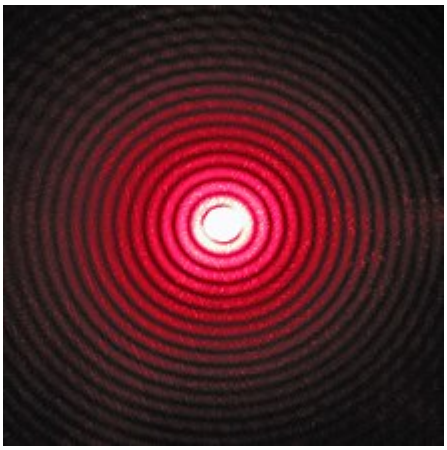
3.6 Difrakcia svetla

Pod difrakciou zvyčajne rozumieme ohyb vĺn na štrbine alebo na prekážke, keďže šírenie sa riadi Huygensovým princípom, obr. 3.44, čím je štrbina menšia, tým dochádza k väčšiemu ohybu.



Obr. 3.44 Ohyb vĺn.

Difrakcia však nie je len rozšírenie zväzku lúčov, ale dochádza aj k interferencii, keďže vzniká interferenčný obrázok, ktorý nazývame difrakčný obraz. Napríklad monochromatické svetlo, prechádzajúce malým kruhovým otvorom vytvára na tienidle sústredené difrakčné kružnice, obr. 3.45. Tento obraz tvoria maximá a minimá a podľa geometrickej optiky by sme takýto obraz nemali pozorovať. Dochádza tu k interferencii lúčov, ktoré boli vychýlené na okrajoch štrbiny alebo otvoru. Podobne môžeme pozorovať difrakčný obraz na úzkej štrbine. Difrakcia obmedzuje aj použitie optiky. Keď chceme užší svetlený lúč, nemôžeme zmenšovať štrbinu, ale na zúženie lúča musíme použiť šošovku.



Obr. 3.45 Difrakcia na malom kruhovom otvore.

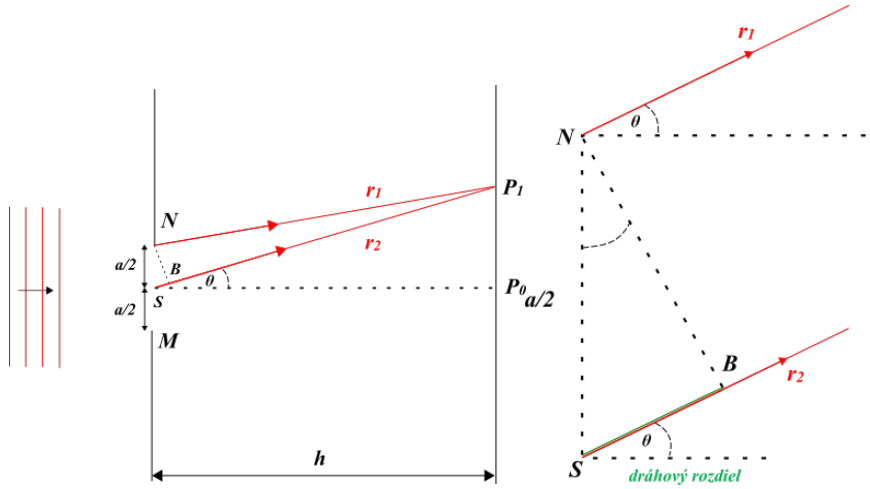
https://en.wikipedia.org/wiki/Diffraction

Rozlišujeme dva základné druhy difrakcie: Fresnelovu a Fraunnhoferovu. Fresnelova difrakcia svetla je mnohozväzková interferencia zbiehavých lúčov vymedzených prekážkou. Pozoruje sa v konečnej vzdialenosti za prekážkou a rozloženie intenzity v obrázku sa mení so vzdialenosťou od prekážky, keď skúmame intenzitu svetla ako funkciu polohy v rovine kolmej na lúč v konečnej vzdialenosti. Difrakčná funkcia nemá analytické vyjadrenie a jej tvar súvisí s tvarom prekážky. Fraunhoferovou difrakciou svetla sa označuje interferencia rovnobežných lúčov za prekážkou. Pozoruje sa vo veľkých vzdialenostiach od prekážky alebo v ohniskovej rovine spojnej šošovky za prekážkou. Fraunhoferova difrakcia je matematicky podstatne jednoduchšia ako Fresnelova difrakcia a rozloženie intenzity svetla sa dá vypočítať pomocou Fresnelovho-Kirchhoffovho difrakčného integrálu. V prípade Fraunhoferovej difrakcie vyšetrujeme rozloženie intenzity ako funkcie smeru, teda ako funkciu polohy v rovine nekonečna. Fraunhoferova difrakcia je veľmi dôležitá pri štúdiu zobrazení optickými sústavami a jej javom sa vo všeobecnosti venuje viac pozornosti.

3.6.1 Difrakcia na štrbine. Polohy miním.

Uvažujme rovinnú svetelnú vlnu dopadajúcu na úzku štrbinu šírky a, obr. 3.46. Vlny vychádzajúce z rôznych bodov štrbiny dopadnú na pozorovacie tienidlo, kde interferujú a vytvárajú difrakčný obraz zložený z tmavých a svetlých prúžkov. Na určenie polohy týchto

interferenčných miním a maxím použijeme podobnú procedúru ako v prípade interferenčného javu od dvoch štrbín.

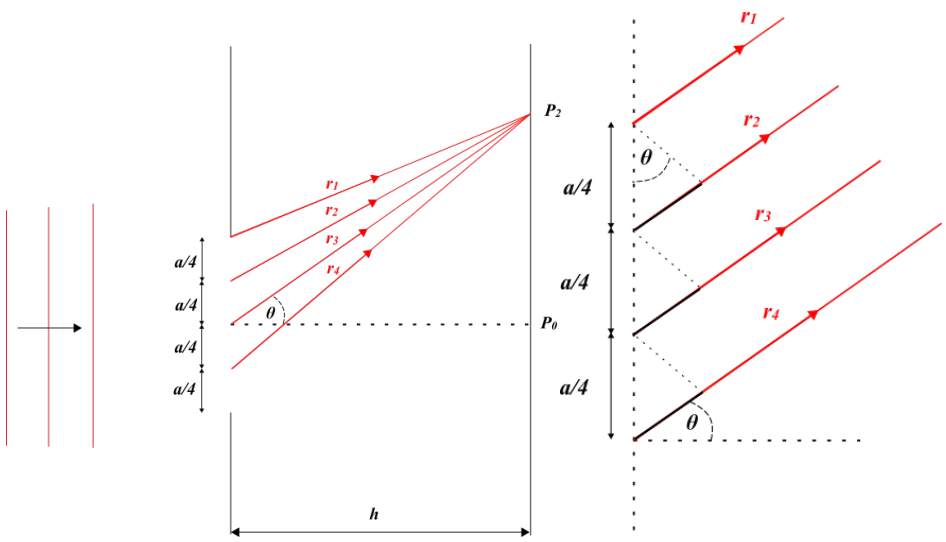


Obr. 3.46 Difrakcia na štrbine rozdelenej na dve časti.

Nech šírka štrbiny a je oveľa menšia ako vzdialenosť k tienidlu h. Potom môžeme uvažovať lúče r_1 a r_2 za rovnobežné, obr. 3.46. Pre nájdenie minima týchto dvoch lúčov platí vzájomné vyrušenie vĺn, čiže pre prvé minimum v bode P_1 platí:

$$\frac{a}{2}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}, \qquad \text{čiže} \qquad a\sin\theta = \lambda.$$

Keď máme šírku štrbiny a , vlnovú dĺžku λ, uhol θ určí polohu prvého tmavého prúžku pod a nad centrálnou osou. Podobným spôsobom nájdeme druhé minimá, avšak potrebujeme rozdeliť štrbinu na štyri časti, obr. 3.47.



Obr. 3.47 Difrakcia na štrbine rozdelenej na štyri časti.

V bode P_2 bude druhé minimum, ak dráhový rozdiel lúčov r_1 a r_2 a tiež lúčov r_3 a r_4 je rovný $\frac{\lambda}{2}$, čiže: $\frac{a}{4}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$ a úpravou dostávame vzťah pre druhé minimum: $a\sin\theta = 2\lambda$.

Takto by sme mohli pokračovať pre výpočet ďalších miním a dostali by sme všeobecný vzťah pre polohu m-tého minima: $a\sin\theta = m\lambda$.

3.6.2 Intenzita pri difrakcii na štrbine

Teraz nájdeme vzťah pre intenzitu I v difrakčnom obraze ako funkciu uhla θ. Fázový rozdiel súvisí s dráhovým rozdielom vzťahom: $\text{fázový rozdiel} = \frac{2\pi}{\lambda}\text{dráhový rozdiel}$

Fázový rozdiel dvoch vĺn zo susedných zón je teda: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\sin\theta$.

Vyjadrime najprv intenzitu pri difrakcii na štrbine kvalitatívnou metódou. Pre body na tienidle kde dochádza k interferencii lúčov, bude platiť pre fázový posun:

v P_0: $\theta = 0 \rightarrow \Delta\varphi = 0$ – nulté maximum

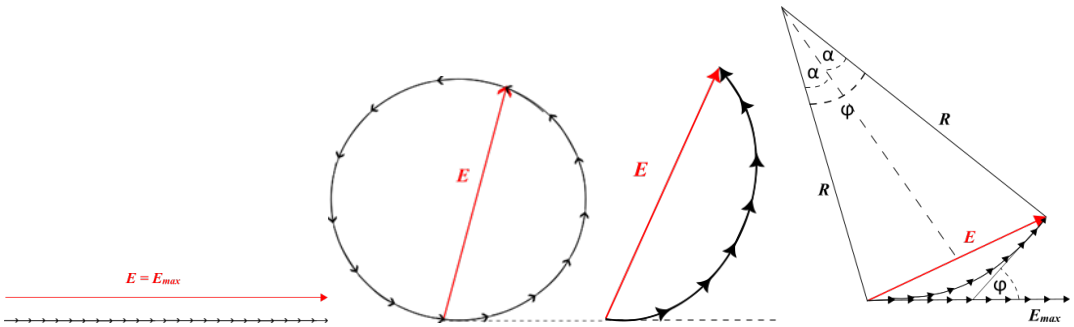
v $P_{0,5}$: $\theta > 0 \rightarrow \Delta\varphi > 0$ – intenzita menšia ako maximálna

v P_1: $\theta_2 > \theta_1 \rightarrow \Delta\varphi = 2\pi$ – prvé minimum

v $P_{1,5}$: $\theta_3 > \theta_2 \rightarrow \Delta\varphi_3 > \Delta\varphi_2$ – prvé maximum

v P_2: $\theta_4 > \theta_3 \rightarrow \Delta\varphi = 2\pi$ – druhé minimum

Teraz intenzitu pri difrakcii na štrbine vyjadríme kvantitatívnou metódou, keď chceme odvodiť výraz pre intenzitu v difrakčnom obrázku ako funkciu θ. Oblúk fázorov na obr. 3.48 predstavuje vlny, ktoré dopadli do všeobecného bodu P na tienidle, ktorému prislúcha uhol θ. Amplitúda E_θ výslednej vlny v bode P je vektorovým súčtom týchto fázorov. Ak rozdelíme štrbinu na infinitezimálne zóny šírky Δx, bude sa oblúk fázorov blížiť k oblúku kružnice s polomerom R. Uhol φ je fázový rozdiel medzi vektormi a zároveň je to uhol medzi polomermi R na obr. 3.48.



Obr. 3.48 Konštrukcia k výpočtu intenzity difrakcie na štrbine.

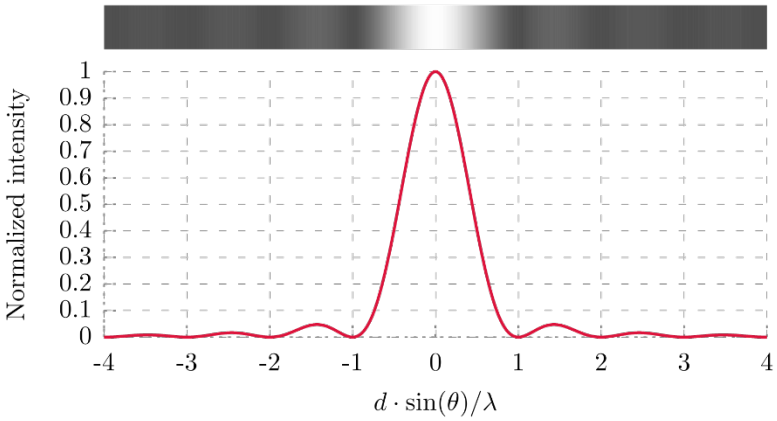
Z obrázku platí: $\sin\alpha = \frac{\frac{E_\theta}{2}}{R}$. Ak $E_{\max}$ je kruhový oblúk tak v oblúkovej miere platí (definícia radiánu): $\varphi = \frac{E_{max}}{R}$ a dostávame vzťah: $\sin\alpha = \frac{\varphi}{2}\frac{E_\theta}{E_{max}}$.

Po úprave: $E_\theta = E_{max}\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}}$. Keďže platí: $I \sim {E_\theta}^2$, tak platí aj $I_{max} \sim E_{max}^2$

a môžeme písať: $\frac{I}{I_{max}} = \frac{E_\theta^2}{E_{max}^2}$. Po dosadení: $\frac{I}{I_{max}} = \frac{E_\theta^2}{E_{max}^2} = \frac{E_{max}^2}{E_{max}^2}\frac{\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)^2}{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2}$

a po úprave dostávame vzťah pre intenzitu a pre fázový rozdiel:

$$I = I_{max}\left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}}\right)^2 \qquad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$



Obr. 3.49 Difrakcia na štrbine šírky d.

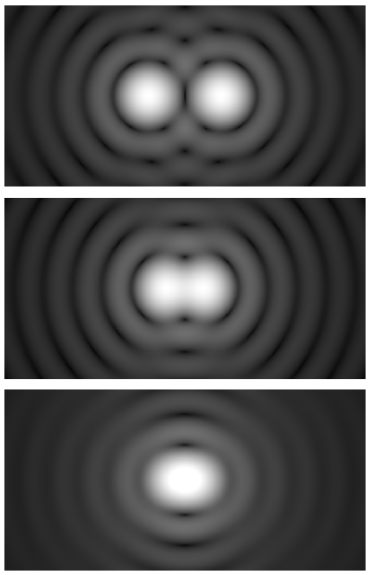
https://en.wikipedia.org/wiki/Diffraction

Na obr. 3.49 je znázornená závislosť intenzity pri difrakcii na štrbine. Platí, že čím je širšia štrbina tým je užšie centrálne maximum.

Pre difrakciu na kruhovom otvore platí pre prvé minimum:

$$\sin\theta \approx 1{,}22\frac{\lambda}{d}\text{, kde } d \text{ – priemer otvoru.}$$

Difrakcia vzniká aj pri obrazoch vytvorených šošovkou. Tento jav je významný ak potrebujeme rozlíšiť dva vzdialené bodové objekty. Na obr. 3.50 sú difrakčné obrazce generované svetlom z dvoch bodových zdrojov prechádzajúcich cez kruhový otvor, ako je napríklad zrenica oka. Je možné rozlíšiť body ďaleko od seba (hore) alebo spĺňajúce Rayleigho kritérium (uprostred). Body bližšie ako Rayleighovo kritérium (celkom dole) je ťažké rozlíšiť.



Obr. 3.50 Difrakcia z dvoch bodových zdrojov prechádzajúcich cez kruhový otvor.

https://en.wikipedia.org/wiki/Angular_resolution#The_Rayleigh_criterion

Pre Rayleigho kritérium platí, že centrálne maximum difrakčného obrazu jedného zdroja je v mieste prvého minima difrakčného obrazu druhého zdroja.

Pre malé uhly má Rayleigho kritérium tvar: $\theta_R = \frac{1{,}22\lambda}{d}$.

To je dôvod prečo v mikroskopii pre veľmi malé objekty používame veľmi malé vlnové dĺžky. Podobne je možné vykonať experimenty difrakcie na dvojštrbine, kde sa prelínajú javy interferencie a difrakcie. Pre intenzitu difrakcie na dvojštrbine platí vzťah:

$$I = I_{max}(\cos\beta)^2 \frac{(\sin\alpha)^2}{(\alpha)^2}$$

kde $\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$, $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$, d – vzdialenosť stredu štrbín, a – šírka štrbín.

3.6.3 Difrakčná mriežka

Jedným z najužitočnejších nástrojov na štúdium objektov, ktoré pohlcujú alebo emitujú svetlo, je difrakčná mriežka. Môžeme si ju predstaviť ako objekt s veľkým počtom nepriehľadných úsekov – čiar, ktoré nazývame vrypy. Ak prechádza štrbinami monochromatické svetlo, tak z úzkych interferenčných prúžkov vieme stanoviť vlnovú dĺžku svetla.

Pre polohu maxím platí: $d \sin\theta = n\,\lambda$, kde n je celé číslo.

Analogicky: $\theta = \arcsin\frac{n\,\lambda}{d}$.

Vidíme, že uhol θ závisí na vlnovej dĺžke použitého svetla, $\theta \approx f\,(\lambda, d)$, a teda môžeme zisťovať λ pomocou difrakčnej mriežky.

Ak mám rozlíšiť blízke vlnové dĺžky pomocou mriežky, musí mriežka difrakčný obraz rozšíriť pre oddelenie difrakčných čiar. Toto rozšírenie sa nazýva disperzia:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda},$$

kde $\Delta\theta$ je uhlová vzdialenosť dvoch čiar, ktorých vlnové dĺžky sa líšia o $\Delta\lambda$.

Pre kvalitnú difrakčnú mriežku sa vyžaduje vysoká disperzia.

Keďže platí: $d \sin\theta = n\,\lambda$ a uvažujme θ a λ za premenné, diferencujme rovnicu a dostávame: $d \cos\theta\, \mathrm{d}\theta = n\, \mathrm{d}\lambda$.

Pre disperziu $D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$, dostávame vzťah: $D = \frac{n}{d\cos\theta}$.

Vidíme, že disperzia nezávisí od počtu vrypov, ale záleží ako blízko sú vrypy pri sebe, na hustote vrypov. Aby sme mohli rozlíšiť spektrálne čiary blízkych vlnových dĺžok, musia byť šírky čiar čo najužšie. Čiže mriežka musí mať vysokú rozlišovaciu schopnosť:

$$R = \frac{\lambda_{str}}{\Delta\lambda},$$

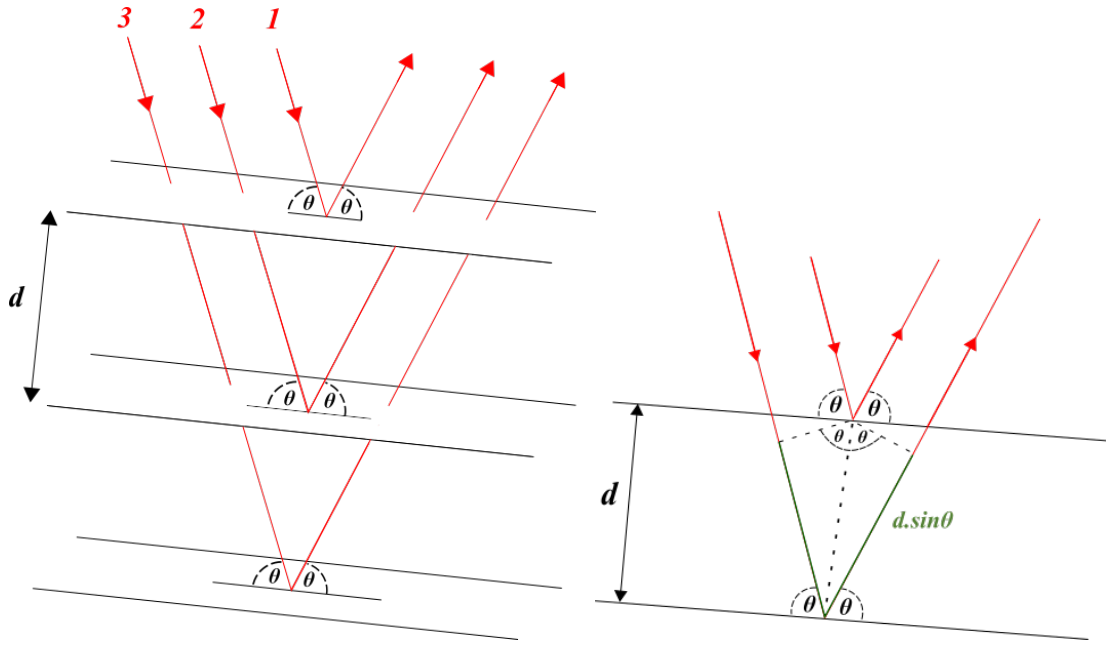
kde λ_{str} je stredná hodnota dvoch vlnových dĺžok, $\Delta\lambda$ je rozdiel týchto vlnových dĺžok.

Dá sa dokázať, že rozlišovacia schopnosť: $R = N\,n$,

kde N je počet vrypov, n je poradie maxima. Z toho vyplýva, že malé n znamená malú rozlišovaciu schopnosť.

3.6.4 Röntgenová difrakcia

Röntgenové (RTG) žiarenie je elektromagnetické žiarenie, ktorého vlnová dĺžka je rádovo v angströmoch (1 angström Å = 10^{-10} m). V roku 1912 Max von Laue predstavil myšlienku, že kryštalická tuhá látka, ktorú tvoria pravidelne usporiadané atómy, by mohla byť prirodzenou trojrozmernou difrakčnou mriežkou pre röntgenové žiarenie. RTG difrakcia na kryštáli je pomerne zložitá, ale výsledok je podobný predstave, že RTG žiarenie sa odráža na sústave rovnobežných kryštálových rovín, obr. 3.51.



Obr. 3.51 Sústava rovnobežných rovín pre vysvetlenie RTG difrakcie.

RTG žiarenie difraktuje tak, akoby sa odrážalo od sústavy rovnobežných rovín a uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu. Oba tieto uhly sa merajú od kryštálových rovín a nie od normály, čiže θ je uhol medzi lúčom a povrchom vzorky. Vzdialenosť medzi rovinami je označená ako d. Ak $\lambda \sim d$ vidíme difrakčné obrazce a platí už známe: $x = d \sin\theta$.

Ak vyjadríme dráhový rozdiel druhého lúča voči prvému lúču ako $2x$, tak môžeme napísať:

$$2x = 2d \sin\theta$$

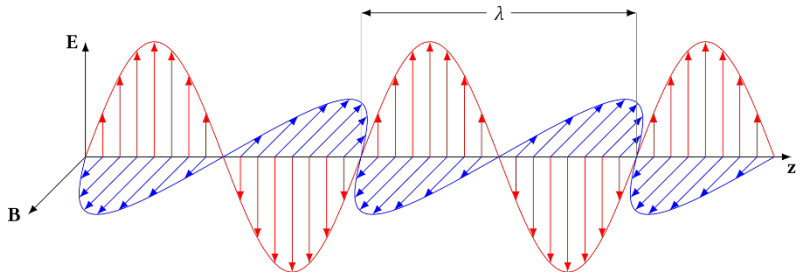
Ak $2x = m\,\lambda$ máme konštruktívnu interferenciu a po úprave môžeme písať:

$$m\,\lambda = 2d \sin\theta$$

čo sa nazýva Braggov zákon, keďže ho po prvýkrát odvodil W. L. Bragg a v roku 1915 získal spolu s otcom Nobelovu cenu za štúdium štruktúry kryštálov pomocou RTG žiarenia. Uhol dopadu a odrazu sa nazýva Braggov uhol. Difrakcia RTG žiarenia sa často používa na výskum usporiadania atómov v kryštáloch.

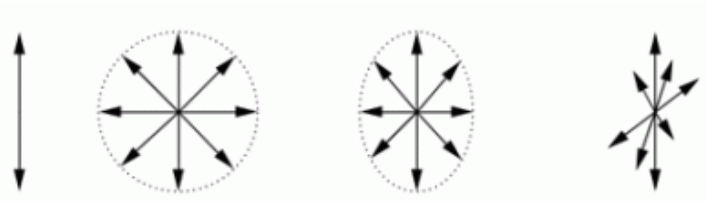
3.7 Polarizácia svetla

Elektromagnetické vlny vysielané bežným zdrojom svetla, ako je Slnko alebo žiarovka, sú nepolarizované, to znamená, že vektor elektrického poľa je v ľubovoľnom mieste vždy kolmý na smer šírenia vlny, ale náhodne mení svoj smer. Nepolarizované svetlo môžeme polarizovať vhodnými kryštálmi alebo špeciálnymi polarizátormi. Polarizačné filtre vynašiel Edwin Land v roku 1932 a skladajú sa z dlhých molekúl rozptýlených v umelej hmote, ktoré spôsobia, že prejde vrstvou len kmitajúca elektrická zložka elektromagnetickej vlny v jednej rovine a ostatné budú pohltené a zaniknú. Takéto svetlo nazývame polarizované svetlo, obr. 3.52.



Obr. 3.52 Vertikálne polarizovaná elektromagnetická vlna vlnovej dĺžky λ má vektor elektrického poľa $\boldsymbol{E}$ oscilujúci vo vertikálnom smere.

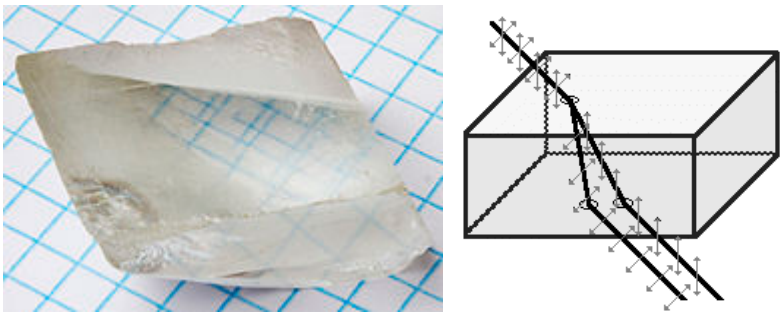
Svetlo môže byť polarizované aj odrazom, lomom alebo prechodom cez anizotrópne kryštály, ktoré vykazujú dvojlom. Naopak, nevzniká po interferencii alebo difrakcii. Svetlo môže byť polarizované nielen lineárne, ale napríklad aj kruhovo alebo elipticky, obr. 3.53.



lineárne kruhovo elipticky nepolarizované

Obr. 3.53 Príklady polarizácie svetla a nepolarizované svetlo.

Polarizácia dvojlomom môže nastať v kryštalických materiáloch s rôznymi indexmi lomu v rôznych rovinách kryštálu, obr. 3.54. Takéto materiály označujeme ako dvojlomné a využívajú sa okrem iného aj na konštrukciu polarizátorov. Zaujímavé je, že nedochádza len k dvojlomu, ale aj k polarizácii. Obidva lúče sú lineárne polarizované a postupujú v inom smere. Riadny lúč je polarizovaný v rovine hlavného rezu a mimoriadny v rovine kolmej na hlavný rez.



Obr. 3.54 Minerál kalcit a dvojlom spojený s polarizáciou svetla.

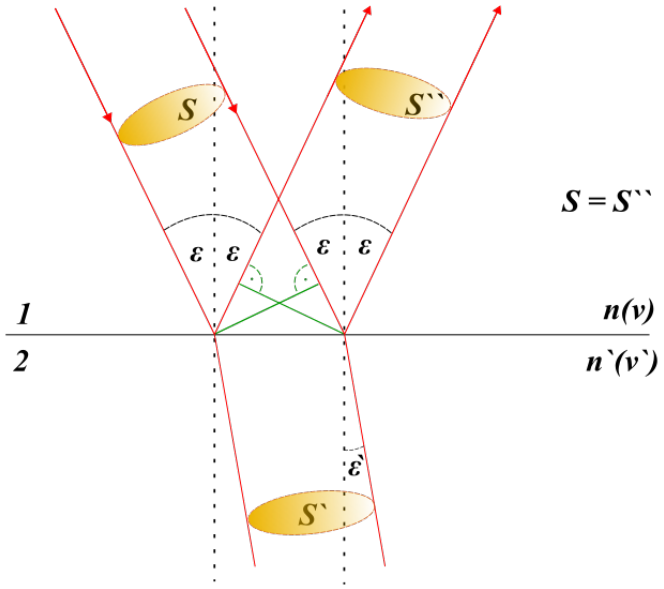
Fresnelove rovnice pre odraz a lom

Fresnelove rovnice opisujú odraz a lom elektromagnetického žiarenia pri dopade na rozhranie medzi rôznymi optickými prostrediami. Ovodil ich Augustin-Jean Fresnel, ktorý ako prvý pochopil, že svetlo je priečna vlna. Prvýkrát bolo možné polarizáciu chápať kvantitatívne, pretože Fresnelove rovnice správne predpovedali odlišné správanie vĺn dopadajúcich na materiálové rozhranie.

Majme svetlo – rovinnú vlnu, ktorá dopadá na rozhranie medzi prostredím s indexom lomu n_1 a druhým prostredím s indexom lomu n_2, pričom môže dôjsť k odrazu aj k lomu svetla. Prostredia považujeme za homogénne a izotropné. Predpokladajme, že dopadajúce svetlo

obsahuje dve zložky polarizovaného svetla rovnobežné s rovinou dopadu (zložka *p*) a kolmé k rovine dopadu (zložka *s*). Fresnelove rovnice udávajú pomer zložiek elektrického poľa odrazenej a dopadajúcej vlny a pomer zložiek elektrického poľa lomenej a dopadajúcej vlny pre každú z dvoch zložiek polarizácie. Tieto pomery popisujú nielen relatívne amplitúdy, ale aj fázové posuny na rozhraní. Rovinou dopadu nazývame rovinu, ktorá obsahuje všetky tri lúče: dopadajúci, lomený a odrazený.

Nech sú indexy lomu prostredia n_1 a n_2. Uhol dopadu a odrazu označme ε a uhol lomu ε', obr. 3.55. Platí Snellov zákon. Nech S je prierez zväzku a A je amplitúda kmitov. S je prierez zväzku dopadajúcej vlny, S'' odrazenej vlny a S' lomenej vlny. Čiarkované označenie analogicky platí aj pre ostatné veličiny.



Obr. 3.55 Dopadajúca, odrazená a lomená vlna pre vyjadrenie Fresnelových vzťahov.

Z obr. 3.55 vyplýva: $\frac{S}{\cos\varepsilon} = \frac{S'}{\cos\varepsilon'}$ alebo $\frac{S}{S'} = \frac{\cos\varepsilon}{\cos\varepsilon'}$.

Zo zákona zachovania energie vyplýva: $E = E' + E''$

to jest: $E_{dop} = E_{odr} + E_{lom}$ a $I_{dop} = I_{odr} + I_{lom}$.

Tok energie plochou kolmou k smeru šírenia je úmerný štvorcu amplitúdy, veľkosti plochy a nepriamo úmerný rýchlosti. Ak označíme A ako amplitúdy svetla dostávame vzťah z poznania zákona zachovania energie:

$A^2 S \frac{1}{v} = A'^2 S' \frac{1}{v'} + A''^2 S'' \quad \frac{1}{v}$ a úpravou dostávame: $\quad A^2 = A'^2 \frac{S'}{S} \frac{v}{v'} + A''^2 \frac{S''}{S}$

Využijúc vzťahy: $\frac{S'}{S} = \frac{\cos\varepsilon'}{\cos\varepsilon}$, $\frac{v}{v'} = \frac{n'}{n} = \frac{\sin\varepsilon}{\sin\varepsilon'}$, $S'' = S$ dostávame:

$$A^2 = A'^2 \frac{\cos\varepsilon'}{\cos\varepsilon} \frac{n'}{n} + A''^2 1$$

Nahradením $\frac{n'}{n} = \frac{\sin\varepsilon}{\sin\varepsilon'}$ dostávame: $A^2 = A''^2 \frac{\cos\varepsilon'}{\cos\varepsilon} \frac{\sin\varepsilon}{\sin\varepsilon'} + A''^2$

prenásobením rovnice výrazom: $\cos\varepsilon.\ \sin\varepsilon'$ dostávame:

$A^2 \cos\varepsilon \sin\varepsilon' = A'^2 \cos\varepsilon \sin\varepsilon' + A'^2 \cos\varepsilon' \sin\varepsilon$ a úpravami:

$$A^2 \cos\varepsilon \ \sin\varepsilon' - A'^2 \cos\varepsilon \sin\varepsilon' = A'^2 \cos\varepsilon' \sin\varepsilon$$

$$\boxed{\left(A^2 - A'^2\right) \cos\varepsilon \ \sin\varepsilon' = A'^2 \cos\varepsilon' \sin\varepsilon}$$

Predpokladajme, že polovica svetelnej energie pripadá na kmity rovnobežné s rovinou dopadu a polovica na kmity kolmé k rovine dopadu, $A = \sqrt{A_s^2 + A_p^2}$. Potom môžeme rovnice napísať pre obe zložky:

$$\boxed{\left(A_s^2 - A_s'^2\right) \sin\varepsilon' \cos\varepsilon = A_s'^2 \sin\varepsilon \cos\varepsilon'}$$

$$\boxed{\left(A_p^2 - A_p'^2\right) \sin\varepsilon' \cos\varepsilon = A_p'^2 \sin\varepsilon \cos\varepsilon'}$$

Upravme z týchto dvoch rovníc prvú:

$$\boxed{\left(A_s^2 - A_s'^2\right) \sin\varepsilon' \cos\varepsilon = A_s'^2 \sin\varepsilon \cos\varepsilon'}$$

$$\left(A_s^2 - A_s'^2\right) \sin\varepsilon' \cos\varepsilon = \underbrace{A_s'^2}_{A_s' A_s'} \sin\varepsilon \cos\varepsilon'$$

Nahradíme: $A_s' = A_s - A_s''$ a upravíme využitím vzorca: $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$:

$$\left(A_s - A_s''\right) \left(A_s + A_s''\right) \sin\varepsilon' \cos\varepsilon = \left(A_s - A_s''\right) A_s' \sin\varepsilon \cos\varepsilon'$$

Vydelíme rovnicu výrazom $\left(A_s - A_s''\right)$ a dostávame 1. rovnicu v tvare:

$$\left(A_s + A_s''\right) \sin\varepsilon' \cos\varepsilon = A_s' \sin\varepsilon \cos\varepsilon'$$

Upravíme teraz druhú rovnicu:

$$\boxed{\left(A_p^2 - A_p^{''2}\right)\ sin\,\varepsilon^{'}\cos\varepsilon = A_p^{'2}.\sin\varepsilon\cos\varepsilon^{'}}$$

upravíme využitím vzorca $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$ a dostávame:

$$\left(A_p - A_p^{''}\right)\left(A_p + A_p^{''}\right)\ \sin\varepsilon^{'}\cos\varepsilon = \underbrace{A_p^{'2}}_{A_p^{'}A_p^{'}}\ \sin\varepsilon\cos\varepsilon^{'}$$

Keďže platí vzťah: $A_p\cos\varepsilon - A_p^{''}\ \cos\varepsilon = A_p^{'}\ \cos\varepsilon^{'}$, upravíme rovnicu dosadením

$\left(A_p - A_p^{''}\right)\cos\varepsilon = A_p^{'}\ \cos\varepsilon^{'}$ na pravú stranu 2. rovnice:

$$\left(A_p - A_p^{''}\right)\left(A_p + A_p^{''}\right)\ \sin\varepsilon^{'}\cos\varepsilon = A_p^{'}\ \sin\varepsilon\ \left(A_p - A_p^{''}\right)\cos\varepsilon$$

Vykrátením člena: $\left(A_p - A_p^{''}\right)\cos\varepsilon$ dostávame 2. rovnicu v tvare:

$$\left(A_p + A_p^{''}\right)\ \sin\varepsilon^{'} = A_p^{'}\ \sin\varepsilon$$

Z upravenej 1. a 2. rovnice je možné odvodiť štyri rovnice popisujúce amplitúdy odrazeného a lomeného svetla pomocou amplitúd dopadajúceho svetla a pomocou uhlu dopadu a lomu pre obe zložky:

$$A_S^{''} = -A_S\frac{\sin\left(\varepsilon - \varepsilon^{'}\right)}{\sin(\varepsilon + \varepsilon^{'})}$$

$$A_p^{''} = A_p\frac{\mathrm{tg}(\varepsilon - \varepsilon^{'})}{\mathrm{tg}(\varepsilon + \varepsilon^{'})}$$

$$A_S^{'} = A_S\frac{2\sin\varepsilon^{'}\cos\varepsilon}{\sin(\varepsilon + \varepsilon^{'})}$$

$$A_p^{'} = A_p\frac{2\sin\varepsilon^{'}\cos\varepsilon}{\sin(\varepsilon + \varepsilon^{'})\cos(\varepsilon - \varepsilon^{'})}$$

Získané vzťahy sa nazývajú **Fresnelove rovnice**. V týchto rovniciach je zahrnutá teória odrazu, lomu a polarizácie pre priehľadné prostredia, ale je možné ich použiť aj v optike kovov. Zaujímavosťou 2. rovnice je prípad keď platí: $\varepsilon + \varepsilon^{'} = \frac{\pi}{2}$, menovateľ $\mathrm{tg}\left(\varepsilon + \varepsilon^{'}\right)$ sa blíži k nekonečnu a zložka $A_p^{''}$ sa blíži k nule**.** Tento uhol dopadu sa nazýva Brewsterov uhol, pri ktorom sa svetlo s určitou polarizáciou dokonale láme cez priehľadný dielektrický povrch bez odrazu. Keď ale dopadá nepolarizované svetlo pod týmto uhlom, tak svetlo, ktoré sa odráža od povrchu, je dokonale polarizované. Tento špeciálny uhol dopadu je pomenovaný po škótskom fyzikovi Davidovi Brewsterovi (1781 – 1868).

4 KVANTOVÁ OPTIKA

Ako sme ukázali, elektromagnetická teória vysvetľuje mnoho javov týkajúcich sa fyzikálnych pozorovaní, ktoré Maxwellova teória dokázala vysvetliť. V nasledujúcich častiach ukážeme javy, kde zlyháva predstava elektromagnetického žiarenia ako vlnenia a musíme prijať časticovú povahu. Kvantová fyzika patrí spolu s relativitou do modernej fyziky. Kým relativita ukázala prekvapivé výsledky pre objekty pohybujúce sa rýchlosťami blízkymi rýchlosti svetla, tak kvantová fyzika skúma subatómový svet, kde sa takisto stretávame s mnohými prekvapeniami, ktoré sú aj v protiklade s klasickým zmyslovým pozorovaním, ale o to sú zaujímavejšie.

4.1 Svetelné vlny a fotóny

Popísali sme svetlo ako vlnu, ktorá má vlnovú dĺžku λ, frekvenciu f a rýchlosť c vzťahom: $c = \lambda f$

Na základe Maxwellových rovníc sme ukázali, že svetelná vlna je vzájomne previazaná kombinácia elektrického a magnetického poľa, ktoré sa menia s frekvenciou f a je súčasťou elektromagnetického spektra od γ žiarenia až po dlhé rádiové vlny.

V roku 1905 A. Einstein navrhol hypotézu, ktorá nevyplýva z Maxwellových rovníc: pri emisii alebo absorpcii svetla atómom sa neodovzdáva energia spojite, ale diskrétne, po kvantách. Od roku 1926 toto kvantum nazývame fotón. Podľa Einsteinovej hypotézy, energia odovzdaná jedným fotónom je daná vzťahom: $E = h f$,

kde h je Planckova konštanta: $6{,}63.10^{-34}$ J.s a patrí medzi základné konštanty kvantovej fyziky.

4.1.1 Fotoelektrický jav a Comptonov jav

V tejto časti sa oboznámime s dvoma základnými experimentmi, dokazujúcimi kvantový charakter elektromagnetického vlnenia. V prípade **fotoelektrického javu**, ak ožarujeme lúčom svetla s dostatočne krátkou vlnovou dĺžkou kovový povrch, tak svetlo vyráža elektróny z kovu. Tento jav sa nedá vysvetliť pomocou klasickej fyziky a Einstein na

vysvetlenie použil hypotézu fotónu. Merania ukázali, že pre svetlo danej frekvencie nezávisí kinetická energia emitovaných elektrónov na intenzite zdroja svetla. Maximálnu energiu, ktorú jeden elektrón môže získať je energia jedného fotónu. Zvyšovaním intenzity sa zvyšuje počet fotónov ale energia každého fotónu je rovnaká a daná vzťahom $E = h\ f$.

Z ďalšieho pokusu vyplýva, že fotoelektrický jav nenastane, keď frekvencia ožarovaného svetla bude nižšia než istá prahová frekvencia f_0 a je to nezávislé od intenzity dopadajúceho svetla. Aby elektrón opustil atóm musí získať minimálnu energiu W, čo je vlastnosť materiálu a nazývame ju výstupná práca, čiže $hf > W$.

Z týchto pokusov Einstein navrhol rovnicu: $h\,f = E_k + W$,

ktorá vyjadruje zákon zachovania energie pre jednotlivú interakciu medzi fotónom s frekvenciou f a elektrónom s výstupnou prácou W a nazýva sa **fotoelektrický zákon**. Za tento zákon dostal v roku 1921 A. Einstein Nobelovu cenu.

Pri interakcii svetla s hmotou predávajú fotóny nielen energiu, ale aj hybnosť a pre hybnosť fotónu platí vzťah: $p = h\,f\,/\,c$.

Ďalší z experimentov – **Comptonov jav,** potvrdzujúci časticovú povahu svetla bolo skúmanie spektrálneho zloženia RTG žiarenia po rozptyle na ľahkých prvkoch (grafit). V pokusoch v rokoch 1922 – 1923 Arthur H. Compton zistil, že v rozptýlených lúčoch sú okrem pôvodných lúčov s vlnovou dĺžkou λ aj lúče s vlnovou dĺžkou $\lambda' > \lambda$. Podľa klasickej vlnovej teórie by rozptýlené vlny mali mať tú istú frekvenciu. Comptonov jav je rozptyl fotónov na voľnom alebo slabo viazanom elektróne vo vyššej energetickej hladine, pri ktorom fotón odovzdáva časť svojej energie elektrónu. Z experimentálnych meraní ďalej vyplýva, že zmena vlnovej dĺžky $\Delta\lambda$ nezávisí od vlnovej dĺžky λ dopadajúceho fotónu, ale závisí od uhla rozptylu. So zväčšovaním uhla sa zväčšuje rozdiel $\Delta\lambda$. So zväčšovaním uhla rozptylu intenzita pôvodného žiarenia klesá a zvyšuje sa intenzita rozptýleného žiarenia. Maximálna zmena vlnovej dĺžky $\Delta\lambda$ nastane pri uhle rozptylu 180° a je rovná dvojnásobku Comptonovej vlnovej dĺžky $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$.

A. H. Compton získal za objav tohto javu, ktorý nesie jeho meno, v roku 1927 Nobelovu cenu za fyziku.

4.1.2 Elektróny a de Broglieho vlny

Fyzici často predpokladajú symetriu v prírode, napríklad: časovo premenným magnetickým poľom sa indukuje elektrické pole a naopak. Podobne v roku 1924 L. de Broglie navrhol, že ak zväzok svetla je vlna, ale odovzdáva energiu po kvantách – fotónoch, čo keby sme uvažovali o častici ako o vlne hmoty? De Broglie navrhol, že vzťah: $\lambda = h / p$ neplatí len pre fotóny, ale aj pre hmotné častice, napríklad elektróny s hybnosťou p. Vlnová dĺžka častice určená týmto vzťahom sa nazýva de Broglieho vlnová dĺžka. Po prvýkrát bola táto hypotéza potvrdená experimentom v roku 1927. V roku 1989 bol vykonaný experiment pri pokuse s dvojštrbinou prúdom elektrónov, ktorý ukázal, že vzniká interferenčný obraz ako pri svetle a každý elektrón prešiel ako de Broglieho vlna. V roku 1994 bol tento experiment uskutočnený aj pre molekuly jódu I_2, (500 000 krát ťažšie ako elektróny) a v roku 1999 aj pre oveľa viac zložité fulerény C60 a C70.

Ďalším experimentom dokazujúcim vlnovú podstatu hmoty je difrakcia elektrónov, alebo neutrónov na kryštáloch, keď dostávame podobné difrakcie ako použitím RTG žiarenia. Tento jav sa bežne používa pri skúmaní atómovej štruktúry látok, keďže elektróny prenikajú do menšej hĺbky ako RTG žiarenie a sú dôležité pre skúmanie povrchov.

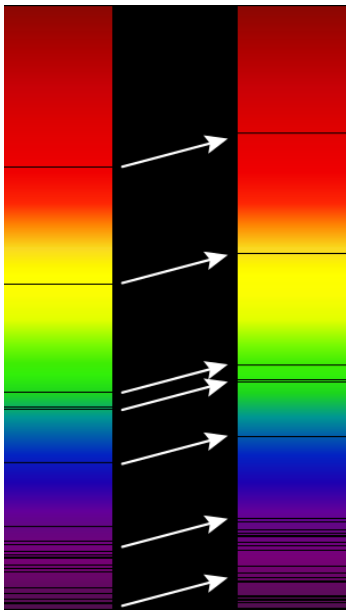
4.2 Dopplerov jav pre svetlo

Už sme si objasnili Dopplerov jav pre zvukové vlny a analogicky môžeme predpokladať takéto správanie aj pre elektromagnetické vlny, aj keď sa líšia tým, že nepotrebujú prostredie, aby sa mohli šíriť. Nech f_0 je vlastná frekvencia zdroja a f je frekvencia, ktorú vníma pozorovateľ, ktorý sa voči zdroju pohybuje rýchlosťou v. Ak je rýchlosť v smerom od zdroja, tak platí:

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

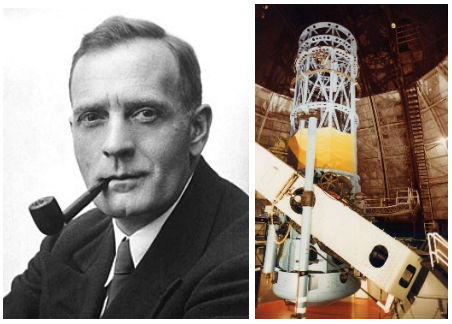
kde $\beta = v / c$.

Ak $v << c$ potom $f = f_0 (1 \pm v/c)$



Obr. 4.1 Absorpčné čiary vo viditeľnom spektre vzdialených galaxií (vpravo) v porovnaní s absorpčnými čiarami vo viditeľnom spektre Slnka (vľavo). Šípky označujú červený posun, frekvencia sa znižuje. https://en.wikipedia.org/wiki/Redshift

Ak sa vlnová dĺžka zmenšuje (modrý posun), zväčšuje sa frekvencia a to znamená, že sa zdroj a detektor navzájom približujú. Ak sa vlnová dĺžka zväčšuje (červený posun), obr. 4.1, zmenšuje sa frekvencia a to znamená, že sa zdroj a detektor navzájom vzďaľujú. Astronomické pozorovania ukázali, že svetlo zo všetkých vzdialených galaxií vykazuje červený posun.



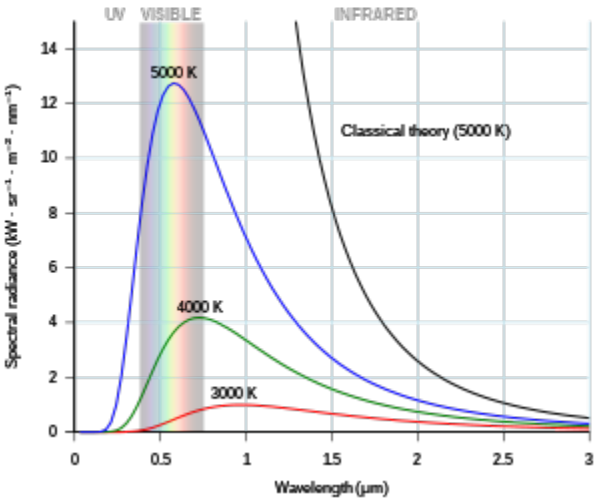
Obr. 4.2 E. P. Hubble a 100-palcový Hookerov teleskop na observatóriu Mount Wilson, ktorý Hubble použil na meranie vzdialeností galaxií a hodnoty rýchlosti rozpínania vesmíru. https://en.wikipedia.org/wiki/Edwin_Hubble

Edwin Powell Hubble (1889 – 1953), obr. 4.2, svojimi pozorovaniami prispel nielen ku klasifikácii galaxií, ale dokázal aj rozpínanie vesmíru na základe Dopplerovho javu a jeho meno nesie aj **Hubblov zákon:** $v = H\,r$ **,**

kde v je rýchlosť vzďaľovania sa, r je vzdialenosť od nás a H je hubblova konštanta. Dôležitý teleskop vyslaný do vesmíru v roku 1990 nesie jeho meno.

4.3 Tepelné žiarenie

Jedným zo spôsobov prenosu tepla medzi predmetom a jeho okolím je prenos tepla žiarením prostredníctvom elektromagnetických vĺn. Každý objekt pri danej teplote emituje žiarenie, ktoré nazývame **tepelným žiarením**. Experimentálne pozorované rozloženie spektrálnej hustoty intenzity tepelného vyžarovania ukazuje, že viditeľné spektrum je spojité a rozprestiera sa v intervale vlnových dĺžok od infračervenej, viditeľnej až do ultrafialovej oblasti spektra.



Obr. 4.3 Emitované tepelné vyžarovanie ako funkcia vlnovej dĺžky.

https://en.wikipedia.org/wiki/Black-body_radiation

Celkové emitované žiarenie (plocha pod krivkou) vzrastá so vzrastajúcou teplotou T a súčasne sa vrchol spektra posúva k nižším vlnovým dĺžkam, obr. 4.3.

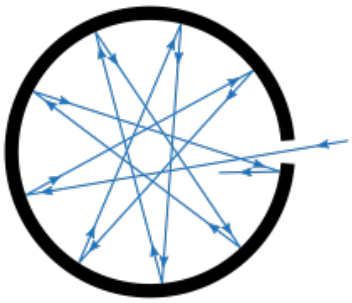
Horúce telesá s rastúcou teplotou menia svoju farbu postupne od červenej k bielej, tab. 4.1 .

Tab. 4.1 Zmena pozorovanej farby v závislosti od teploty telesa.

Farba	Teplotný interval [°C]
náznak červenej	500 – 550
tmavočervená	650 – 750
jasnočervená s nádychom oranžovej	850 – 950
červená s nádychom dožlta	1 050 – 1 150
vznikajúca biela	1 250 – 1 350
biela	1 450 – 1 550

Ak žiarenie dopadne na teleso, potom narastá vnútorná energia W telesa. Ak žiarenie vyžiari teleso, potom klesá vnútorná energia W telesa. Nie však celá energia dopadajúca na teleso je pohltená a zavádza sa koeficient pohltivosti telesa α : $\alpha = W_{abs} / W_{dop.}$

Ak je teleso nepriehľadné tak dopadajúca energia sa rovná súčtu absorbovanej a odrazenej energie: $W_{dop} = W_{abs} + W_{odr}$. Koeficient α je v intervale: $0 < \alpha < 1$. Definujeme ideálne teleso, pre ktoré je $\alpha = 1$ a nazýva sa **absolútne čierne teleso,** ktoré si vieme predstaviť ako teleso, do ktorého sa dostane cez malý otvor žiarenie, ale už sa nedokáže dostať von a tak celá dopadajúca energia je absorbovaná, obr. 4.4. Analogicky teleso s koeficientom $\alpha = 0$ nazývame biele teleso.



Obr. 4.4 Model čierneho telesa.

Vyjadrime si výkon vyžarovaný telesom na určitom intervale frekvencií ako

$$\mathrm{d}L_{vyz} = \varepsilon\, \mathrm{d}S\, \mathrm{d}f \ ,$$

kde ε je emisivita, dS je povrch žiariaceho telesa a vyžarovanie je vo frekvenčnom intervale (f, f + df). Uvažujme rovnovážne tepelné žiarenie, napríklad tepelné žiarenie v dutine telesa zohriateho na teplotu T bude v rovnováhe s vonkajším telesom.

Pri rovnováhe platí: $L_{abs} = L_{vyz}$

Keďže platí: $L_{abs} = \alpha\, L_{dop}$ môžeme písať: $\varepsilon / \alpha = \mathrm{d}L_{dop} / (\mathrm{d}f\, \mathrm{d}S)$

Z toho vyplýva **Kirchoffov zákon:** $\varepsilon / \alpha = f(T,\, f)$.

Vidíme, že dopadajúci výkon je funkciou teploty a frekvencie svetla a takisto sa dá ukázať, že monochromatická intenzita vyžarovania povrchov telies je úmerná ich absorpčnej schopnosti pre žiarenie tej istej vlnovej dĺžky. Pre telesá platí, že telesá, ktoré veľmi absorbujú energiu, takisto veľmi vyžarujú energiu.

Max Planck vo svojej dobe vyslovil odvážny predpoklad, že výmena energie medzi telesom a žiarením sa nedeje spojite, ale po kvantách energie rovnajúcej sa $h\,f$. Zároveň odvodil vzťah pre hustotu energie tepelného žiarenia v dutine. Energiu ΔW žiarenia v objeme ΔV dutiny v spektrálnom intervale $f,\ f + \mathrm{d}f$ môžeme vyjadriť ako:

$$\Delta W = \rho(f,\, T)\, \Delta V\, \mathrm{d}f,$$

kde $\rho(f,\, T)$ je spektrálna hustota energie žiarenia absolútne čierneho telesa.

M. Planck ukázal, že pre $\rho(f,\, T)$ platí daný vzťah: $\rho(f,\, T)\, \mathrm{d}f = \frac{8\,\pi f^2 \mathrm{d}f}{c^3} \frac{hf}{e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1}$

kde k_B je Boltzmannova konštanta a h je Planckova konštanta.

Zjednodušený zápis: $\rho(f,\, T)\, \mathrm{d}f = p(f)\, \mathrm{d}f\, g(hf)\, hf$,

kde $p(f)\, \mathrm{d}f$ je hustota stavov svetla v spektrálnom intervale $f,\, f + \mathrm{d}f$, $g(hf)$ je rozdeľovacia funkcia obsadenosti stavov a energia fotónu je daná hf.

Najviac používaný tvar **Planckovho zákona**, ktorý dobre súhlasí so všetkými pozorovaniam je vyjadrením funkcie vlnových dĺžok:

$$\rho(f,\, T)\, \mathrm{d}f = \frac{8\,\pi hc}{\lambda^5}\,\mathrm{d}\lambda\,\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

kde $f = \frac{c}{\lambda}$ a $|\mathrm{d}f\,| = \frac{c}{\lambda 2}\,|\mathrm{d}\lambda\,|$.

Maximum vyžarovania sa posúva s rastúcou teplotou ku kratším vlnovým dĺžkam a pre vlnovú dĺžku s maximálnou energiou platí:

$$\frac{\partial \rho(\lambda, T)}{\partial \lambda} = 0$$

Riešením tejto rovnice je ďalší známy zákon žiarenia: **Wienov posuvný zákon**:

$$\lambda_{max} = \frac{C_w}{T}$$

kde C_w je Wienova konštanta. Tento zákon nezávisle od M. Plancka odvodil W. Wien už v roku 1896. Podľa tohto zákona vlnová dĺžka, pri ktorej absolútne čierne teleso vyžaruje pomerne najviac energie, je nepriamo úmerná absolútnej teplote. Pomocou tohto zákona dokážeme určiť teplotu telies podľa vyžarovania. Napríklad pre teleso s teplotou $T = 300$ K je maximálna vlnová dĺžka $\lambda_{max} \approx 10$ μm. Pre Slnko s teplotou $T = 6000$ K vychádza $\lambda_{max} \approx 480$ nm.

Celkovú intenzitu vyžarovania absolútne čierneho telesa na všetkých vlnových dĺžkach vyjadruje **Stefanov-Boltzmannov zákon**:

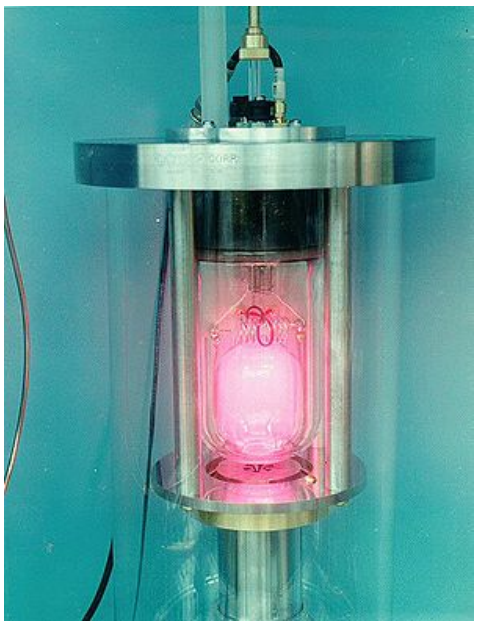
$$I_0 = \frac{2\,\boldsymbol{\pi}^4 k^4}{15\,c^2 h^3} T^4 = \sigma\, T^4,$$

ktorý možno získať pomocou Planckovho zákona, kde σ je konštanta úmernosti. Celková intenzita vyžarovania povrchu absolútne čierneho telesa je úmerná štvrtej mocnine jeho absolútnej teploty.

4.4 Laser

Laser, alebo kvantový generátor svetla, je zdroj najjasnejšieho a najintenzívnejšieho svetla, ktorý dokáže vytvoriť tak úzky lúč svetla, že ho môžeme presne zacieliť na veľmi veľké vzdialenosti. Samotné slovo pochádza zo začiatku písmen z anglického názvu **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation. Princíp lasera – jav stimulovanej emisie predpovedal už v roku 1916 Albert Einstein a v roku 1930 Paul Dirac vypracoval matematickú analýzu kvantovej teórie žiarenia, ale pre hlavné technické problémy: vytvoriť nerovnovážny stav, čiže aktívne prostredie a udržať lúč v rezonátore a zvýšiť výkon, sa to podarilo až o niekoľko desaťročí.

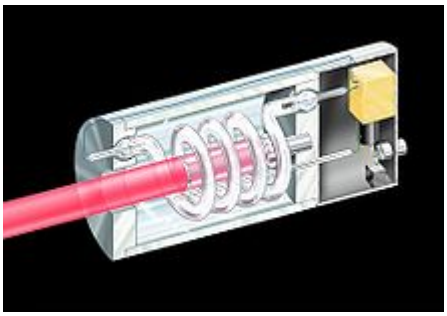
V roku 1954 C. H. Townes zostrojil MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation), obr. 4.5.



Obr. 4.5 Atómové hodiny – vodíkový maser.

https://en.wikipedia.org/wiki/Maser

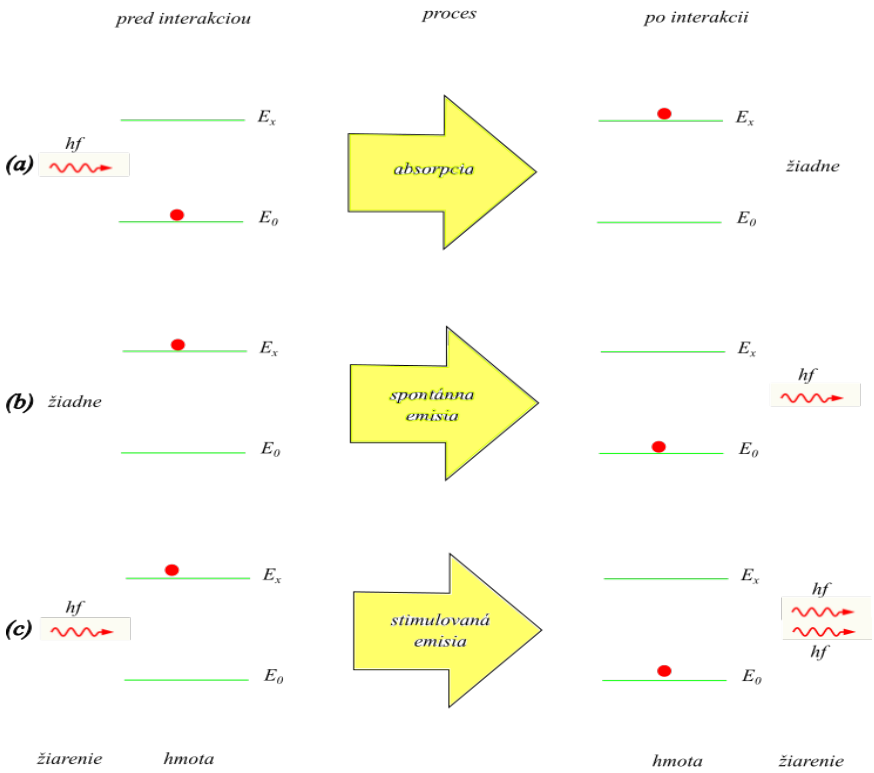
Až v roku 1960 zostrojil Theodore Maiman (USA) prvý laser, kde aktívne prostredie je tvorené tuholátkovým kryštálom syntetického rubínu, preto ho nazývame – rubínový laser, obr. 4.6.



Obr. 4.6 Rubínový laser.

https://en.wikipedia.org/wiki/Ruby_laser

Javy prebiehajúce pri činnosti lasera sú absorpcia, spontánna emisia a stimulovaná emisia, znázornené na obr. 4.7.



Obr. 4.7 Javy prebiehajúce pri činnosti lasera.

Postupne boli vyvinuté rôzne typy laserov, napríklad: prvý polovodičový laser v roku 1962, prvý plynový CO_2 laser v roku 1964, chemický laser (reakcia H + Cl) v roku 1965.

Vlastnosti laserového lúča sú koherentnosť, monochromatickosť a malá divergencia (rozbiehavosť). Podľa povahy aktívneho prostredia rozlišujeme lasery na tuholátkové, kvapalinové, plynové a lasery využívajúce zväzky nabitých častíc.

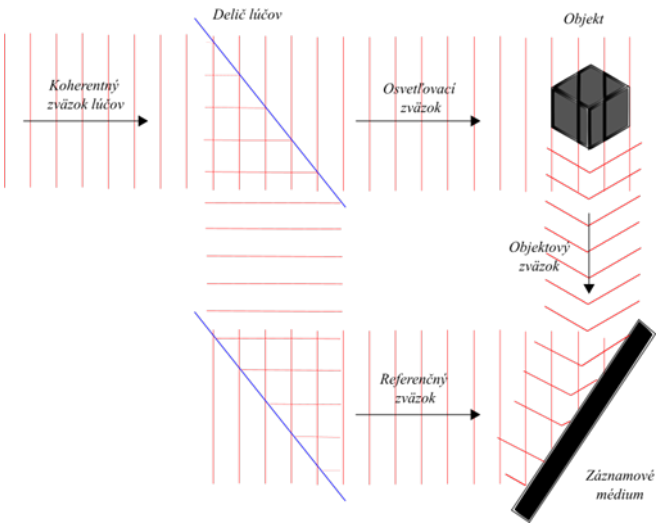
Podľa spôsobu čerpania energie lasery delíme na:

- optický (výbojkou, iným laserom, slnečným svetlom a rádioaktívnym žiarením)
- elektrický (zväzkom nabitých častíc, vstrekovaním elektrónov, ...)
- chemický (energiou chemickej väzby, fotochemickou disociáciou, ...)
- termodynamický (zahrievaním a ochladzovaním vzduchu / plynu).

Podľa vyžarovanej vlnovej dĺžky lasery delíme na infračervené, lasery v oblasti viditeľného svetla, ultrafialové a röntgenové. Laser sa za posledné desaťročia uplatnil v celom rade odborov a všeobecne ich podľa použitia môžeme rozdeliť na výskumné, meracie, lekárske, technologické, energetické a vojenské.

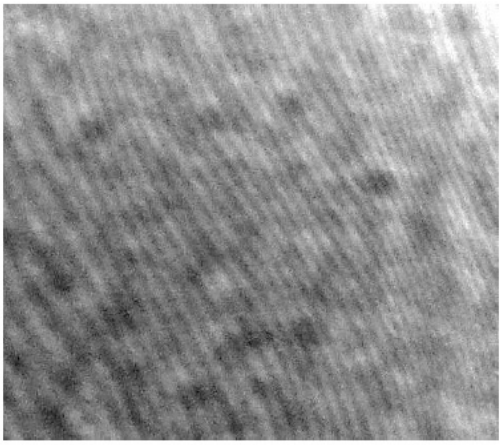
Hologram

Ďalšie využitie lasera slúži na vytvorenie trojrozmerného obrazu predmetu, tzv. **hologramu**. Hologram je trojrozmerný obraz založený na zobrazení predmetu pomocou koherentného žiarenia (lasera) a vĺn odrazených od predmetu. Názov vznikol z gréckych slov holos – celý a grapho – zápis. V roku 1947 Dennis Gabor, britský fyzik maďarského pôvodu uskutočnil svoj experiment s ortuťovou lampou na zlepšenie kvality obrazu a zdokonalenie elektrónového mikroskopu, za čo získal Nobelovu cenu za fyziku v roku 1971. Aj keď v roku 1947 nemal k dispozícii koherentné svetlo, dokázal celkom presne sformulovať ideu a ukázať metódu jej uskutočnenia. Až v roku 1960 – E. Leith a J. Upatnieks vytvorili hologram so zaznamenaným 3D objektom.



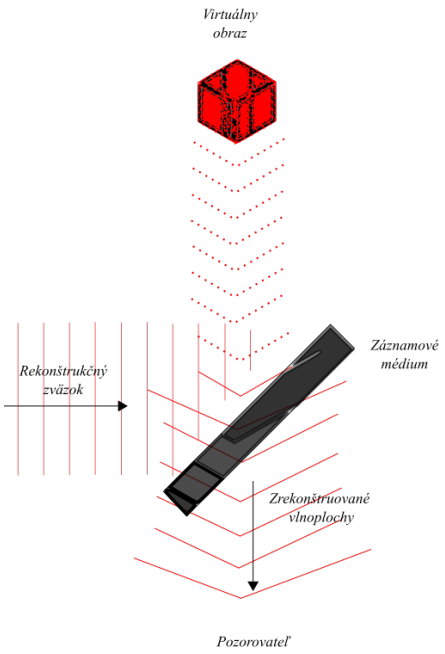
Obr. 4.8 Záznam hologramu.

Klasický 2 D obraz možno vylepšiť zachytením nielen amplitúdy, ale aj fázy a pri farebnom zobrazení aj frekvencie zobrazujúcich vĺn. Na záznamové médium dopadá svetlo, odrazené od zobrazovaného predmetu, a priame svetlo zo zdroja. Tieto zväzky dopadajú na film, záznamové médium, kde interferujú, obr. 4.8.



Obr. 4.9 Holografický záznam.

Na výslednej snímke, obr. 4.9, obraz predmetu nenájdeme, je ukrytý v takzvanom koherentnom pozadí, ktoré zapríčinil referenčný zväzok. Na jej odkrytie je potrebné osvietiť hologram zdrojom s tou istou vlnovou dĺžkou vyžarovaného svetla, obr. 4.10.



Obr. 4.10 Rekonštrukcia hologramu – 3D obraz.

Tenký hologram je možné rekonštruovať použitím bieleho svetla, pokiaľ je rekonštruovaný objekt veľmi blízko plochy hologramu. Takýto typ hologramu sa používa napríklad na kreditných kartách.

ZOZNAM ODPORÚČANEJ LITERATÚRY

1. Alois Hlavička: Fyzika pro pedagogické fakulty, SPN, Praha, 1978.

2. Petr Malý: Optika, Univerzita Karlova v Prahe, Nakladatelství Karolinum, 2013.

3. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker: Fyzika, Akademické nakladatelství, Vutium, 2007.

4. Vladimír Hajko, Juraj Daniel Szabó: Základy fyziky, Vydavateľstvo SAV, Bratislava, 1983.

5. Josef Fuka: Optika a atómová fyzika, část I. Optika, SPN, Praha, 1961.

6. internetové zdroje

Kmity, vlny a optika
Vysokoškolský učebný text

Autor: doc. RNDr. Ján Füzer, PhD.

Vydavateľ: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach
Vydavateľstvo ŠafárikPress

Rok vydania: 2023
Počet strán: 144
Rozsah: 3,9 AH
Vydanie: prvé

ISBN 978-80-574-0195-7 (e-publikácia)